

# PC连续箱梁桥竖向预应力最大间距设置研究

汪凡<sup>1</sup>,鲁晓磊<sup>2\*</sup>

(1.中南勘察设计院集团有限公司,湖北武汉 430074;2.武汉中合众建筑科学工程有限公司,湖北武汉 430033)

**摘要:**为明确大跨PC连续箱梁桥竖向预应力间的应力场分布规律及最大竖向预应力间距的布置标准,该文推导了2根预应力束作用下的腹板应力场解析解。在此基础上分析了不同预应力间距及截面高度下的竖向应力场分布规律。在保证腹板高应力度状态的前提下,并考虑由竖向预应力扩散角引起的预应力盲区,通过引入截面应力均匀度指标,提出了最大预应力间距的设置建议。结果表明:①应力场解析解能较好地反映腹板竖向正应力的分布规律;②竖向预应力筋之间的应力分布随着预应力间距的改变相应变化;当竖向预应力间距较小时,扩散效应较为明显;随着竖向预应力间距的增大,扩散效应逐渐转为叠加效应;③为控制连续梁桥 $L/4$ 位置附近的竖向正应力水平,最大竖向预应力间距应保证控制截面应力均匀度水平大于0.95。

**关键词:**桥梁工程;PC连续箱梁桥;最大预应力间距;平面应力问题;预应力盲区;截面应力均匀度

中图分类号:U448.213

文献标志码:A

## Study on Maximum Vertical Prestress Spacing of PC Continuous Box Girder Bridges

WANG Fan<sup>1</sup>, LU Xiaolei<sup>2\*</sup>

(1. Central South Survey Design Institute Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430074, China; 2. Wuhan Zhonghezhong Construction Science and Engineering Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430033, China)

**Abstract:** To clarify the distribution pattern of the stress field between vertical prestresses in large-span PC continuous box girder bridges and the layout criteria for the maximum vertical prestress spacing, an analytical solution for the web stress field under the action of two prestressed tendons was derived. On this basis, the distribution patterns of the vertical stress field under various prestress spacings and sectional heights were analyzed. Under the premise of ensuring a high-stress state in the web, this study proposed recommendations for the maximum prestress spacing by introducing the sectional stress uniformity index, addressing the blind zone of prestress induced by the vertical prestress diffusion angle. The specific results are as follows: ① The analytical solution of the stress field effectively reflects the distribution pattern of vertical normal stress in the web; ② The stress distribution among the vertical prestress tendons varies correspondingly with changes in the prestress spacing: When the vertical prestress spacing is relatively small, the diffusion effect is pronounced; as the vertical prestress spacing increases, the diffusion effect gradually transitions to a superposition effect; ③ For the control of vertical normal stress levels near the  $L/4$  position of continuous box girder bridges, the maximum vertical prestress spacing should ensure that the stress uniformity level at the control section exceeds 0.95.

**Keywords:** bridge engineering; PC continuous box girder bridge; maximum prestress spacing; plane stress problem; blind zone of prestress; sectional stress uniformity

## 0 引言

大跨预应力混凝土连续梁桥(以下简称PC连续

梁桥)因其经济性好、造型美观、施工方便,在桥梁工程建设中得到广泛应用。但在建设和运营过程中,PC连续箱梁经常出现梁体腹板跨中下挠<sup>[1-2]</sup>与开裂

收稿日期:2025-05-14 修回日期:2025-07-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(编号:52278533)

作者简介:汪凡,男,硕士,高级工程师.E-mail:826534962@qq.com

\*通信作者:鲁晓磊,男,高级工程师.E-mail:83349127@qq.com

等<sup>[3-5]</sup>问题,且两者相互耦合,导致箱梁刚度下降,跨中下挠不断加剧<sup>[6-8]</sup>。竖向预应力是增强箱梁腹板抗剪储备、防止腹板开裂的重要措施<sup>[9-11]</sup>,准确计算竖向预应力间的应力分布,分析竖向预应力的扩散效应,指导竖向预应力的间距布置,对优化PC箱梁腹板受力性能具有重要意义<sup>[12-14]</sup>。

学者们对竖向预应力在腹板内的应力场分布及其间距开展了相关的研究。钟新谷等<sup>[15]</sup>和韦景光<sup>[16]</sup>基于弹性力学方法推导了单根竖向预应力钢筋作用下在狭长薄板压力场中的解析公式;赵宝俊等<sup>[17-18]</sup>和Moldovan等<sup>[19]</sup>进一步优化了单根预应力作用下的腹板应力场计算方法,并基于实测数据建立了竖向预应力长期损失的计算公式;宋重阳等<sup>[20]</sup>、王勇平等<sup>[21]</sup>和刘红义等<sup>[22]</sup>分析了竖向应力张拉时的弹性压缩损失,并引入应力均匀度参数分析了竖向预应力间距与应力扩散角之间的关系;Xu等<sup>[23]</sup>和张亮等<sup>[24]</sup>在此基础上进一步建立了预应力盲区分布与预应力损失之间的对应关系;Shao等<sup>[25]</sup>则分析了不同竖向预应力间距下腹板的受力状态并给出了相应的布置建议。

现有研究大多针对单根预应力束的应力效应,能较好地模拟单根预应力束引起的腹板竖向应力<sup>[26-28]</sup>。对于多根预应力束效应,通常采用单根预应力束应力效应的理论叠加计算,但该方法计算得到的应力分布与实际多根预应力束作用的腹板应力场存在误差,影响竖向预应力的间距设计。因此,有必要针对多根预应力束作用下的腹板竖向应力分布进行专门研究。

本文将箱梁腹板简化为平面应力问题,推导2根预应力束作用下的应力场弹性力学解析解公式。在此基础上,分析不同预应力间距及不同高度位置的腹板竖向应力场及扩散效应,进而为实际工程提出竖向预应力间距布置的建议。

## 1 2根预应力束引起的竖向正应力效应公式推导

为模拟PC连续梁桥腹板,将其简化为一块长度远大于高度的无限长薄板,并按弹性力学平面问题进行简化分析。通过在薄板上下两侧施加一对大小相等、方向相反的局部荷载,来模拟竖向预应力的荷载效应。然而,由于竖向预应力沿连续梁桥腹板纵向按一定间距布置,这些作用在平面上的局部荷载并不连续。因此,采用极小区域内的荷载集度来表征竖向预应力作用的局部荷载,并以傅里叶级数展

开的荷载分布函数作为该荷载集度的分布函数,利用三角级数形式的应力函数求解,并保证所求解的函数的应力分量满足对应平面问题的边界条件。计算图示如图1所示。

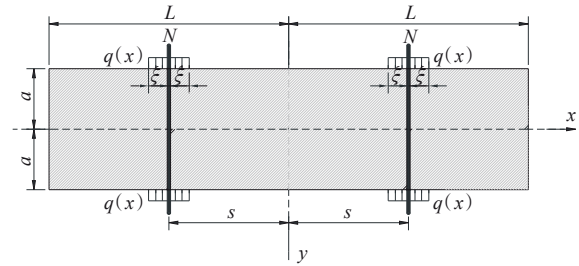


图1 腹板简化平面应力问题计算图示

Figure 1 Schematic diagram of simplified plane stress calculation for web

如图1所示,竖向预应力间距为 $s$ ,所截取的薄板平面高度为 $2a$ ,薄板厚度为 $t$ ,将竖向预应力施加的荷载 $N$ 等效为分布在 $2\xi$ 范围的荷载集度 $q(x)$ ,可以得到等效荷载集度 $q(x)$ 与集中荷载 $N$ 之间的等效关系:

$$q(x) = \frac{N}{2\xi t} \quad (1)$$

将等效荷载集度 $q(x)$ 在薄板平面纵向上傅里叶展开得到:

$$q(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (2)$$

利用三角级数的应力函数对式(2)中的系数求解,得到:

$$\begin{cases} A = \frac{1}{L} \int_{-L}^{+L} q(x) dx = \frac{4N\xi}{L} \\ B = \frac{1}{L} \int_{-L}^{+L} q(x) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx = \frac{2N}{n\pi} \cdot 2\cos\left(\frac{n\pi s}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) \end{cases} \quad (3)$$

将求解得到的系数带入傅里叶展开式(2)中,可得:

$$q(x) = \frac{2N\xi}{L} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{4N}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi \xi}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi s}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right] \quad (4)$$

分析公式(4)构成可以看出:竖向预应力在腹板中产生的应力效应由两部分组成:第一部分 $2N\xi/L$ 代表由预应力作用引起的薄板内的轴向应力;第二部分则是竖向预应力束的扩散应力。由于该扩散应力的存在,多根竖向预应力之间的效应不能简单地进行叠加,而必须考虑其在多根预应力束作用下的应力场分布。

为了分析第二部分扩散应力在薄板内引起的应力效应,按照第二部分的函数形式,选取应力函数带入双调和方程中可得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \frac{n\pi}{L} \right)^4 f_n(y) - 2 \left( \frac{n\pi}{L} \right)^2 f_n''(y) + f_n^{(4)}(y) \right] \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) = 0 \quad (5)$$

该双调和方程的通解可表示为含有待定系数的双曲函数通解:

$$f_n(y) = C_n \cdot \text{ch}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) + F_n y \cdot \text{sh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \quad (6)$$

该应力函数在薄板上下缘引起的剪应力分量为0,且有正应力分量  $\sigma_y = -\sum_{n=1}^{\infty} [4q(x) \sin(n\pi\xi/L) \cdot \cos(n\pi a/L) \cos(k_n x L/n\pi)]$ 。

则竖向应力的扩散效应对薄板的应力效应  $\sigma_y$  可以求解为:

$$\sigma_y = -\frac{8N}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\cos(k_n x) \text{sh}(k_n a) \sin(k_n \xi) \cos(k_n s)}{\text{sh}(2k_n a) + 2k_n a} \cdot \left[ \frac{1}{k_n} \text{ch}(k_n y) + a \cdot \text{cth}(k_n a) \cdot \text{ch}(k_n y) - y \text{sh}(k_n y) \right] \right\} \quad (7)$$

由此确定竖向预应力最终引起的板内竖向应力效应为:

$$\sigma_y = -\frac{2N\xi}{L} - \frac{4N}{Lt} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \frac{\text{sh}(n\pi a/L) \cos(n\pi s/L) \sin(n\pi\xi/L)}{n\pi/L [\text{sh}(2n\pi a/L) + (2n\pi a/L)]} \cdot \left[ \text{ch}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) + \frac{n\pi a}{L} \cdot \text{cth}\left(\frac{n\pi a}{L}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) - \frac{n\pi y}{L} \cdot \text{sh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \right] \right\} \quad (8)$$

由于PC连续梁桥的纵向梁长远大于竖向预应力等效荷载集度的作用范围,对式中  $a/L$  取极限可以得到:

$$\sigma_y = -\frac{4N}{Lt} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cdot \frac{\text{sh}(n\pi a/L) \cos(n\pi s/L)}{\text{sh}(2n\pi a/L) + 2n\pi a/L} \cdot \left[ \text{ch}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) + \frac{n\pi a}{L} \cdot \text{cth}\left(\frac{n\pi a}{L}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) - \frac{n\pi y}{L} \cdot \text{sh}\left(\frac{n\pi y}{L}\right) \right] \right\} \quad (9)$$

式中: $N$ 为竖向预应力钢筋在腹板中所带来的有效预加力; $L$ 为矩形腹板长度的一半; $t$ 为矩形腹板板厚; $a$ 为矩形腹板高度的一半; $s$ 为竖向预应力间距的一半。

式(9)即为2根竖向预应力所引起的板内应力计

算公式。

## 2 有限元验证

### 2.1 理论验证

为了验证第1节中2根竖向预应力引起的板内应力计算公式的有效性,基于某160m跨度PC连续梁桥,计算腹板竖向预应力作用下的竖向应力场,并与理论计算结果进行对比。

将该连续梁桥简化为狭长薄板,利用Ansys有限元软件建立相应的腹板有限元模型(图2),腹板高度  $2a=4$  m,厚度  $t=0.8$  m,腹板长度取  $2L=40$  m,竖向预应力束的张拉控制应力为795 MPa,所施加竖向预应力大小取  $N=568$  kN,,取竖向预应力间距为0.5 m、1.0 m、1.5 m、2.0 m,分别建立有限元仿真模型。

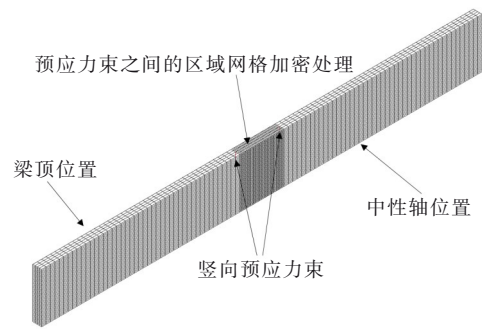


图2 Ansys腹板验证模型

Figure 2 Ansys validation model for web

由中性轴位置( $y=0$  m)至腹板顶缘位置( $y=2$  m),每隔0.5 m间隔的截面高度提取腹板中心位置左右范围5 m内的竖向正应力分布,与第1节推导的竖向正应力分布公式的解析解进行对比,结果如图3所示。

由图3可知:

(1) 不同预应力间距下,有限元计算结果与解析解在竖向应力场分布及峰值上均吻合较好,腹板顶缘位置的竖向应力数值误差较小;随着截面位置接近截面中性轴,两者之间的误差增大,误差随着竖向预应力间距的减小而增加,最大误差为0.8 MPa,在误差允许的范围内。

(2) 不同间距、不同截面高度下的理论解析解与有限元计算结果在竖向应力场分布规律及数值上均吻合较好,验证了本文2根预应力束引起的板内竖向正应力理论的有效性。

(3) 分析腹板的竖向正应力在截面高度方向上的分布,不同截面位置的应力场存在差异。在预应

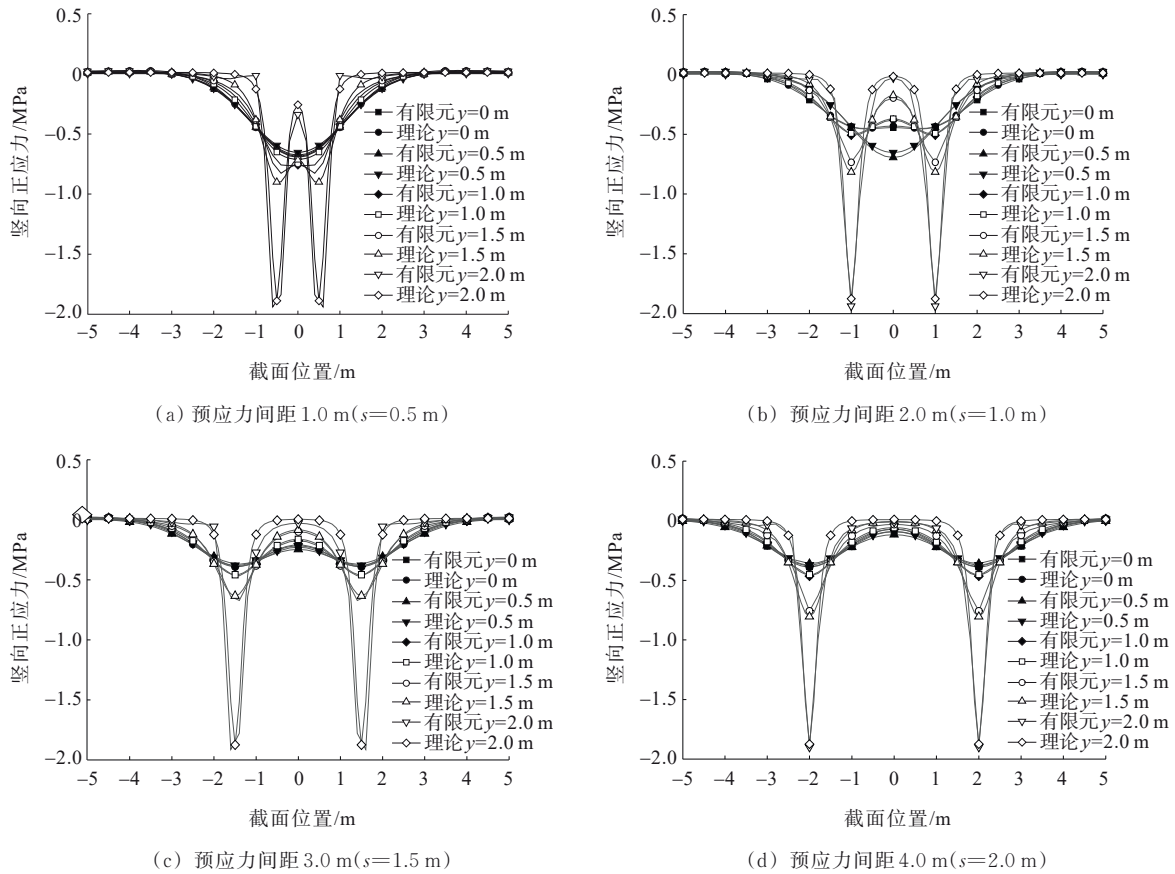


图3 不同竖向预应力间距下的竖向正应力分布对比

Figure 3 Comparison of vertical normal stress distribution under different vertical prestress spacings

力束所处的截面位置,竖向预应力由腹板顶缘( $y=2\text{ m}$ )至腹板中心轴( $y=0\text{ m}$ )逐渐减小;在预应力束之间的中心位置,应力分布规律则恰好相反,竖向正应力在梁顶缘处( $y=2\text{ m}$ )达到最小值,并随着截面高度向腹板中性轴( $y=0\text{ m}$ )靠近而逐渐增大。

(4) 分析腹板竖向正应力在腹板纵向上的分布,当截面高度较为接近腹板顶缘( $y=2\text{ m}$ )时,竖向正应力的分布极为不均匀,最大值出现在预应力束所处的截面位置,并迅速向左右衰减,当截面位置距离预应力束较远时,由预应力束引起的竖向预应力已经接近为0,而在2根预应力束间的中心位置,竖向预应力也达到极小值。

(5) 当截面高度较为接近腹板中性轴( $y=0\text{ m}$ )时,预应力束之间的竖向正应力分布则较为均匀,竖向正应力由距离预应力束较远位置至预应力束间的中心位置逐渐增大,预应力束所产生的扩散效应不再呈现明显的衰减趋势,而是叠加效应。通过上述分析可以发现,竖向预应力筋之间的应力分布随着预应力间距的改变相应变化,当竖向预应力间距较小时,扩散效应较为明显,随着竖向预应力的增大,

扩散效应逐渐转为叠加效应。

## 2.2 与单根竖向正应力公式叠加计算结果对比

现有研究关于单根竖向正应力的计算公式为:

$$\sigma_y = -\frac{2N}{Lt} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{[(n\pi a/L) \operatorname{cth}(n\pi a/L) + 1] \cdot \operatorname{ch}(n\pi y/L) - y \cdot \operatorname{sh}(n\pi y/L)}{2n\pi a/L + \operatorname{sh}(2n\pi a/L)} \cdot \operatorname{sh}\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \right\} \quad (10)$$

利用式(10)计算单根预应力筋在腹板中性轴位置引起的竖向正应力效应,并将计算结果叠加得到2根预应力束作用下的腹板应力场,将该腹板应力场与本文推导的2根预应力筋的竖向正应力分布解析解以及有限元计算结果进行对比如图4所示。

由图4可知:由单根预应力束效应理论(后简称“单根公式”)叠加得到的应力场,与2根预应力筋(后简称“双根公式”)作用下的竖向预应力效应存在较大的误差,单根公式与双根公式在预应力束截面位置的竖向预应力计算结果基本一致,但单根公

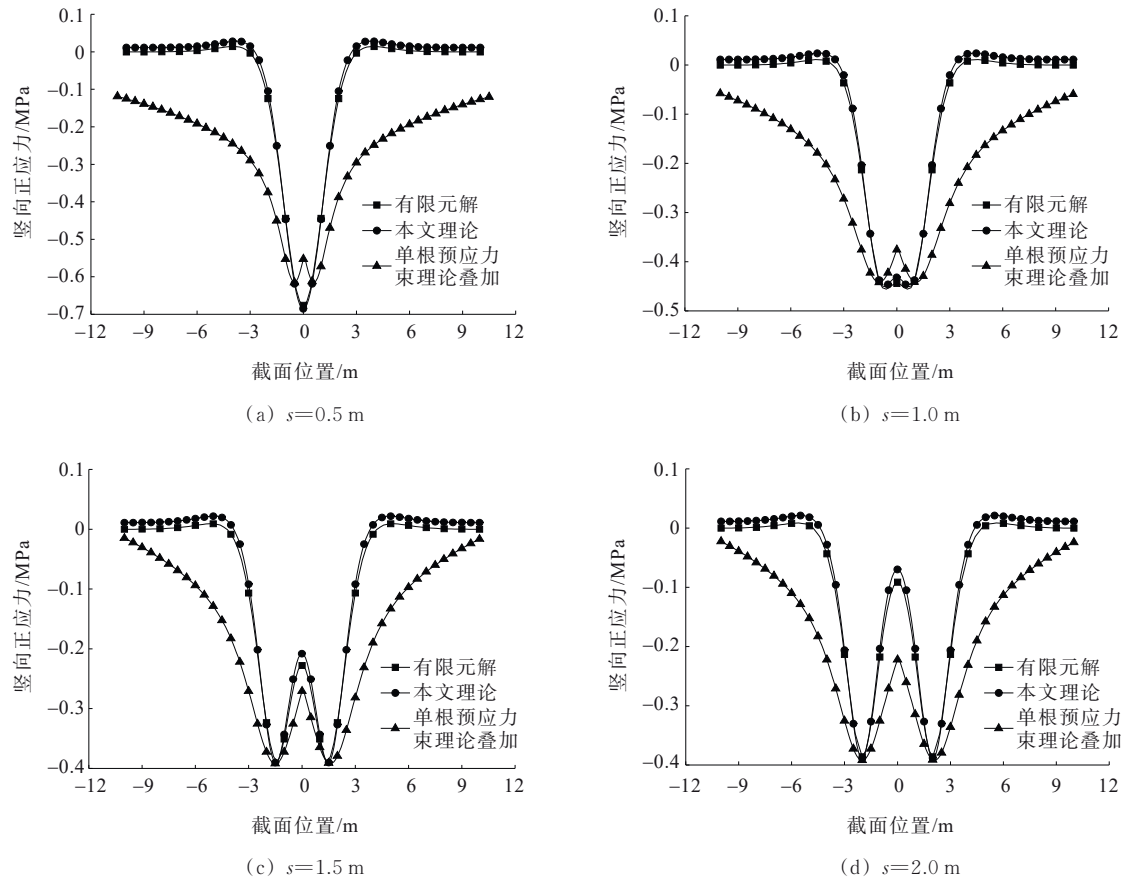


图4 不同预应力间距下的理论计算结果对比

Figure 4 Comparison of theoretical calculation results under different prestress spacings

式在竖向预应力的衰减效应上存在较大误差。①当 $x = \pm 5$  m,即截面位置距竖向预应力束所在截面较远时,双根公式计算得到的远离预应力束截面的竖向预应力效应已接近0,而此时不同预应力间距下的单根公式计算得到的竖向预应力仍较大;②在2根预应力束之间,单根预应力束计算得到的预应力束效应相较双根公式的预应力分布同样存在较大误差,当预应力间距较小( $s=0.5$  m, $s=1.0$  m)时,单根公式的竖向正应力低于双根公式的计算结果,当预应力间距较大( $s=1.5$  m, $s=2.0$  m)时,单根公式计算得到的预应力筋间的竖向正应力则高于双根公式的计算结果。

综上所述,单根公式的误差会导致错估腹板内的竖向正应力水平,从而影响竖向预应力束间距的合理设计。

### 2.3 不同预应力间距下的竖向正应力分布规律

同一截面高度下,不同预应力束间距的竖向正应力分布如图5所示。

由图5可知:①当预应力束间距较大( $s > 1$  m)

时,在截面高度各个位置,仍以预应力束的单独作用效应为主,竖向正应力分布呈现W形态,竖向正应力在预应力筋位置达到最大值并随之衰减;②随着预应力间距的减小,在截面高度 $y=0$  m(截面中性轴)以及 $y=1$  m处(截面 $h/4$ 高度位置),2根预应力筋间的预应力效应则由独立作用转为2根共同作用的模式,竖向正应力最大值由预应力筋所在位置转变为预应力之间,此时的竖向预应力分布在中间位置不存在应力较低区域的盲区;③由图5(c)可以看出:随着预应力筋间距的改变,腹板顶缘位置( $y=2$  m)的竖向正应力分布模式未发生改变,最大竖向正应力的位置位于预应力筋正上方,仅随间距变化而发生横向偏移,预应力束中间区域的竖向正应力随着预应力筋间距的变小而增大,这说明在腹板顶缘以下一定区域内,不论预应力间距如何改变,预应力筋间区域的竖向正应力要小于预应力束所在位置处的竖向正应力,从而导致了预应力盲区的存在。

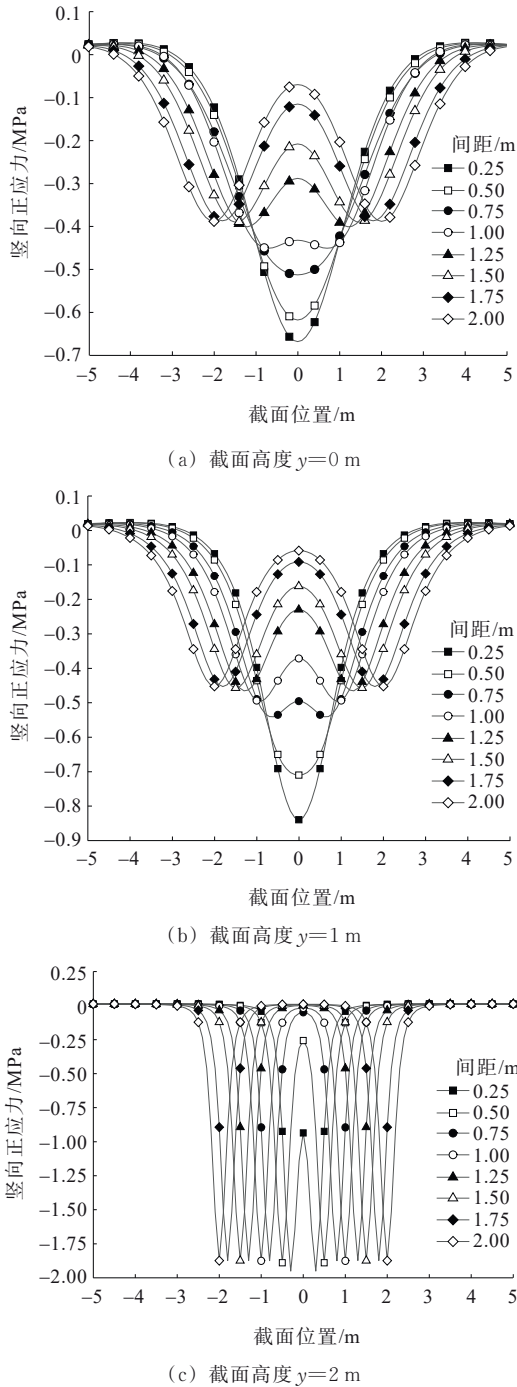


图5 同一截面高度下不同预应力间距的竖向正应力分布  
 Figure 5 Distribution of vertical normal stress at the same sectional height with varying prestress spacings

### 3 最大间距分析

#### 3.1 竖向预应力筋的应力盲区

根据2.3节所述,在腹板顶缘以下一定区域内,不论预应力间距如何改变,预应力筋间的竖向正应力始终小于预应力束所在位置处的竖向正应力。预应力混凝土结构中,由于预应力的锚下扩散效应,在

某一角度范围以外区域的预应力作用效应无法满足工程需求,这个角度被称为预应力扩散角。由于应力扩散角的存在,在预应力钢筋之间的扩散角以外的位置会产生一定的预应力作用不足的区域,称此区域为预应力盲区。在PC连续梁桥的工程应用中,若截面的应力均匀度较高,则代表此时的预应力扩散效应已趋于结束,该截面整体处于高应力度的状态,此时该截面高度已脱离预应力盲区。

对于变截面梁,假定其高度变化系数为 $\eta$ ,则其在集中荷载作用下的剪应力计算公式为:

$$\tau_{xy} = -\frac{6Py}{bh_0^3(1+\eta x)^4} [h_0(1-\eta^2 x^2) - (1-2\eta x)y] \quad (11)$$

式中: $\eta$ 为梁高变化系数, $\eta=(H/h_0-1)/L$ ;  $h_0$ 为悬臂端部梁高; $H$ 为悬臂根部梁高。

纵向正应力计算公式为:

$$\sigma_x = \frac{My'}{I}, (y'=y-y_c) \quad (12)$$

式中: $y_c$ 为截面重心高度。

假定腹板内任意一点只有纵向正应力与剪应力作用,则有纵向正应力与剪应力比值:

$$\varphi = \frac{y' \left(\frac{h_0}{H}\right)^3}{y} \frac{2(L-x)(1+\eta x)^4}{[h_0(1-\eta^2 x^2) - (1-2\eta x)y]} \quad (13)$$

假定  $h_0/H = \chi$ ,  $x = L/2$  (1/4跨径位置), 则式(13)可以改写为:

$$\varphi = -\frac{(\chi+1)h_0^2 L [(\chi+1)h_0 - 4y]}{2y [(\chi^2 - 2\chi - 3)h_0 - 4y(\chi - 2)]} \quad (14)$$

式(14)中的  $h_0$ 、 $\chi$ 、 $L$  均为参数,只有  $y$  为变量,将该式改写为  $A/x + B/(C + Dx) + E$  的幂函数之和的形式,以  $h_0 = 3$  m、 $\chi = 2.5$ 、 $L = 80$  m 为例,该函数图像如图6所示。

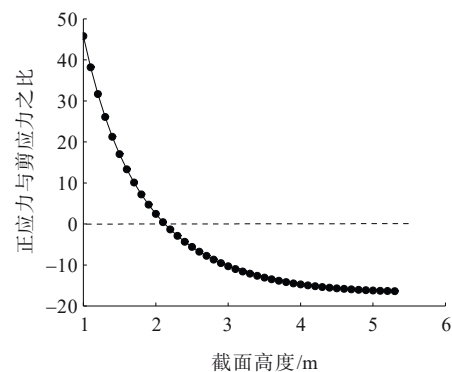


图6 正应力与剪应力之比函数图像  
 Figure 6 Image of normal stress to shear stress ratio function

由图6可以看出:①当截面高度较为靠近梗掖顶缘时,纵向正应力与剪应力比值较大,此时腹板的主应力以纵向正应力贡献为主,截面开裂控制主要由纵向预应力水平决定;②当截面高度靠近中性轴位置时,腹板的纵向正应力逐渐减小而剪应力逐渐增大,腹板主应力转为由剪应力控制,此时对腹板内的竖向预应力水平提出了较高要求;③当截面高度 $y=2.15\text{ m}$ 时,纵向正应力与剪力的比值为0,此时的截面高度为截面中性轴位置,截面高度继续增加,则进入受压区,纵向正应力与剪力的比值转为负值,此时虽然压应力较大,但结构的第一主应力仍然由剪应力控制。因此,在中性轴至底缘一定高度区域内,结构的开裂将以剪弯裂缝为主,受压区的开裂也由剪应力控制,同样对竖向预应力水平提出了要求。

综上所述,在连续梁桥的实际工程中,需要保证截面顶缘以下一定高度至底缘以上一定高度区域内的应力均匀度较高,以控制结构的剪应力及主应力处于安全范围。为确保可脱离预应力盲区的控制截

面高度,下文将针对不同竖向预应力间距下,不同截面高度的竖向正应力均匀度展开分析。

### 3.2 最大竖向预应力间距

为分析竖向预应力作用下的腹板应力状态,本文引入两个评价参数:截面应力均匀度 $\lambda$ ,用于描述腹板某一截面高度上的竖向正应力分布的均匀程度;截面的压力水平系数 $\kappa$ ,用于描述某一截面位置竖向正应力与该高度平均竖向正应力的相对关系。系数表达式分别为:

$$\lambda = \frac{\sigma_y(x=0)}{\sigma_y(x=s)} \quad (15)$$

$$\kappa = \frac{\sigma_y(x)}{\bar{\sigma}_y} \quad (16)$$

式中: $\bar{\sigma}_y$ 为某高度截面上的平均竖向正应力。

利用本文2根预应力筋作用的竖向应力效应计算公式,计算不同预应力间距下不同截面高度的截面应力均匀度 $\lambda$ 以及截面的压力水平系数 $\kappa$ ,结果如图7所示。

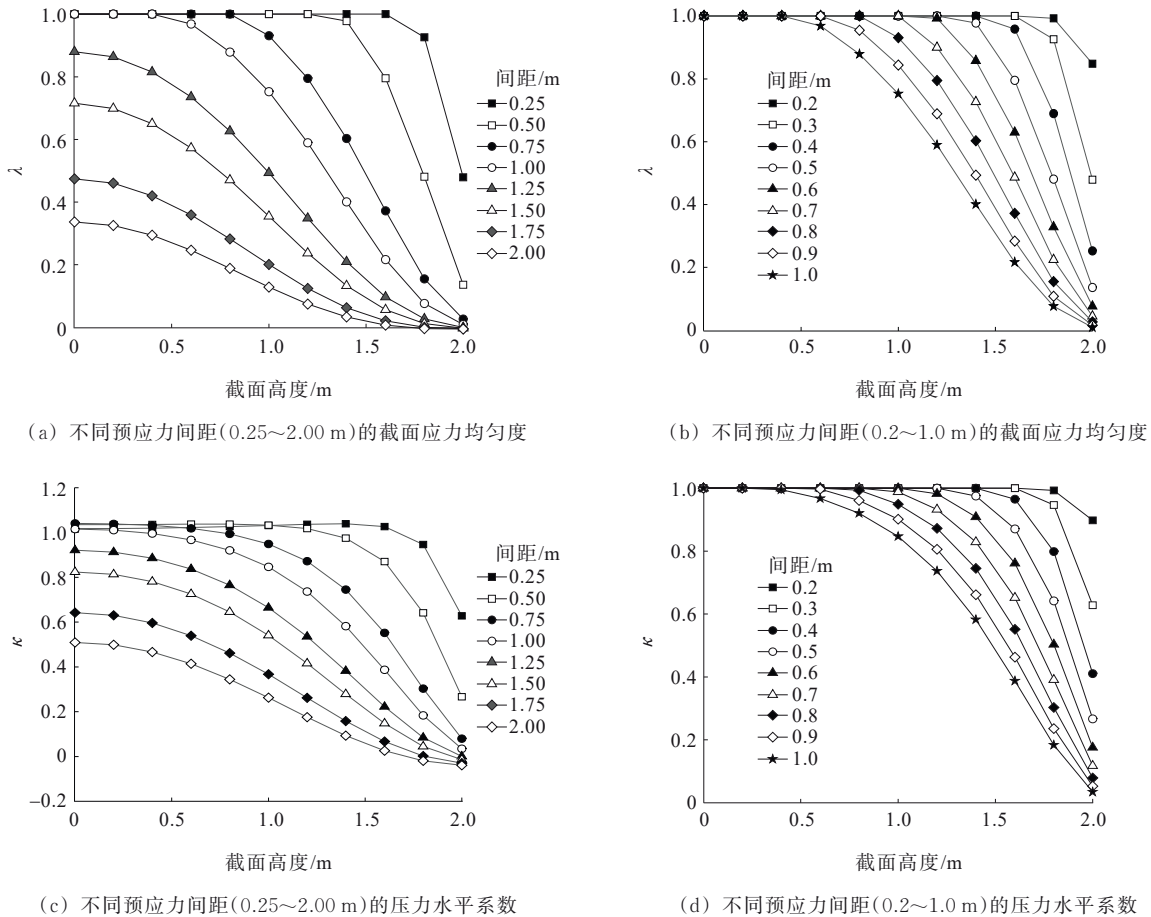


图7 不同预应力间距下的参数变化

Figure 7 Parameter variation under different prestress spacings

由图7(a)可以看出,当预应力间距小于1 m时,沿整个截面高度,均有部分区域可以保持截面应力均匀度为1,即在预应力束间截面位置的竖向正应力大于或等于预应力束位置处的竖向正应力;当预应力间距大于1 m时,整个截面高度上均无法保持截面应力均匀度为1。因此,为进行精细化分析,需研究预应力间距为0.2~1 m时不同截面高度的应力均匀度。由图7(b)可以看出,在截面中性轴至 $h_{L/4}/8$ 范围内,截面应力均匀度均保持在较高水平,而在 $h_{L/4}/8\sim h_{L/4}/4$ 范围内,当预应力间距大于0.6 m时,截面的应力均匀度开始逐渐下降。

由图7(c)、(d)可知:压力水平系数的变化规律与截面应力均匀度水平类似,当预应力间距小于0.6 m时,在截面中性轴至 $h_{L/4}/4$ 内均能保证截面压力水平系数大于0.95,而预应力间距为0.6~1.0 m时,截面压力水平系数由 $h_{L/4}/8$ 截面高度开始下降,至 $h_{L/4}/4$ 截面高度时仅能维持大于0.8的数值范围内。

由上节的竖向正应力分布规律可知:① 竖向预应力束位置的竖向正应力,随着截面高度由顶缘向截面中性轴位置靠近而逐渐减小;② 竖向预应力筋之间截面位置的竖向正应力,随着截面高度由顶缘向截面中性轴位置靠近而逐渐增大。因此,在 $h_{L/4}/4$ 高度,预应力束之间的竖向预应力如能满足抗剪要求,则截面中性轴附近区域的竖向预应力必能满足抗剪要求。

考虑到箱梁的中心轴通常在 $h_{L/4}/3$ 的范围内,本研究将 $h_{L/4}/4$ 高度的截面作为预应力盲区的控制截面,设计中需保证该高度位置的截面应力均匀度水平保持在0.95以上,以确保该控制截面以下至梁底缘控制截面以上范围内的预应力水平,均能满足工程中的抗剪需求。

为了使 $h_{L/4}/4$ 高度的截面应力均匀度水平维持在0.95以上,分别将 $x=\pm s$ (预应力束所在截面)以及 $x=0$ 代入式(9),令 $\Delta\sigma=\sigma_y(x=s)-\sigma_y(x=0)$ ,则 $\Delta\sigma$ 的表达式为:

$$\Delta\sigma = -\frac{4N}{Lt} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ 1 - \cos\left(\frac{n\pi s}{L}\right) \right] \frac{\text{sh}(n\pi a/L) \cos(n\pi s/L)}{\text{sh}(2n\pi s/L) + (2n\pi s/L)} \right. \\ \left. \left[ \text{ch}\left(\frac{n\pi a}{2L}\right) + \frac{n\pi s}{L} \cdot \text{cth}\left(\frac{n\pi s}{L}\right) \cdot \text{ch}\left(\frac{n\pi a}{2L}\right) - \frac{n\pi a}{2L} \cdot \text{sh}\left(\frac{n\pi a}{2L}\right) \right] \right\} \quad (17)$$

以预应力间距与截面高度的比值 $2s/h$ 作为参数

变量,将本文2.1节介绍的160 m连续梁桥工程实例的参数代入式(17),计算 $\Delta\sigma$ ,并绘制 $\Delta\sigma$ 随 $2s/h$ 变化的关系。如图8所示。

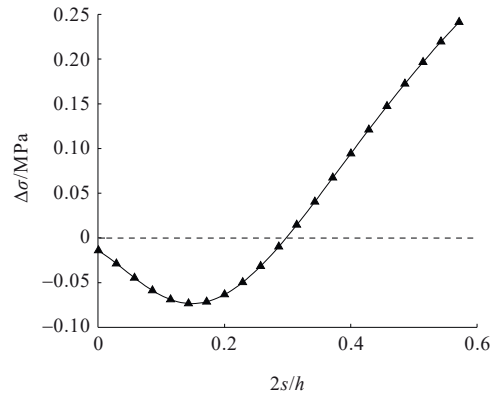


图8 应力差随预应力间距高度比变化关系

Figure 8 Relationship between stress difference and ratio of prestress spacing to height

由图8可知:①  $h_{L/4}/4$ 高度预应力束所在截面,在预应力间距较小时,竖向正应力与中间位置竖向正应力的应力差为负,表明中间位置的竖向正应力最大,截面的竖向正应力呈现单根预应力束作用效应的分布;随着预应力间距增大,当预应力间距与截面高度比值达到0.293(预应力间距 $2s=0.88$  m)时,竖向正应力差为0。此后,中间位置的竖向正应力小于预应力束位置的竖向正应力;② 为保证该截面应力均匀度水平维持在0.95以上,对应的预应力间距 $2s=1.02$  m,与截面高度的对应关系为 $2s=0.34h$ 。此时,连续梁桥1/4跨处腹板在截面 $\pm h_{L/4}/4$ 高度范围内均能处于高竖向正应力状态;③ 在实际工程中,竖向预应力的间距一般也按照 $0.3h$ 来进行取值,本文的计算结果也与工程实例较为相符;④ 最大竖向预应力间距确定方法:可以使截面均匀度水平保持在0.95以上,按照式(17) $\Delta\sigma$ 的计算公式,代入具体参数计算确定。

## 4 结论

(1) 在将箱梁腹板简化为平面应力问题的基础上,本文推导了2根预应力束作用下的腹板应力场弹性力学解析解公式。在不同预应力间距和不同截面高度下,该理论解析解竖向正应力的分布规律及数值均与有限元计算结果吻合较好,验证了本文理论的有效性。

(2) 竖向预应力筋间的应力分布随着预应力间

距的改变而变化:当竖向预应力间距较小时,扩散效应较为明显;随着竖向预应力间距的增大,扩散效应逐渐转为叠加效应。

(3) 竖向预应力的扩散效应在截面顶缘以下一定区域较为明显。在该区域内,不论预应力间距如何改变,预应力束间区域内的竖向正应力始终小于预应力束所在位置处的竖向正应力,表明存在一定的预应力盲区。而在截面中性轴附近区域,竖向正应力分布则较为均匀。

(4) 针对连续梁桥  $L/4$  位置附近区域的竖向正应力水平控制,根据截面应力与剪应力的分布规律确定  $h_{L/4}/4$  高度作为控制截面,以保证控制截面应力均匀度水平大于 0.95 为原则,提出了最大竖向预应力间距的确定方法。

#### 参考文献:

#### References:

- [1] 王艳,陈淮,李杰.大跨径PC连续刚构桥长期下挠影响因素分析[J].中外公路,2014,34(4):215-219.  
WANG Yan, CHEN Huai, LI Jie. Analysis of influencing factors of long-term deflection of long-span PC continuous rigid frame bridge[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2014, 34(4): 215-219.
- [2] 王蔚丞,黄香健,黎娅,等.大跨连续刚构桥梁腹板施工裂缝成因分析研究[J].混凝土,2024(3):188-192.  
WANG Weicheng, HUANG Xiangjian, LI Ya, et al. Analysis and research on the causes of construction cracks in webs of long-span continuous rigid frame bridges[J]. Concrete, 2024(3): 188-192.
- [3] 郑开启,刘钊,张宇峰,等.腹板斜向开裂混凝土梁桥的剪切刚度评估方法[J].桥梁建设,2015,45(4):46-51.  
ZHENG Kaiqi, LIU Zhao, ZHANG Yufeng, et al. Shear stiffness assessment method for concrete girder bridges with web diagonal cracks[J]. Bridge Construction, 2015, 45(4): 46-51.
- [4] 贾卫中,蔡金标,王天羽,等.杭州湾跨海铁路大桥引桥80m预制混凝土箱梁水化热分析及裂缝控制研究[J].桥梁建设,2025,55(3):1-10.  
JIA Weizhong, CAI Jinbiao, WANG Tianyu, et al. Hydration heat analysis and crack control for 80 m-long precast concrete box girders in approach bridge of Hangzhou Bay Sea-Crossing Railway Bridge[J]. Bridge Construction, 2025, 55(3): 1-10.
- [5] 郭伟,杨志军,郑兴贵.基于统计分析的贵州省已建刚构桥设计参数研究[J].中外公路,2023,43(6):201-207.  
GUO Wei, YANG Zhijun, ZHENG Xinggui. Study on design parameters of existing rigid frame bridges in Guizhou province based on statistical analysis[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2023, 43(6): 201-207.
- [6] 孙朝辉.某连续刚构桥腹板斜裂缝分析及处理措施[J].中外公路,2016,36(6):176-178.  
SUN Chaohui. Analysis and treatment measures of inclined cracks in the web of a continuous rigid frame bridge[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2016, 36(6): 176-178.
- [7] 杨吉新,石旷,喻桥.斜拉桥施工阶段 $\pi$ 型混凝土梁翼缘板裂缝成因分析与防裂措施研究[J].桥梁建设,2024,54(2):31-38.  
YANG Jixin, SHI Kuang, YU Qiao. Flange cracking causes of  $\pi$ -shaped concrete girders in under-construction cable-stayed bridge and prevention measures[J]. Bridge Construction, 2024, 54(2): 31-38.
- [8] 耿蒙蒙.大跨度预应力混凝土连续刚构桥配束设计方法的研究[D].广州:华南理工大学,2018.  
GENG Mengmeng. Study on the design method of bundle arrangement for long-span prestressed concrete continuous rigid frame bridge[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2018.
- [9] 卫星,赵骏铭,肖林,等.连续刚构桥施工过程中腹板裂缝检测与研究[J].铁道工程学报,2019,36(7):38-43,86.  
WEI Xing, ZHAO Junming, XIAO Lin, et al. Detection and analysis of web cracks in construction of continuous rigid frame bridge[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2019, 36(7): 38-43,86.
- [10] 张铁志,陈萃华,黄华,等.基于卷积神经网络的无人机成像桥梁裂缝检测方法研究[J].世界桥梁,2024,52(3):111-118.  
ZHANG Tiezhi, CHEN Cuihua, HUANG Hua, et al. Research on bridge crack detection method of UAV imaging based on convolutional neural network[J]. World Bridges, 2024, 52(3): 111-118.
- [11] 唐利科,宋随弟.大跨度连续刚构桥腹板开裂原因分析[J].铁道建筑,2023,63(1):78-83.  
TANG Like, SONG Suidi. Analysis of web cracking of long-span continuous rigid frame bridge[J]. Railway Engineering, 2023, 63(1): 78-83.
- [12] 李华,刘海宽,程坤,等.连续刚构桥损伤计算模型分析与加固方案研究[J].中外公路,2019,39(3):97-100.  
LI Hua, LIU Haikuan, CHENG Kun, et al. Research on damage model and reinforcement scheme of continuous rigid frame bridges[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2019, 39(3): 97-100.
- [13] 冯仲仁,杨亚磊,李伟.基于响应面法的连续刚构桥结构优化设计[J].中外公路,2018,38(3):102-106.  
FENG Zhongren, YANG Yalei, LI Wei. Structural optimization design of continuous rigid frame bridge based on response surface method[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2018, 38(3): 102-106.
- [14] 李翠华,金泰村,王冬泽,等.分缝护栏致空心板梁桥L型裂缝预应力控制方法研究[J].桥梁建设,2024,54(2):70-76.  
LI Cuihua, JIN Taicun, WANG Dongze, et al. A prestressing approach to control L-shaped cracks in hollow core beam bridge induced by joints in cast-in-situ

- parapets[J]. *Bridge Construction*, 2024, 54(2): 70-76.
- [15] 钟新谷, 李锋, 邹建敏, 等. 混凝土箱梁桥竖向预应力作用下腹板应力场分析[J]. *湖南科技大学学报(自然科学版)*, 2005, 20(2): 48-52.  
ZHONG Xingu, LI Feng, ZOU Jianmin, et al. Analysis on the stress field in webs of concrete box girder bridge under the action of vertical prestress[J]. *Journal of Hunan University of Science & Technology (Natural Science Edition)*, 2005, 20(2): 48-52.
- [16] 韦景光. 竖向预应力施加顺序对PC连续刚构桥腹板混凝土开裂影响研究[J]. *公路*, 2023, 68(9): 232-237.  
WEI Jingguang. Study on the influence of vertical prestress application sequence on web concrete cracking of PC continuous rigid frame bridge[J]. *Highway*, 2023, 68(9): 232-237.
- [17] 赵宝俊, 郝宪武, 李子青. 竖向预应力作用下PC箱梁腹板应力场分析[J]. *广西大学学报(自然科学版)*, 2011, 36(4): 599-604.  
ZHAO Baojun, HAO Xianwu, LI Ziqing. Analysis on stress field of box girder webs under vertical prestress load [J]. *Journal of Guangxi University (Natural Science Edition)*, 2011, 36(4): 599-604.
- [18] 赵宝俊. 竖向预应力作用下箱梁腹板的受力机理研究[D]. 西安: 长安大学, 2012.  
ZHAO Baojun. Study on mechanical mechanism of box girder web under vertical prestress[D]. Xi'an: Chang'an University, 2012.
- [19] MOLDOVAN I, MATHE A, CATARIG AL, et al. Emphasis on prestress losses of a post-tensioned concrete waffle slab [J]. *Modern Technologies for the 3rd Millennium*, 2016: 141-146.
- [20] 宋重阳, 付星燃, 高洪波, 等. 预应力连续箱梁体内体外组合预应力加固技术研究[J]. *中外公路*, 2025, 45(2): 187-193.  
SONG Chongyang, FU Xingran, GAO Hongbo, et al. Internal and external prestress reinforcement technology for prestressed continuous box girder[J]. *Journal of China & Foreign Highway*, 2025, 45(2): 187-193.
- [21] 王勇平, 樊锋, 曾汉辉, 等. 预应力混凝土箱梁典型裂缝成因分析[J]. *公路交通科技*, 2023, 40(增刊1): 240-247.  
WANG Yongping, FAN Feng, ZENG Hanhui, et al. Cause analysis of typical cracks in prestressed concrete box girder[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2023, 40(sup 1): 240-247.
- [22] 刘红义, 张劲泉, 周建庭, 等. 预应力混凝土现浇箱梁运营期腹板斜向裂缝损伤分析[J]. *公路交通科技*, 2022, 39(8): 9-15.  
LIU Hongyi, ZHANG Jinqian, ZHOU Jianting, et al. Analysis on damage of oblique crack in web of PC cast-in-place box girder during operation[J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2022, 39(8): 9-15.
- [23] XU X F, ZHANG F, LI S K. Research on the influence of the inclination errors of vertically prestressed anchor plates of concrete box beams to its prestress loss[C]//2011 International Conference on Electric Technology and Civil Engineering (ICETCE). Lushan. IEEE, 2011: 2541-2544.
- [24] 张亮, 周旭东, 李彦兵, 等. 基于X射线衍射的桥梁有效预应力测试及修正[J]. *中外公路*, 2025, 45(2): 194-203.  
ZHANG Liang, ZHOU Xudong, LI Yanbing, et al. Test and correction of effective prestress in bridges based on X-ray diffraction[J]. *Journal of China & Foreign Highway*, 2025, 45(2): 194-203.
- [25] SHAO X D, PAN R S, ZHAO H, et al. Prestress loss of a new vertical prestressing anchorage system on concrete box-girder webs[J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2014, 19(2): 210-219.
- [26] 王楨, 牛永喆, 李海鹏. 宝鸡清水河特大桥主桥总体设计[J]. *中外公路*, 2023, 43(6): 105-115.  
WANG Zhen, NIU Yongzhe, LI Haipeng. Overall design of main bridge of Qingshui river bridge in Baoji[J]. *Journal of China & Foreign Highway*, 2023, 43(6): 105-115.
- [27] 肖安斌, 陈伟, 邓亨长, 等. 湖北白洋长江公路大桥施工关键技术[J]. *公路*, 2021, 66(9): 219-225.  
XIAO Anbin, CHEN Wei, DENG Hengchang, et al. Key construction techniques of Hubei baiyang Yangtze River highway bridge[J]. *Highway*, 2021, 66(9): 219-225.
- [28] 孙义斐, 崔立川, 黄月超, 等. 百米级UHPC简支箱梁桥设计[J]. *世界桥梁*, 2024, 52(6): 22-27.  
SUN Yifei, CUI Lichuan, HUANG Yuechao, et al. Design of simply-supported UHPC box girder bridge with span length over 100 m[J]. *World Bridges*, 2024, 52(6): 22-27.