

体外预应力钢筋混凝土梁收缩与徐变的 精细有限元分析

李贤仰^{1,2}, 邓继华^{2*}, 梁璐祎², 彭建新²

(1. 中交第二航务工程局有限公司 湘江新区分公司, 湖北 武汉 430040; 2. 长沙理工大学 土木与环境
工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘要:为准确分析体外预应力钢筋混凝土梁的收缩、徐变效应, 该文提出一种基于精细单元分析的体外预应力钢筋混凝土梁收缩、徐变分析方法。首先, 根据体外预应力筋为常应变构件的受力特点, 对体外预应力筋在锚固位置和转向块位置处与混凝土梁体存在的几何与节点位移关系进行微分处理, 基于虚功原理获得体外预应力筋需迭代求解的单元刚度矩阵; 其次, 基于收缩、徐变作用下钢筋与周围混凝土黏结良好、两者应变协调的假定, 结合收缩、徐变分析的初应变法, 建立了考虑钢筋影响的钢筋混凝土梁单元收缩、徐变分析模型; 最后, 综合上述成果, 建立了体外预应力钢筋混凝土梁的收缩、徐变分析方法, 研制出相应程序。通过对2片体外预应力钢筋混凝土梁的收缩、徐变进行分析, 并与相关文献进行对比。结果表明: 该文建立的体外预应力混凝土梁收缩、徐变分析方法正确, 计算模型中, 若将体外预应力筋按体内有黏结预应力筋处理, 或不考虑混凝土梁体中普通钢筋的影响, 均会给计算结果带来误差。

关键词:体外预应力; 钢筋混凝土梁; 收缩、徐变; 单元刚度矩阵; 精细有限元分析

中图分类号: U441

文献标志码: A

Refined Finite Element Analysis of Shrinkage and Creep in External Prestressed Reinforced Concrete Beams

LI Xianyang^{1,2}, DENG Jihua^{2*}, LIANG Luyi², PENG Jianxin²

(1. CCCC Second Harbor Engineering Company, Ltd., Xiangjiang New District Branch, Wuhan, Hubei 430040, China; 2. School of Civil and Environmental Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha, Hunan 410114, China)

Abstract: To accurately analyze the shrinkage and creep effects in external prestressed reinforced concrete beams, a method was proposed for analyzing the shrinkage and creep of such beams based on refined finite element analysis. First, considering the force characteristics of the external prestressed tendons as constant-strain components, a differential treatment was performed on the geometric and nodal displacement relationships between the external prestressed tendons at the anchorage and deviation points and the concrete beam. Using the principle of virtual work, the element stiffness matrix that needed to be iteratively solved was derived for the external prestressed tendons. Second, based on the assumption that there was good bond between the reinforcement and the surrounding concrete under the action of shrinkage and creep, and that both materials exhibited coordinated strains, a finite element model was established for analyzing the shrinkage and creep of reinforced concrete beams that incorporated the effects of the reinforcements, utilizing the initial strain method in shrinkage and creep analysis. Finally, based on the aforementioned results, a method for analyzing shrinkage and creep in external prestressed reinforced concrete beams was established, along with the development of the corresponding programs. An analysis of the shrinkage and creep of two external prestressed reinforced concrete beams was conducted, and the results were compared with relevant literature. The findings

收稿日期: 2024-06-05 修回日期: 2025-12-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(编号: 52278142); 湖南省自然科学基金资助项目(编号: 2023JJ30019); 湖南省教育厅项目(编号: 21A0187); 桥梁结构健康与安全国家重点实验室开放基金资助项目(编号: BHSKL21-06-GF)

作者简介: 李贤仰, 男, 博士研究生, 高级工程师. E-mail: 65842265@qq.com

*通信作者: 邓继华, 男, 博士, 教授. E-mail: jihudeng@csust.edu.cn

indicate that the method established in this paper for analyzing the shrinkage and creep of external prestressed concrete beams is accurate. It was observed that in the computational model, treating the external prestressed tendons as if they were bonded internal tendons, or neglecting the influence of ordinary steel reinforcement in the concrete beam, can lead to significant errors in the calculated results.

Keywords: external prestressing; reinforced concrete beam; shrinkage and creep; element stiffness matrix; refined finite element analysis

0 引言

体外预应力筋凭借其布置简洁和更换方便等优点被广泛应用于桥梁的建设以及加固当中^[1-4]。布置了体外预应力筋的混凝土梁与体内有黏结预应力混凝土梁类似,由于混凝土的收缩、徐变效应而使得体外预应力结构的长期性能成为研究关注的焦点^[5-9]。因此,建立一个准确有效的体外预应力梁收缩、徐变分析的有限元方法,是解决该问题的关键。

当预应力筋布置在混凝土梁体内时,二者完全黏结,同一截面内存在应变协调关系。而体外预应力筋与梁体无固结,二者之间不再应变协调,需基于结构的整体变形来计算体外筋的应变和变形,导致其与混凝土梁之间存在非线性的变形关系。因此,从精细分析角度,对体外预应力梁进行受力分析时必须计入体外预应力筋的非线性效应^[10-11]。以往基于线性理论模拟体外筋的分析模型,如带刚臂杆单元^[12-13]、多段多节点杆单元^[14-15]和等效节点荷载^[16](不计体外预应力筋刚度)等,不能很准确地仿真模拟体外预应力筋的受力行为。部分研究者基于体外筋在转向块处能自由滑移(基本得到试验证实)的假定,将体外筋视为常应变杆元,运用几何非线性分析的共旋坐标法或非线性连续介质力学方法,建立了较为复杂的几何非线性体外筋单元^[11,17-18],能较好地模拟体外筋弹性状态下的受力行为。但目前国内外尚未有利用非线性体外筋单元研究体外预应力混凝土梁长期性能的文獻。在采用Ansys、Abaqus以及Opensees等商业软件分析体外预应力梁的文獻中,对体外筋的模拟一般也采用各种类型的几何线性单元^[2,19-23],文獻[11]对此有较详细的描述。尽管这些大型商业程序都拥有较丰富的非线性单元库,理论上并非无法模拟体外预应力筋的非线性行为,但应注意的是,商业程序为讲求通用性,未设置专门分析混凝土收缩、徐变效应的模块,必须采用编制程序二次开发的方法来解决^[24-26],显然,这将给使用者带来一定的困难。还应指出的是,混凝土梁内钢筋对混凝土的收缩、徐变有阻碍作用,两者之间会产生应力

重分布,对跨中挠度等都将产生较明显的影响^[27-28],但以往研究体外预应力混凝土梁长期性能的文獻较少考虑普通钢筋的影响^[5,29-30]。

鉴于此,本文将体外预应力钢筋混凝土梁视为由体外预应力筋单元与钢筋混凝土梁单元叠加形成的混合梁单元。通过将体外筋视为常应变构件来模拟其在转向块处自由滑动的特点,并基于微分和虚功原理推导其单元刚度矩阵;再结合钢筋混凝土梁中钢筋与周围混凝土应变协调的假定,以及收缩、徐变分析的初应变法^[31],建立能考虑钢筋影响的钢筋混凝土梁单元收缩、徐变分析模型;最终,形成体外预应力混凝土梁收缩、徐变分析方法,并通过算例验证了该方法的正确性。

1 体外预应力钢筋混凝土梁有限元模型

1.1 基本假定

(1) 不计体外预应力筋与转向块之间的摩擦,体外筋为常应变构件。

(2) 钢筋混凝土梁变形符合平截面假定,不考虑剪切变形。

(3) 忽略梁内普通钢筋与混凝土之间的滑移影响。

(4) 不考虑几何与材料非线性,即结构发生小变形,且混凝土、钢筋和体外预应力筋在变形过程中弹性模量始终不变。

1.2 体外预应力筋单元

如图1所示为跨中布置了一个转向块的体外预应力梁,假设其体外筋仅通过一个转向块与梁体连接, i, \dots, m 分别为钢筋混凝土梁单元节点, i', k', m' 分别为体外预应力筋两端锚固块和中间转向块的位置点(在后续推导中,当描述梁上该位置点时,加下标'b';描述体外预应力筋上该位置点时,加下标'p'),以下将推导含1个转向块的体外预应力筋单元刚度矩阵。当转向块数量多于1个时,可参照此方法推导。

基于前述假定2,可得到 i', k', m' 位置点的位移由对应梁单元节点 i, k, m 的位移来表示,以 k' 为例,有:

$$\begin{bmatrix} u^{k'} \\ v^{k'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_{kk'} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^k \\ v^k \\ \theta^k \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $d_{kk'}$ 为 k 与 k' 之间的距离; $\mathbf{u}_k = [u^k \ v^k \ \theta^k]^T$ 为 k 节点在结构坐标系下的位移矩阵。

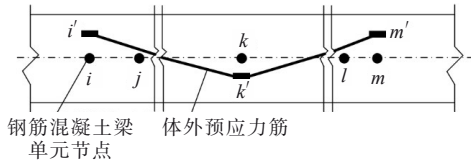


图1 体外预应力梁

Figure 1 External prestressed beam

为便于推导,参照文献[16],将体外筋各节点的位移与钢筋混凝土梁中对应位置点的位移视为相同,即有:

$$\begin{aligned} u^{i'} &= u^{i'} & u^{k'} &= u^{k'} & u^{m'} &= u^{m'} \\ v^{i'} &= v^{i'} & v^{k'} &= v^{k'} & v^{m'} &= v^{m'} \end{aligned} \quad (2)$$

设体外筋各节点在初始时刻的坐标分别为 (x_i^0, y_i^0) 、 (x_k^0, y_k^0) 、 (x_m^0, y_m^0) ,混凝土梁发生位移后,结合式(2)可得到体外筋的新节点坐标 $(x_{i'}, y_{i'})$ 、 $(x_{k'}, y_{k'})$ 、 $(x_{m'}, y_{m'})$ 。由此,可计算出体外筋各段在初始时刻和混凝土梁发生位移后的长度 $L_{i'k'}^0$ 、 $L_{k'm'}^0$ 和 $L_{i'k'}$ 、 $L_{k'm'}$,进而求出混凝土梁发生位移后体外筋各段的伸长量,有:

$$\begin{aligned} \Delta L_{i'k'} &= L_{i'k'} - L_{i'k'}^0 \\ \Delta L_{k'm'} &= L_{k'm'} - L_{k'm'}^0 \end{aligned} \quad (3)$$

由前述假定1,体外筋通长范围内应变 ϵ_p 的计算式为:

$$\epsilon_p = \frac{\Delta L_{i'k'} + \Delta L_{k'm'}}{L_{i'k'}^0 + L_{k'm'}^0} \quad (4)$$

对式(3)中的 $\Delta L_{i'k'}$ 微分,可得到 $\delta\Delta L_{i'k'}$ 用节点 i 、 k 的位移矩阵的微分 $\delta\mathbf{u}_{ik} = [\delta u^i \ \delta v^i \ \delta\theta^i \ \delta u^k \ \delta v^k \ \delta\theta^k]^T$ 表示的计算式,同理,也能得到 $\delta\Delta L_{k'm'}$ 用 $\delta\mathbf{u}_{km}$ 来表示的计算式。

将 $\delta\Delta L_{i'k'}$ 与 $\delta\Delta L_{k'm'}$ 代入式(4)的微分式中,可得到应变微分 $\delta\epsilon_p$ 与 $\delta\mathbf{u}_{ikm}$ 的关系式:

$$\delta\epsilon_p = \mathbf{B}_p \delta\mathbf{u}_{ikm} \quad (5)$$

式中: \mathbf{B}_p 为应变矩阵, $\delta\mathbf{u}_{ikm} = [\delta u^i \ \delta v^i \ \delta\theta^i \ \delta u^k \ \delta v^k \ \delta\theta^k \ \delta u^m \ \delta v^m \ \delta\theta^m]^T$ 为节点 i 、 k 、 m 的位移矩阵微分。

利用虚功原理可求出体外预应力筋单元在结构坐标系下的刚度矩阵 $\mathbf{K}_{i'k'm'}$:

$$\mathbf{K}_{i'k'm'} = E_p A_p \mathbf{B}_p^T \mathbf{B}_p / L_{i'k'm'}^0 \quad (6)$$

式中: E_p 、 A_p 分别为体外预应力筋的弹性模量和截面面积。

应当指出, $\delta\Delta L_{i'k'}$ 与 $\delta\Delta L_{k'm'}$ 用 $\delta\mathbf{u}_{ik}$ 和 $\delta\mathbf{u}_{km}$ 表示的计算式含有混凝土梁单元节点位移项,因此需要结合梁单元的节点位移才能求出应变矩阵 \mathbf{B}_p 中各元素的具体值,可知体外预应力筋单元刚度矩阵 $\mathbf{K}_{i'k'm'}$ 必须采用迭代求解方法获得;同时, $\mathbf{K}_{i'k'm'}$ 的矩阵维数为9行9列,且其推导是基于梁单元节点进行,便于按照“对号入座”的方式与钢筋混凝土梁单元刚度矩阵叠加,从而形成混合梁单元刚度矩阵。

1.3 钢筋混凝土梁单元

1.3.1 单元刚度矩阵

为进行精确分析,本文在计算钢筋混凝土梁单元刚度矩阵时,同时计入了混凝土与钢筋的贡献。在平面梁单元刚度矩阵求解中,一般将离散的钢筋等效为沿梁纵向等面积的钢筋层[27],本文采用此方法,以图2所示的下缘配置一层钢筋的钢筋混凝土梁单元 ij 为例,介绍其局部坐标系下单元刚度矩阵的求解过程。

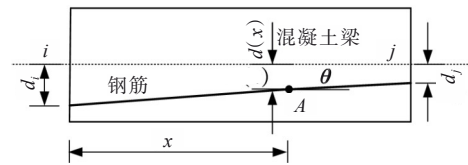


图2 钢筋混凝土梁单元

Figure 2 Reinforced concrete beam element

混凝土部分对单元刚度矩阵的贡献,事实上在知道单元长度 l 、截面面积 A_c 、惯性矩 I_c 、弹性模量 E_c 的情况下就可由常规方法求出,兹不赘述。

对于钢筋层,其几何特征决定了应力应变分析时仅考虑轴向拉压应变,故钢筋应变 ϵ_s 由应变旋转公式[32]可得:

$$\epsilon_s = \epsilon_{c,A} \cos^2 \theta \quad (7)$$

式中: $\epsilon_{c,A}$ 为混凝土在 A 点的应变。

对式(7)进行微分,并结合平面梁单元中节点位移和应变之间的关系,有:

$$\delta\epsilon_s = \cos^2 \theta \mathbf{B}_s \delta\mathbf{u}_{ij} \quad (8)$$

式中: $\mathbf{B}_s = \left[-\frac{1}{l} \quad \frac{6}{l^2} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) d(x) \quad \frac{2}{l} \left(2 - \frac{3x}{l}\right) d(x) \right]$

$\frac{1}{l} \quad \frac{6}{l^2} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) d(x) \quad \frac{2}{l} \left(1 - \frac{3x}{l}\right) d(x) \right]^T$; $\mathbf{u}_{ij} = [u^i \ v^i \ \theta^i \ u^j \ v^j \ \theta^j]^T$ 为 ij 单元的节点位移矩阵。

钢筋的轴向力 P_s 为:

$$P_s = E_s A_s \epsilon_s \quad (9)$$

式中: E_s 、 A_s 分别为钢筋的弹性模量和面积。

对式(9)微分并联立式(8):

$$\delta P_s = E_s A_s \cos^2 \theta B_s \delta u_{ij} \quad (10)$$

基于虚功原理,可得到钢筋对钢筋混凝土梁单元 ij 刚度矩阵的贡献 k_s :

$$k_s = E_s A_s \cos^3 \theta \int_0^l B_s^T B_s dx \quad (11)$$

重复本节中的上述步骤,求出其他钢筋对单元刚度矩阵的贡献。

1.3.2 收缩、徐变分析

针对体外预应力钢筋混凝土梁中混凝土产生的收缩、徐变,本文采用初应变法^[31]分析其对梁受力行为的影响。

计算时,将时间划分为 t_0 、 t_1 、 \dots 、 t_n 、 t_{n+1} 、 \dots 时刻,将混凝土应力增量表示为 $\Delta\sigma_{0,c}$ 、 $\Delta\sigma_{1,c}$ 、 \dots 、 $\Delta\sigma_{n,c}$ 、 $\Delta\sigma_{n+1,c}$ 、 \dots ,以上应力增量只发生在各个时刻,而在 $\Delta t_1(t_0 \rightarrow t_1)$ 、 \dots 、 $\Delta t_{n+1}(t_n \rightarrow t_{n+1})$ 、 \dots 各时间段内保持不变,混凝土弹性模量 E_c 也保持不变。据此,截至 t_n 和 t_{n+1} 时刻任一点的徐变应变 ϵ_{cr}^n 和 ϵ_{cr}^{n+1} 的计算式分别为:

$$\begin{cases} \epsilon_{cr}^n = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta\sigma_{i,c}}{E_c} \varphi(t_n, t_i) \\ \epsilon_{cr}^{n+1} = \sum_{i=0}^n \frac{\Delta\sigma_{i,c}}{E_c} \varphi(t_{n+1}, t_i) \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\varphi(t_n, t_i)$ 为混凝土在加载龄期 t_i 、计算龄期 t_n 时的徐变系数。

由式(12)可得到时间段 $\Delta t_{n+1}(t_n \rightarrow t_{n+1})$ 内的徐变应变增量 $\Delta\epsilon_{cr}^{n+1}$:

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_{cr}^{n+1} = & \sum_{i=0}^{n-1} \frac{\Delta\sigma_{i,c}}{E_c} [\varphi(t_{n+1}, t_i) - \varphi(t_n, t_i)] + \\ & \frac{\Delta\sigma_{n,c}}{E_c} \varphi(t_{n+1}, t_n) \end{aligned} \quad (13)$$

对于收缩应变,设 $\Delta\epsilon_{sh}^{n+1}$ 为时间段 $(t_n \rightarrow t_{n+1})$ 内的收缩应变增量:

$$\Delta\epsilon_{sh}^{n+1} = \epsilon_{sh}(t_{n+1} - \tau_0) - \epsilon_{sh}(t_n - \tau_0) \quad (14)$$

式中:各参数的含义参见文献[27]。

对于 Δt_{n+1} 时段末(即 t_{n+1} 时刻)的收缩、徐变增量应变 $\Delta\epsilon_{sh}^{n+1}$ 和 $\Delta\epsilon_{cr}^{n+1}$,按初应变法,其等效节点荷载增量 Δf_{mi}^{n+1} 为:

$$\Delta f_{mi}^{n+1} = \int B^T E_c (\Delta\epsilon_{cr}^{n+1} + \Delta\epsilon_{sh}^{n+1}) dv_c \quad (15)$$

式中: B 为平面梁单元的应变矩阵; v_c 表示仅对钢筋混凝土梁中混凝土部分积分。

按照上述公式进行计算需存储应力或应变历史数据,将占用大量计算资源。若将徐变函数拟合成分数函数形式,用递归方法计算 $\Delta\epsilon_{cr}^{n+1}$,则无需存储各时刻的应力,提高计算效率。同理可以求出收缩应变的增量,具体可参见文献[27]、[31]与[33]。

2 计算流程

首先输入体外预应力钢筋混凝土梁的各项信息,建立有限元模型,划分时间轴,再进行各时间段循环。本文假定在 t_0 时刻张拉体外预应力筋,而其他外荷载施加在 t_1 、 \dots 、 t_n 、 t_{n+1} 、 \dots 时刻。

(1) 对于时间段 $\Delta t_1(t_0 \rightarrow t_1)$,分别计算钢筋混凝土梁单元局部坐标系下混凝土与钢筋的单元刚度矩阵,前者按常规平面梁单元方法,后者按式(11)计算,再将其转换到结构坐标系下,按常规的“对号入座”叠加方法形成钢筋混凝土梁的总刚矩阵(后续各时刻计算也将用到该矩阵),将体外预应力筋张拉应力转换成等效节点荷载,按常规方法计算出节点位移增量,再计算出混凝土部分内力(应力)增量,按式(15)计算出 Δf_{mi}^1 。

(2) 对于时间段 $\Delta t_2(t_1 \rightarrow t_2)$,参照式(6)计算出体外预应力筋在结构坐标系下的单元刚度矩阵,与上一步保存的钢筋混凝土梁总刚矩阵叠加形成体外预应力钢筋混凝土梁总刚矩阵,计算 t_1 时刻施加外荷载的等效节点荷载,与 Δf_{mi}^1 叠加形成荷载矩阵,从而同样求得节点位移增量,再计算出混凝土部分内力(应力)增量。由式(6)可知,本文体外预应力筋单刚的计算涉及梁单元的节点位移,因此上述计算需进行迭代,以获得满足指定精度要求的节点位移增量,进而计算出混凝土部分内力(应力)增量,在此基础上再按式(15)计算出 Δf_{mi}^2 。

(3) 后续时间段 $\Delta t_i(i > 2)$ 的计算同时间段 Δt_2 。

3 算例分析

通过2个算例,分别验证本文建立的体外预应力筋单元,以及体外预应力钢筋混凝土梁收缩、徐变分析方法的正确性。

3.1 算例1

如图3所示为体外预应力简支梁桥,该桥的详细几何、材料及荷载信息见图3及文献[13]。

基于不同体外预应力筋模型得到的位移及体外筋内力计算结果见表1。由表1可看出:本文与文献[13]基于多段多节点杆单元模型得到的计算结果相

差很小,但与采用常规的带刚臂杆单元模型(模型1)得到的计算结果相差较大。本文建立的体外预应力筋单元是正确的。

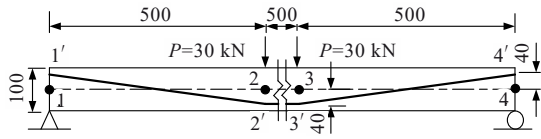


图3 体外预应力梁构造与受力示意图(单位:cm)

Figure 3 External prestressed beam structure and stress (unit: cm)

表1 位移和内力计算结果

Table 1 Results for displacement and internal force

模型	节点2挠度/mm	轴力/kN		
		1'2'段	2'3'段	3'4'段
模型1	-1.924	29.200	134.500	29.200
文献[13]	-2.123	71.300	71.300	71.300
本文模型	-2.118	71.298	71.298	71.298

3.2 算例2

以2片跨径为24 m的体外预应力钢筋混凝土简支梁^[34]为对象,其整体构造与截面形式如图4~6所示。2片梁截面形式相同,主要区别为:1号梁在跨径三等分点处设置2个转向块,2号梁为直线通束,未设转向块。其余详细的几何及材料参数见图4~6。

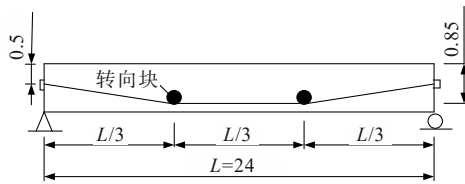


图4 1号梁整体构造形式(单位:m)

Figure 4 Integral structure of No. 1 beam (unit: m)

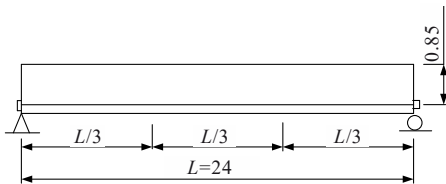


图5 2号梁整体构造形式(单位:m)

Figure 5 Integral structure of No. 2 beam (unit: m)

采用前述方法对2片梁进行收缩、徐变效应分析,为了将计算结果与文献[34]进行对比,本文同样采用 European Committee for Standardization (CEN) (2004)规范中的收缩、徐变计算模型,并考虑混凝土梁自重,其值为25 kN/m³。

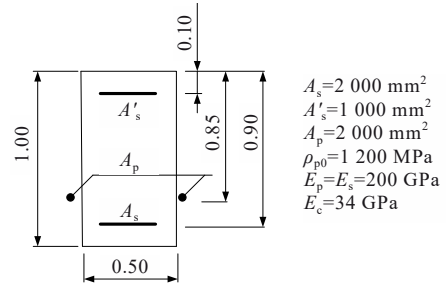


图6 截面形式和基本参数(尺寸单位:m)

Figure 6 Section layout and basic parameters (unit of size: m)

值得注意的是,文献[34]建立的计算模型考虑了混凝土梁体的梁柱效应、体外筋的二次效应等几何非线性效应以及普通钢筋的刚度,但未考虑体外筋的刚度贡献。2片梁的跨中挠度和体外筋应力损失值随时间的变化曲线如图7、8所示。

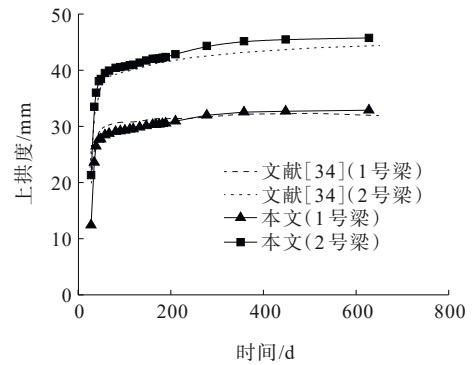


图7 时间-跨中上拱度曲线

Figure 7 Time-midspan arch curves

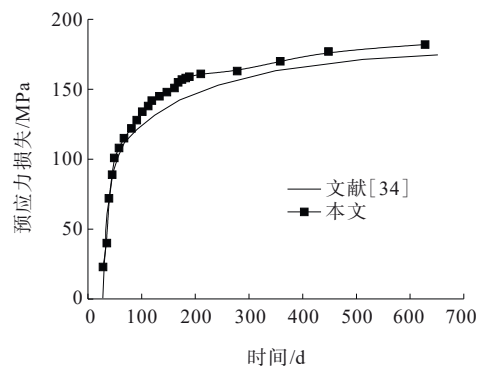


图8 2号梁时间-预应力损失曲线

Figure 8 Time-prestressing loss curves of No. 2 beam

从图7、8可以看出:本文的计算结果和文献[34]的数据吻合度良好,误差均在5%以内,证明了本文方法的正确性。

将2号梁的预应力筋分别按照体内有黏结预应力筋以及体外预应力筋考虑,计算得到的跨中上拱值随时间的变化曲线如图9所示。

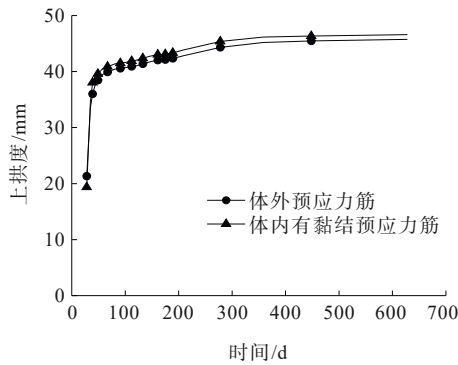


图9 时间-跨中上拱度曲线

Figure 9 Time-midspan arch curves

由图9可以看出:两种方法得到的计算结果略有差异,在收缩、徐变750 d后,按照体内有黏结预应力梁以及体外预应力梁计算得到的上拱值分别为初始值的2.408倍和2.146倍。

图10和图11展示了考虑梁体内普通钢筋与否对2号梁跨中上拱及体外筋应力损失的影响。

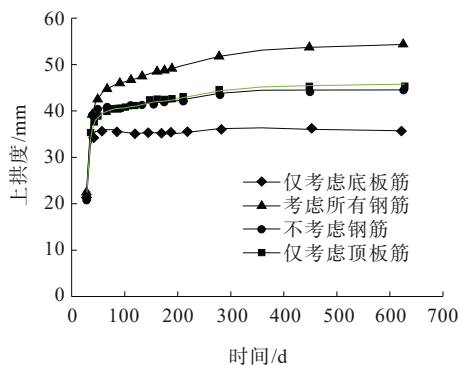


图10 时间-跨中上拱度曲线

Figure 10 Time-midspan arch curves

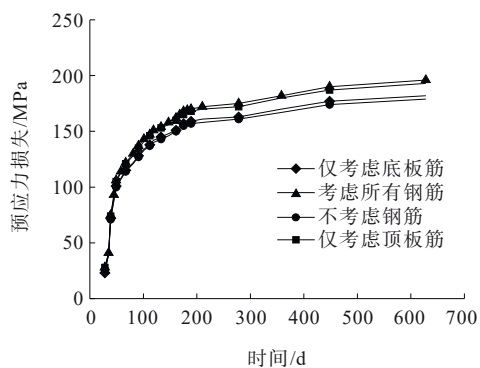


图11 时间-预应力损失曲线

Figure 11 Time-prestressing loss curves

从图10、11可以看出:体内普通钢筋对初始时刻的计算值影响不太明显,但长期效应下,其对梁跨中上拱以及体外筋应力损失的影响逐渐增大且不

可忽略。

4 结论与展望

(1) 与已有文献计算结果比较表明,本文建立的非线性体外筋单元、钢筋混凝土纤维梁单元以及体外预应力混凝土梁收缩、徐变分析方法是正确的。

(2) 计算体外预应力混凝土梁收缩、徐变时,若将体外筋处理为体内有黏结预应力筋,结构跨中上拱度最大会产生9.29%的误差;若不考虑或仅部分考虑梁体内普通钢筋,则会造成最大21.94%的误差。

(3) 本文建立的单元模型及收缩、徐变计算方法,可为其他体外预应力结构(体外预应力钢-混组合梁、波纹钢腹板体外预应力混凝土箱梁)的相关研究提供借鉴。

参考文献:

References:

- [1] 《中国公路学报》编辑部. 中国桥梁工程学术研究综述·2021[J]. 中国公路学报, 2021, 34(2): 1-97.
Editorial Department of China Journal of Highway and Transport. Review on China's bridge engineering research: 2021[J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(2): 1-97.
- [2] 高荣雄, 吴国俱, 乐颖, 等. 体外预应力加固RC梁受力性能试验[J]. 中国公路学报, 2017, 30(10): 69-80, 136.
GAO Rongxiong, WU Guojun, YUE Ying, et al. Experiment on mechanical property of RC beams strengthened by external prestressing[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, 30(10): 69-80, 136.
- [3] 胡营, 李淑明, 骆佐龙, 等. 基于实际损伤的桥梁体外预应力加固锚固区应力分析与配筋设计[J]. 世界桥梁, 2024, 52(1): 110-116.
HU Ying, LI Shuming, LUO Zuolong, et al. Analysis of stresses in anchorage zone of external prestressing tendons implemented to retrofit damaged bridge and prestressing tendons design[J]. World Bridges, 2024, 52(1): 110-116.
- [4] 宋重阳, 付星燃, 高洪波, 等. 预应力连续箱梁体内体外组合预应力加固技术研究[J]. 中外公路, 2025, 45(2): 187-193.
SONG Chongyang, FU Xingran, GAO Hongbo, et al. Internal and external prestress reinforcement technology for prestressed continuous box girder[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2025, 45(2): 187-193.
- [5] PISANI M A. Behaviour under long-term loading of externally prestressed concrete beams[J]. Engineering Structures, 2018, 160: 24-33.

- [6] 季建东,王彬.长挑臂闭口钢箱组合梁桥设计及其关键技术[J].中外公路,2024,44(3):137-144.
JI Jiandong, WANG Bin. Design and key technologies of bridges with long-cantilever closed steel box composite girder [J]. Journal of China & Foreign Highway, 2024, 44 (3):137-144.
- [7] 吴丽丽,耿大林,岳岩松,等.体外预应力CFRP筋自密实混凝土梁的预应力损失[J].复合材料科学与工程,2021(6):26-33.
WU Lili, GENG Dalin, YUE Yansong, et al. Prestress loss of self-compacting concrete beams reinforced with external CFRP tendons[J]. Composites Science and Engineering, 2021(6): 26-33.
- [8] 钟永新,朱其敏.节段梁预制拼装期间收缩徐变及预应力损失分析[J].中外公路,2021,41(1):126-132.
ZHONG Yongxin, ZHU Qimin. Analysis of shrinkage creep and prestress loss of segment beams during prefabrication[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2021, 41(1): 126-132.
- [9] 闫磊,邢俊鹏,牛哲,等.双边工字钢-混组合曲线梁桥收缩徐变效应研究[J].桥梁建设,2025,55(1):95-102.
YAN Lei, XING Junpeng, NIU Zhe, et al. Research on shrinkage and creep effects in curved girder bridge with superstructure consisting of double steel i-girders and concrete panels[J]. Bridge Construction, 2025, 55(1): 95-102.
- [10] 黄正猛,方志,贾理.体外配置CFRP预应力筋RPC梁受弯性能非线性分析[J].中外公路,2020,40(4):85-91.
HUANG Zhengmeng, FANG Zhi, JIA Li. Analysis of nonlinear bending behavior of RPC beams prestressed with external CFRP tendons[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2020, 40(4): 85-91.
- [11] 邓继华,杨倩,陈历强,等.基于CR列式的平面体外预应力梁非线性有限元模型[J].湖南大学学报(自然科学版),2023,50(3):62-70.
DENG Jihua, YANG Qian, CHEN Liqiang, et al. Nonlinear finite element model of plane externally prestressed beam based on co-rotational formulation[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50 (3): 62-70.
- [12] EL-ARISS B. Stiffness of reinforced concrete beams with external tendons[J]. Engineering Structures, 2004, 26(14): 2047-2051.
- [13] 黄海东,向中富,牛洪,等.连续刚构桥体外索加固约束效应分析[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2008,27(4):520-524.
HUANG Haidong, XIANG Zhongfu, NIU Hong, et al. Analysis of the restraint effects in continuous rigid frame bridge retrofitted by external post-tensioning[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2008, 27(4): 520-524.
- [14] 邓继华,许斌林,黄学文,等.大跨径体内外混合配束连续刚构桥有限元分析[J].长沙理工大学学报(自然科学版),2019,16(1):51-57.
DENG Jihua, XU Binlin, HUANG Xuewen, et al. Finite element analysis for long-span concrete continuous rigid frame bridge with mixed arrangement of internal and external tendons[J]. Journal of Changsha University of Science & Technology (Natural Science), 2019, 16(1): 51-57.
- [15] 李传习,夏桂云,贺玲凤,等.体外预应力混凝土梁有限元分析[J].华南理工大学学报(自然科学版),2003,31(增刊1):104-106.
LI Chuanxi, XIA Guiyun, HE Lingfeng, et al. Finite element analysis of externally prestressed concrete bridge [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2003, 31(sup 1): 104-106.
- [16] LOU T J, XIANG Y Q. Finite element modeling of concrete beams prestressed with external tendons[J]. Engineering Structures, 2006, 28(14): 1919-1926.
- [17] MOREIRA L S, SOUSA J B M, PARENTE E. Nonlinear finite element simulation of unbonded prestressed concrete beams[J]. Engineering Structures, 2018, 170: 167-177.
- [18] DALL'ASTA A, RAGNI L, ZONA A. Analytical model for geometric and material nonlinear analysis of externally prestressed beams[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2007, 133(1): 117-121.
- [19] 钟春玲,梁东,张云龙,等.体外预应力钢-混凝土组合简支梁自振频率计算[J].吉林大学学报(工学版),2020,50(6):2159-2166.
ZHONG Chunling, LIANG Dong, ZHANG Yunlong, et al. Calculation of natural vibration frequency of external prestressed steel-concrete composite simply supported beam[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(6): 2159-2166.
- [20] REN Y Z, WANG Y Q, WANG B, et al. Flexural behavior of steel deep beams prestressed with externally unbonded straight multi-tendons[J]. Thin-Walled Structures, 2018, 131: 519-530.
- [21] 张峰,陆小蕊,叶见曙,等.波形钢腹板组合梁体外预应力极限应力模型试验及建议公式[J].东南大学学报(自然科学版),2018,48(5):834-842.
ZHANG Feng, LU Xiaorui, YE Jianshu, et al. Test and formula for ultimate stress of externally prestressed tendons in corrugated steel web composite beam[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2018, 48(5): 834-842.
- [22] KIM M Y, NANZAD N, HAYAT U. Effects of un-bonded deviators on the out-of-plane buckling of steel H-beams pre-stressed by a straight tendon cable[J]. Engineering Structures, 2020, 214: 110566.
- [23] TRAN D T, PHAM T M, HAO H, et al. Numerical study on bending response of precast segmental concrete beams externally prestressed with FRP tendons[J]. Engineering Structures, 2021, 241: 112423.
- [24] 赵煜,王志伟,药天运,等.考虑徐变恢复的变荷载下PC梁徐变效应精细化分析[J].中国公路学报,2023,36(10):345-356.
ZHAO Yu, WANG Zhiwei, YAO Tianyun, et al.

- Refinement analysis of PC beam creep effect under variable load considering creep recovery[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2023, 36(10): 345-356.
- [25] 王龙飞. 桥梁混凝土收缩徐变效应时变过程综合仿真[J]. *公路交通科技*, 2021, 38(2): 54-61.
WANG Longfei. Comprehensive simulation on shrinkage and creep effects of concrete in bridges during time-varying process[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2021, 38(2): 54-61.
- [26] 张望喜, 谢宏涛, 王雄, 等. 基于ABAQUS考虑钢筋影响的混凝土构件收缩徐变分析[J]. *重庆大学学报*, 2019, 42(11): 64-78.
ZHANG Wangxi, XIE Hongtao, WANG Xiong, et al. Shrinkage and creep analysis of concrete members considering reinforcement based on ABAQUS[J]. *Journal of Chongqing University*, 2019, 42(11): 64-78.
- [27] 邓继华, 鲁朵朵, 谭建平, 等. 考虑剪切效应的钢筋混凝土纤维梁单元徐变分析方法[J/OL]. *应用力学学报*, 1-11 (2023-06-15) [2024-06-03]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1112.O3.20230615.1400.004.html>.
DENG Jihua, LU Duoduo, TAN Jianping, et al. Creep analysis method of reinforced concrete fiber beam element considering shear effect[J/OL]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 1-11(2023-06-15) [2024-06-03]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1112.O3.20230615.1400.004.html>.
- [28] 童育强, 向天宇, 赵人达. 基于退化梁单元的混凝土徐变分析[J]. *工程力学*, 2006, 23(4): 140-143.
TONG Yuqiang, XIANG Tianyu, ZHAO Renda. Creep analysis of concrete structure by degenerate beam element[J]. *Engineering Mechanics*, 2006, 23(4): 140-143.
- [29] 蔡建军, 陶慕轩, 聂建国. 体外预应力组合梁桥预应力损失计算[J]. *桥梁建设*, 2011, 41(6): 67-70.
CAI Jianjun, TAO Muxuan, NIE Jianguo. Calculation of prestress loss of externally prestressed composite girder bridges[J]. *Bridge Construction*, 2011, 41(6): 67-70.
- [30] 熊学玉, 顾炜. 体外预应力混凝土梁的时随分析[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2009, 41(3): 137-140.
XIONG Xueyu, GU Wei. Time-dependent analysis of RC beams with external tendons[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2009, 41(3): 137-140.
- [31] 颜东煌, 田仲初, 李学文, 等. 混凝土桥梁收缩徐变计算的有限元方法与应用[J]. *中国公路学报*, 2004, 17(2): 55-58.
YAN Donghuang, TIAN Zhongchu, LI Xuewen, et al. Finite element method and application for the shrinkage and creep of concrete bridges[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2004, 17(2): 55-58.
- [32] 康清梁. 钢筋混凝土有限元分析[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.
KANG Qingliang. Reinforced concrete finite element analysis[M]. Beijing: China Water & Power Press, 1996.
- [33] 李学文, 姚康宁, 颜东煌. 利用最小二乘法实现2004规范徐变系数的指数函数拟合[J]. *长沙交通学院学报*, 2006, 22(3): 20-24.
LI Xuewen, YAO Kangning, YAN Donghuang. Using least square method fitting the creep coefficient functions of concrete listed in the bridge criterion (JTG D62—2004) with exponential function model[J]. *Journal of Changsha Communications University*, 2006, 22(3): 20-24.
- [34] LOU T J, LOPES S M R, LOPES A V. Interaction between time-dependent and second-order effects of externally posttensioned members[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2015, 20(11): 06015003.