

# 不同界面滑移模型下CFRP加固钢筋混凝土梁抗剪研究

姜冰<sup>1</sup>,王方立<sup>1</sup>,孙鉴峰<sup>2\*</sup>

(1.中交路桥华南工程有限公司,广东 中山 528400;2.武汉建工集团股份有限公司,湖北 武汉 430000)

**摘要:**为研究不同FRP-混凝土界面黏结滑移模型对FRP加固钢筋混凝土梁抗剪性能的影响,该文设计并浇筑了5片钢筋混凝土矩形梁,其中4片梁分别使用碳纤维布(Carbon Fiber Reinforced Plastic,CFRP)进行侧面条带间隔加固、条带连续加固、U形间隔加固以及U形连续加固,并对试验梁进行现场加固试验。同时,采用Abaqus有限元软件,选取3种已有的黏结滑移模型,构建基于界面脱黏失效过程的有限元分析模型,并将分析结果与试验结果进行了对比。结果表明:有限元模拟结果与试验结果在加固梁破坏过程和极限承载能力等方面吻合较好,试验所得到的抗剪承载力提升了13.5%~42.9%,而有限元模拟得到的提升了5.5%~47.7%。脱黏前后界面的剪力和滑移变化曲线表明:FRP-混凝土的脱黏是瞬间发生的。界面损伤后,CFRP条带所受剪力转移至相邻的条带,并进一步引起界面损伤,导致条带剥离;最终,CFRP加固混凝土梁的破坏形式均为CFRP的逐步剥离,导致梁的极限承载能力不足。不同的黏结滑移关系下,界面损伤的发展存在差异,进而影响了FRP条带的剥离过程,并最终影响整体的FRP抗剪贡献。在相同加固形式下,采用不同黏结滑移关系的模拟结果显示,CFRP抗剪贡献的误差为0.1%~15.9%。其中,Nakaba模型下的CFRP抗剪贡献表现得更安全,而Lu模型的模拟效果总体更好。

**关键词:**FRP-混凝土界面;黏结滑移模型;CFRP加固;钢筋混凝土梁;抗剪贡献

中图分类号:U443.35

文献标志码:A

## Shear Behavior of Reinforced Concrete Beams Strengthened by CFRP under Different Interface Slip Models

JIANG Bing<sup>1</sup>, WANG Fangli<sup>1</sup>, SUN Jianfeng<sup>2\*</sup>

(1. Road & Bridge South China Engineering Co., Ltd., Zhongshan, Guangdong 528400, China;

2. Wuhan Construction Group Co., Ltd., Wuhan, Hubei 430000, China)

**Abstract:** To investigate the impact of different fiber reinforced polymer (FRP)-concrete interface bond-slip models on the shear performance of FRP-strengthened reinforced concrete beams, this study designed and cast five rectangular reinforced concrete beams. Four of these beams were reinforced with carbon fiber reinforced plastic (CFRP) using four different methods: side strip spaced reinforcement, continuous strip reinforcement, U-shaped spaced reinforcement, and U-shaped continuous reinforcement. Field tests were conducted on the reinforced concrete beams. By utilizing Abaqus finite element analysis software, a finite element analysis model based on the interface debonding failure process was constructed by selecting three existing bond-slip models. The analysis results were subsequently compared with the experimental findings. The results indicate that the finite element simulations correlate well with the experimental observations regarding the failure process and ultimate load capacity of the reinforced beams. There is an increase in shear capacity ranging from 13.5% to 42.9%, while the finite element simulations demonstrate an increase between 5.5% and 47.7%. The shear and slip variation curves before and after debonding reveal that the FRP-concrete interface debonding occurs instantaneously. Following interface damage, the shear carried by the CFRP strips transfers to adjacent

收稿日期:2025-01-03(修改稿)

基金项目:新疆维吾尔自治区自然科学基金资助项目(编号:2020D01C027)

作者简介:姜冰,男,硕士,高级工程师.E-mail:25691952@qq.com

\*通信作者:孙鉴峰,男,硕士,助理工程师.E-mail:2924751891@qq.com

strips, further inducing interface damage that leads to strip delamination. Ultimately, the failure mode of the CFRP-reinforced concrete beams is characterized by progressive CFRP delamination, resulting in insufficient ultimate load capacity of the beams. Different bond-slip relationships result in variations in interface damage development, which subsequently influences the FRP strip delamination process and ultimately affects the overall FRP shear contribution. For identical reinforcement configurations, simulation results with varying bond-slip relationships indicate errors in CFRP shear contributions ranging from 0.1% to 15.9%. Among these, the Nakaba model demonstrates a more conservative CFRP shear contribution, while the Lu model generally provides the most accurate simulation results.

**Keywords:** FRP-concrete interface; bond-slip model; CFRP strengthening; reinforced concrete beam; shear contribution

## 0 引言

外粘贴纤维增强复合片材(FRP)加固混凝土结构技术是当今土木工程界兴起的一种全新的加固技术。相对于传统的混凝土加固技术,其具有重量增加少、施工操作便捷、无腐蚀问题等优势,被广泛应用于各类结构的加固改造中。其中,纤维布加固混凝土结构是最常见的一种形式<sup>[1-2]</sup>,能有效提升结构性能<sup>[3-4]</sup>。

为限制剪切裂缝的拓展,增强混凝土梁的抗剪能力,混凝土梁的抗剪加固形式主要包括条形粘贴、U形粘贴和全裹粘贴3种形式<sup>[5]</sup>。纤维布和混凝土之间的黏结是保证这两种材料协同工作的关键,界面能有效传递应力,而这两者的脱黏对条带的剥离具有重要影响<sup>[6]</sup>,因此,对这两种材料界面的黏结原理应开展深入研究。但在具体的纤维布抗剪加固钢筋混凝土梁试验中,难以精确捕捉这种界面在宏观上的微小变化,并且该试验成本高、误差大。随着计算机技术的发展,使用有限元软件模拟试验为研究提供了更经济有效的方式。而纤维布-混凝土的黏结滑移模型对钢筋混凝土梁抗剪加固中纤维布剪力贡献的数值分析至关重要。因此,有必要对纤维布与混凝土的界面黏结滑移行为进行深入研究,提出准确可靠的界面黏结滑移本构模型,并基于黏结滑移原理研究FRP的抗剪贡献。

关于FRP抗剪加固钢筋混凝土矩形梁的试验研究,已有大量学者取得了相关成果<sup>[7-11]</sup>。在有限元研究方面,通过对面内剪切试验数据进行回归和拟合,已建立了多种通过界面剪应力和相对位移来表征界面力学行为的黏结滑移模型<sup>[12-16]</sup>,并有部分学者将黏结滑移关系加入有限元模拟中<sup>[17-21]</sup>。这些研究包括使用弹簧单元和不同种界面黏结模型模拟梁的抗弯性能;使用不同种黏结模型模拟同一种粘贴加固形

式;通过改变FRP-混凝土界面各影响参数来模拟不同类型的加固梁等。

从已有的研究成果来看,纤维布与钢筋混凝土梁界面的黏结性能对加固效果有直接影响,深入探究纤维布和混凝土之间的黏结滑移关系对纤维布抗剪加固混凝土梁至关重要,进一步深入研究界面间的黏结滑移机理,对纤维布抗剪加固混凝土梁承载力的提高具有重要影响。目前,针对不同加固方式下矩形梁抗剪贡献,有限元研究基本上只采用了一种黏结滑移关系,虽与试验结果吻合较好,但缺乏不同种黏结滑移关系下同种加固方式抗剪贡献和界面行为及裂缝发展的对比,以及不同黏结滑移关系对不同加固方式模拟的精确性。

本文旨对不同种黏结滑移关系有限元模拟下的各梁界面的破坏过程和界面脱黏前后的剪力与滑移量进行分析,对比3种黏结滑移关系对界面破坏的影响,得到基于不同种界面黏结滑移关系下4种加固方式的CFRP抗剪贡献。据此,制作了4种加固形式的试验梁和1组参考梁进行现场加载试验,获得荷载位移、各部件应力-应变、加固梁破坏过程等试验数据。同时,运用有限元软件,使用不同黏结-滑移关系模拟现场试验梁,得到有限元数值结果并进行对比分析,从而得到考虑黏结滑移机理的CFRP的抗剪贡献。

## 1 CFRP抗剪加固混凝土梁试验

### 1.1 试件设计及材料参数

为探究FRP抗剪加固钢筋混凝土梁的FRP抗剪贡献,采用以下4种加固形式:侧面条形间隔粘贴(B-SS)、侧面U形间隔粘贴(B-SU)、侧面连续条形粘贴(B-CS)和侧面U形连续粘贴(B-CU)。为使钢筋混凝土梁最终的破坏形态为受剪破坏,本试验受拉钢筋采用3.0%的配筋率和0.19%的配箍率,钢筋混凝土梁的截面及配筋见图1。矩形梁尺寸为:长度为

1 500 mm,高度为 260 mm,宽度为 150 mm。矩形梁采用 C45 混凝土,实测其混凝土立方体强度平均为 47.8 MPa。顶底部纵筋采用 HRB $\phi$ 3@22 带肋钢筋,箍筋采用 HPB $\phi$ 6@200。试验采用的单层碳纤维复合材料(CFRP)的抗拉强度为 3 480 MPa,厚度为 0.167 mm。

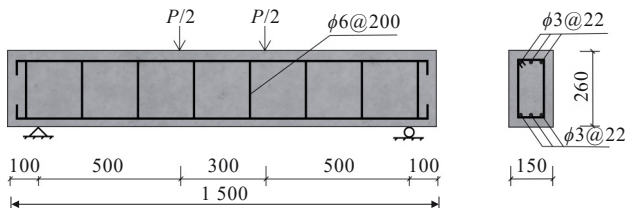


图 1 试验梁尺寸及钢筋布置图(单位:mm)

Figure 1 Dimension of test beam and arrangement of reinforcement (unit: mm)

### 1.2 加固方案

试验制作了 5 片相同尺寸和相同钢筋布置的钢筋混凝土梁,采用 4 种不同的单层 CFRP 加固方式。其中“B1”表示参考梁,如图 2 所示。

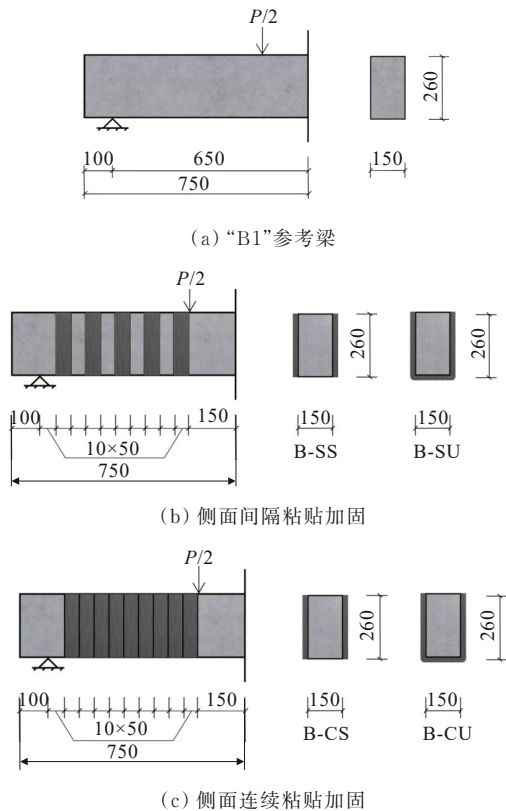
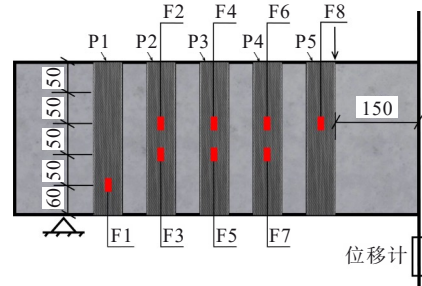


图 2 参考梁和 CFRP 加固方式(单位:mm)

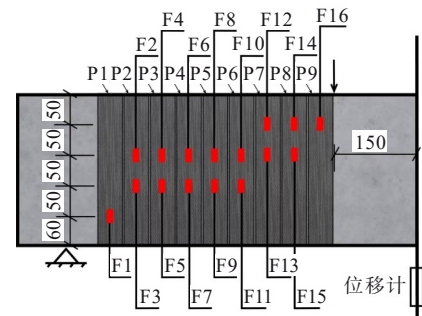
Figure 2 Control beam and CFRP-strengthened configurations (unit: mm)

### 1.3 试验及量测设计

试验采用 MAS-500 伺服液压试验机四点静力加载方法,通过分配梁将作动器的加载力对称集中分配到试验梁顶端。加载采用分级加载方式。在加载过程中混凝土梁出现受弯裂缝前后、剪切裂缝前后以及接近极限荷载时,采取每级 5 kN 进行加载,其他阶段以每级 10 kN 进行加载。每级加载完成后持荷 5 min,同时观察和记录梁上裂缝的开展和延伸情况,直至试件破坏。使用 DH3816 静态应变测试系统,在 CFRP 上斜裂缝附近位置粘贴应变片,并在梁底放置位移计,应变片布置如图 3 所示。试验量测的数据包括混凝土梁中点的挠度、CFRP 的应变和试验过程中的标志性荷载。



(a) 侧面条形及 U 形加固梁应变片布置



(b) 连续条形及 U 形加固梁应变片布置

图 3 应变片布置(单位:mm)

Figure 3 Strain gauge arrangement (unit: mm)

## 2 有限元模型建立

### 2.1 界面本构关系选取

针对 CFRP-混凝土界面的力学行为,本文采用内聚力模型(Cohesive Surfaces)。内聚力模型通过力-相对分离位移关系来模拟两个面之间复杂的破坏过程。内聚力模型的力-相对分离位移关系需要根据所模拟材料的极限强度、最大滑移量、初始刚度来确定,如图 4 所示。其本构关系式为:

$$\begin{Bmatrix} \tau_n \\ \tau_s \\ \tau_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} K_{nn} & & \\ & K_{ss} & \\ & & K_{tt} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\tau_i (i=n, s, t)$  分别为界面上3个方向的应力;  $K_{ii} (i=n, s, t)$  分别为界面上法向正应力和两个切应力系数对应的刚度系数;  $\varepsilon_i (i=n, s, t)$  分别为界面上3个方向的应变。

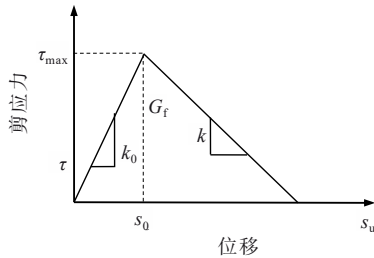


图4 CFRP-混凝土界面本构关系

Figure 4 Constitutive relationship of CFRP-concrete interface

当FRP-混凝土界面开始受力时,界面上3个方向的剪应力处于随相对位移的增加而增大的弹性阶段;当剪应力达到临界值  $\tau_{\max}$  后,界面开始出现损伤,进入软化阶段,黏结刚度降低;当损伤完全时,剪应力降为零,相对位移达到最大值。整个过程中,消耗的能量为最大断裂能  $G_f$  (即相对分离位移-力关系函数曲线与坐标轴围成区域的面积)。

目前,已有众多学者提出了多种FRP-混凝土界面黏结滑移关系模型。本文选取3种黏结滑移关系作为CFRP-混凝土界面本构参数,对4根加固梁进行有限元建模并分析对比。

### 2.1.1 Nakaba模型<sup>[15]</sup>

Nakaba等<sup>[15]</sup>对30个面内剪切试验获得的应变数据,利用差分插值法建立了双曲线模型:

$$\tau = \tau_{\max} \left[ \frac{s}{s_0} \cdot \frac{3}{2 + (s/s_0)^3} \right] \quad (2)$$

$$\tau_{\max} = 3.5f_c^{0.19} \quad (3)$$

$$s_0 = 0.065 \text{ mm} \quad (4)$$

式中:  $f_c$  为混凝土抗压强度。

计算得到:对于本文所有加固形式的梁,  $\tau_{\max} = 7.29 \text{ MPa}$ 、 $s_u = 0.5 \text{ mm}$ 、 $k_0 = 106.6 \text{ MPa/mm}$ 、 $G_f = 1.98 \text{ N/mm}$ 。

### 2.1.2 Monti模型<sup>[13]</sup>

Monti等<sup>[13]</sup>考虑了胶层的弹性模量及宽度比,并基于面内剪切试验,采用差分插值方法得到数据,拟合出适用于剥离试验的双线性模型:

$$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} \left( \frac{s}{s_0} \right) & s \leq s_0 \\ \tau_{\max} \left( \frac{s_u - s}{s_u - s_0} \right) & s_0 < s \leq s_u \\ 0 & s > s_u \end{cases} \quad (5)$$

$$\tau_{\max} = 1.8\beta_w f_t \quad (6)$$

$$s_0 = 2.5\tau_{\max} \left( \frac{t_a}{E_a} + \frac{50}{E_c} \right) \quad (7)$$

$$s_u = 0.33\beta_w \quad (8)$$

$$\beta_w = \sqrt{\frac{1.5(2 - b_f/b_c)}{1 + b_f/100}} \quad (9)$$

式中:  $E_a$  和  $t_a$  分别为胶层的弹性模量和厚度;  $E_c$  为混凝土的弹性模量;  $\beta_w$  为宽度修正系数;  $b_f$  和  $b_c$  分别为FRP条带宽度和混凝土宽度。

计算得到:对于本文间隔加固梁,  $\tau_{\max} = 6.97 \text{ MPa}$ 、 $s_0 = 0.032 \text{ mm}$ 、 $s_u = 0.4 \text{ mm}$ 、 $k_0 = 221.3 \text{ MPa/mm}$ 、 $G_f = 1.39 \text{ N/mm}$ ;对于本文连续加固梁,  $\tau_{\max} = 5.69 \text{ MPa}$ 、 $s_0 = 0.026 \text{ mm}$ 、 $s_u = 0.33 \text{ mm}$ 、 $k_0 = 218.8 \text{ MPa/mm}$ 、 $G_f = 0.93 \text{ N/mm}$ 。

### 2.1.3 Lu模型<sup>[12]</sup>

Lu等<sup>[12]</sup>通过有限元程序建立精细化单元模型,模拟计算出FRP-混凝土界面破坏过程中的FRP应变-滑移情况,分析得到了精确模型,在考虑到胶层刚度对界面破坏能影响很小的情况下简化模型,并保持总破坏能和最大界面剪切力点坐标不变,进一步简化为双线性模型:

$$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} \left( \frac{s}{s_0} \right) & s \leq s_0 \\ \tau_{\max} \left( \frac{s_u - s}{s_u - s_0} \right) & s_0 < s \leq s_u \\ 0 & s > s_u \end{cases} \quad (10)$$

$$\tau_{\max} = 1.5\beta_w f_t \quad (11)$$

$$s_0 = 0.0195\beta_w f_t \quad (12)$$

$$s_u = 2G_f/\tau_{\max} \quad (13)$$

$$\beta_w = \sqrt{\frac{2.25 - b_f/b_c}{1.25 + b_f/b_c}} \quad (14)$$

$$G_f = 0.308\beta_w^2 \sqrt{f_t} \quad (15)$$

计算得到:对于本文间隔加固梁,  $\tau_{\max} = 4.74 \text{ MPa}$ 、 $s_0 = 0.06 \text{ mm}$ 、 $s_u = 0.28 \text{ mm}$ 、 $k_0 = 79.0 \text{ MPa/mm}$ 、 $G_f = 0.54 \text{ N/mm}$ ;对于本文连续加固梁,  $\tau_{\max} = 3.56 \text{ MPa}$ 、 $s_0 = 0.046 \text{ mm}$ 、 $s_u = 0.17 \text{ mm}$ 、 $k_0 = 77.4 \text{ MPa/mm}$ 、 $G_f = 0.30 \text{ N/mm}$ 。

对比3种黏结滑移本构模型可以发现:早期通过面内剪切试验数据回归出的Nakaba模型未区分加固条带的间隔及加固量对界面参数的影响,而通过精细化有限元建模等方法研究出的Monti模型和Lu模型,则加入了宽度修正系数、混凝土参数和胶层参数等因素的影响,因而各模型界面最大剪应力 $\tau_{\max}$ 、最大滑移量 $s_u$ 和界面破坏能 $G_f$ 在Abaqus软件中用来判断界面损伤和演化的重要参数各不相同,进而影响整个加固梁的界面行为。实际FRP抗剪加固钢筋混凝土梁加固形式和加固材料的多样性,导致界面行为复杂,使用不同黏结滑移本构模型模拟相同条件下的加固梁,可以更经济有效地探索多因素影响条件下界面的变化规律。因此,本文选取这3种具有代表性的黏结滑移本构模型,探究界面黏结滑移对FRP抗剪贡献的影响。

## 2.2 几何模型的建立

采用商业有限元软件Abaqus进行三维有限元建模分析,其操作流程为:①几何模型的建立;②定义单元类型和材料属性;③定义荷载;④定义约束和边界条件;⑤网格划分、总装求解;⑥后处理,得到分析结果。

按照试验梁1:1的尺寸分别建立混凝土、纵筋、箍筋、CFRP条带和钢垫板的三维实体模型;将所有箍筋和纵筋分别集成为一个整体,便于整体赋予截面属性;在混凝土部件上将需要粘贴CFRP的部位画上辅助线;标记钢垫板的中心点为参考点,以便后续添加集中荷载点与支座边界条件。在装配模块中,使用复制、阵列命令等距生成CFRP条带,并将所有条带设置为一个集合;使用旋转、移动命令调整各部件位置;并按实际位置将各部件组合在一起。其中,混凝土采用三维实体单元(C3D8R),这种单元在3个方向上有自由度,同时将混凝土材料特性输入Abaqus属性库中;钢筋采用桁架单元(T3D2),根据纵筋和箍筋直径和材料特性赋予单元截面属性;CFRP采用壳单元(S4R)模拟。为了防止模拟中出现应力集中现象,在梁顶两点承受集中荷载处与两端支座处添加垫块,如图5所示。

本文采用Abaqus内置的混凝土塑性损伤(CDP)模型,该模型认为混凝土因拉伸开裂和压缩破坏而失效,由用户定义的单轴拉伸和压缩关系来描述混凝土的屈服和破坏演化,包括破坏应力前的线弹性阶段和破坏应力后的软化(拉伸)及硬化(压缩)。本文试验中,梁混凝土设计等级为C45,实测立方体抗

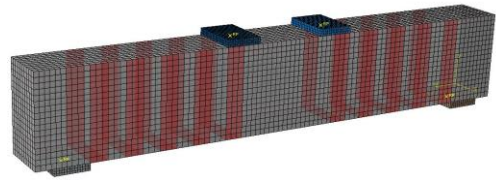


图5 有限元建模

Figure 5 Finite element modeling

压强度平均值为47.74 MPa,密度为 $2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,数值模拟中混凝土的本构关系采用余志武等<sup>[22]</sup>、丁发兴等<sup>[23]</sup>混凝土拉压本构方程,根据本构关系输入的参数主要有:混凝土密度、弹性模量、泊松比、混凝土受拉塑性应力-应变曲线、混凝土受压塑性应力-应变曲线、混凝土塑性损伤参数(膨胀角、偏心率等)、压缩塑性硬化参数、拉伸硬化曲线、拉伸损伤曲线。

相较于其他没有考虑FRP-混凝土之间的黏结滑移关系而直接将界面采用绑定(Tie)约束的建模方法,本文采用黏聚力接触(Surface-based cohesive behavior)模拟界面,黏聚力接触方法是作为一种接触(contact)来联系不同的两个表面,先将上述3种黏结滑移参数键入相互接触界面属性中,再选择二次应力损伤准则和基于能量的BK准则损伤演化规律,最后将两种材料的对应平面通过相互作用模块结合,完成定义。

在Abaqus的荷载模块中定义支座边界条件并添加荷载。梁左端支座允许在X方向上转动,即除了 $U_{R1}$ ,其他方向上的位移与转动全部约束;梁右端支座允许在X方向和Z方向上的移动,即只释放 $U_{R1}$ 和 $U_{R3}$ ,其他全部约束。为提高模型计算的收敛性,采用幅值曲线控制的位移加载方式,对称添加位移值。

在提交计算前,先根据实际情况选择网格大小对构件进行网格划分。经过选择10、15、25单元尺寸的网格划分进行试算,发现10单元尺寸计算时间远超其他两种尺寸,且裂缝形态云图与15单位尺寸相差不大,故本文模拟对混凝土梁、钢筋和CFRP采用15的单元尺寸,对钢垫块采用7.5的单元尺寸进行种子布置,最后完成整体网格划分。

## 3 结果分析及对比

### 3.1 试验梁和数值梁破坏过程

在试验加载初期阶段,各梁均在受弯段出现裂纹且发展趋势相近,随着荷载的增加,各梁斜截面开

始出现多条斜裂缝,在弯剪段靠近支座处产生的主斜裂缝随着荷载的增加逐渐贯穿至梁顶。最终,各试验梁均发生CFRP的剥离破坏,如图6所示。加固梁CFRP条带的剥离过程为:相比于参考梁,加固梁的主斜裂缝附近的裂纹数量较少。斜裂缝产生后,在穿过CFRP条带的附近先产生微小的剥离,随后随着荷载的增加逐渐向条带上、下方向发展,直至剥离到达最近的梁顶后退出工作。其中,当斜裂缝附近的CFRP先剥离至U形加固条带的梁底转角而停止时,斜裂缝上部的CFRP会继续剥离至梁顶,直到整条CFRP条带完全剥离。同时,CFRP条带沿着斜裂缝的拓展方向,从斜裂缝开始出现的位置分别向加载点和支座处按顺序剥离。

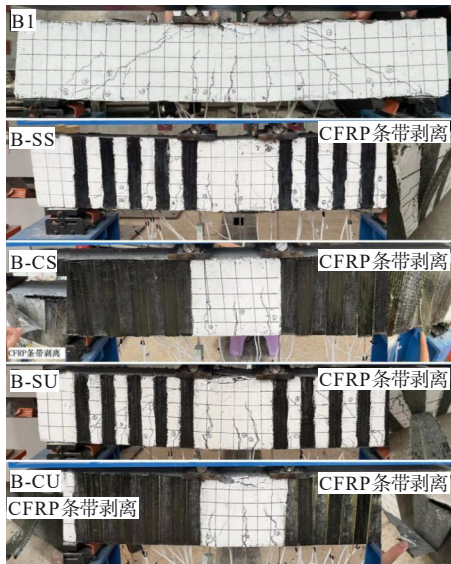


图6 试验梁的破坏模式图  
Figure 6 Failure modes of test beam

图7为5根试验梁的荷载跨中位移曲线,表1列出了5根梁的特征荷载。

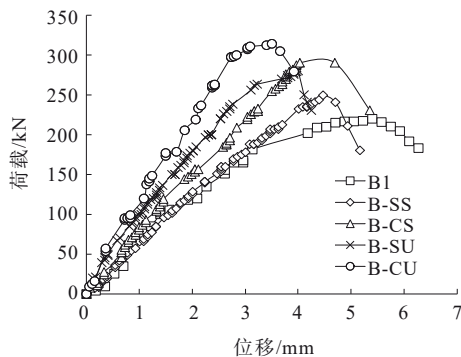


图7 试验梁荷载-跨中位移曲线  
Figure 7 Load-deflection at half span of test beam

表1 试验梁特征荷载  
Table 1 Characteristic loads of test beam

梁编号	CFRP 间距/mm	正截面 开裂荷载/kN	斜截面 开裂荷载/kN	极限 荷载/kN	极限荷载 提高程 度/%	极限 位移/mm
B1	—	35.1	85.1	219.9	—	5.4
B-SS	50	47.0	112.8	249.5	13.5	4.4
B-CS	0	52.5	—	290.5	32.1	4.0
B-SU	50	50.0	103.7	280.2	27.4	4.0
B-CU	0	53.7	—	314.3	42.9	3.5

从图7和表1可以看出:①荷载位移曲线前段为线弹性变化阶段,斜率最大,5根加固梁在纯弯段出现第一条竖直裂缝时的荷载值相差不大。这是因为剪切斜裂缝出现之前,CFRP加固条带发挥的作用很小,5根梁的刚度差距并不明显,因而截面开裂荷载与对应的跨中位移相差不大;②在跨中出现弯曲裂缝后,梁的刚度开始变小,曲线斜率减小;③随着剪切斜裂缝的生成,CFRP条带参与剪力的承担,曲线斜率进一步减小;④相比于参考梁,加固梁的曲线斜率更大,这是因为CFRP条带限制了梁裂缝的延伸,延缓了梁的变形,进而间接提高了梁的刚度;⑤在接近极限承载能力前的阶段,曲线斜率最小,CFRP条带充分发挥作用。不同加固形式梁的极限荷载与加固量呈正相关,且U形包裹加固的效果比侧面条形粘贴加固更为明显;⑥随着荷载的加大,纤维条带逐渐绷紧,开始因脱黏或剥离而退出工作,当梁达到极限状态后,荷载急剧下降,曲线斜率在图中表现为负值;⑦从达到极限荷载后的位移曲线可以看到,相比于参考梁较为缓慢的下降段,加固梁的曲线斜率更为陡峭。CFRP属于弹性材料,一旦超过纤维布和混凝土之间的黏结强度,会导致脱黏破坏,迅速退出工作,无法继续协助梁承受剪力和限制剪切斜裂缝的拓展延伸,也无法约束混凝土的变形,导致梁刚度的迅速下降,脆性相对明显;⑧在整个过程中,CFRP加固条带作为拉杆协助梁承受剪力,也从外部限制了裂缝的发展,使得梁整体受剪承载力提高了13.5%~42.9%。此外,加固量和加固形式与极限位移量也有一定关系,对比B-SS和B-CS、B-SU和B-CU、B-SS和B-SU、B-CS和B-CU可以发现,连续粘贴梁的极限挠度比间隔粘贴梁的小,U形粘贴梁的极限挠度比条形粘贴梁的小。因此,连续粘贴和U形粘贴加固效果更好。

有限元模拟中,加固梁的整个破坏过程大致可以分为5个阶段:混凝土正截面开裂前的过程为第1阶段;正截面开裂到斜裂缝的形成成为第2阶段,与试验现象相似,梁底纯弯段混凝土由跨中开始向梁两端产生弯曲裂缝并向梁顶发展,随后各条垂直弯曲裂缝发展到弯剪区,改变了发展趋势,生成了多条斜裂缝,随着荷载的增加逐渐相交汇聚形成约 $45^\circ$ 主斜裂缝的过程为第3阶段;生成主斜裂缝后直至CFRP条带的相继剥离为第4阶段;第一条条带剥离后,进入第5阶段,并随着极限荷载的接近和裂缝继续延伸CFRP条带部分相继剥离直至到达极限荷载后梁发生破坏。

图8为B-SS的裂缝形态图,从上至下分别为Nakaba、Monti和Lu模型。

从图8可以看出:① 荷载从0增加至第1阶段结束,混凝土开始出现垂直弯曲裂缝并向梁顶方向拓展,垂直弯曲裂缝生成位置与试验现象相似,均出现在梁底跨中受弯区,且3种模型的弯曲裂缝生成荷载与拓展速度相差不大;② 在正截面开裂到斜裂缝形成的第2阶段,在前期,梁底纯弯段混凝土由跨中开始向梁两端产生弯曲裂缝并向梁顶发展;随着荷载持续增加进入第2阶段后期,梁左右两侧弯剪区形成

的竖直受弯裂缝改变发展路径向加载点方向延伸形成弯剪裂缝[图8(b)],弯剪裂缝与水平夹角约为 $45^\circ$ ;③ 随后,弯剪裂缝在向加载点延伸的路径上,逐渐与相邻的弯剪裂缝汇聚,相交形成主斜裂缝[图8(c)],在这个过程中,主斜裂缝在形成前后的荷载相差不大,3种模型下的荷载差值均在10 kN以内;④ 进入第4阶段,主斜裂缝生成后,裂缝向加载点和支座快速延伸[图8(d)],且裂缝宽度不断加大,直到发生CFRP条带的相继剥离。在CFRP剥离过程中每种模型梁的剥离荷载虽然有一定差异(B-SS梁两种模型的首条CFRP剥离荷载相差在30 kN以内,B-CS梁3种模型的首条CFRP剥离荷载相差在50 kN以内),但从裂缝云图上看到的最终裂缝宽度和分布却相差不大。这说明:CFRP条带的脱黏发展与裂缝有很大的关系,裂缝和界面黏结滑移关系影响了局部界面的脱黏,进而引起脱黏的发展,在脱黏发生后,CFRP很难继续阻止裂缝的拓宽与增长,所以产生了这种现象。

图9为使用Lu黏结滑移关系的有限元模拟下B-CU梁的CFRP荷载-应变关系。

从图9可以看出:对于加固梁,在出现斜裂缝之前,所有的CFRP条带应变都很小。随着斜截面开裂

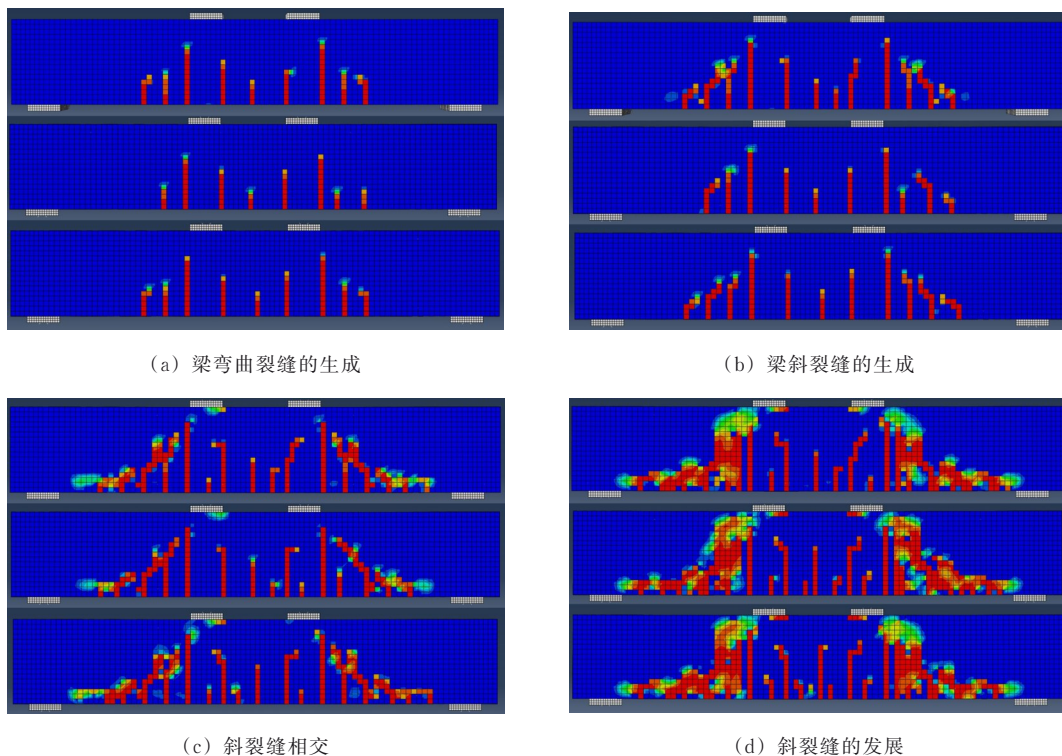


图8 B-SS梁各阶段裂缝图

Figure 8 Cracks at each stage of B-SS beam

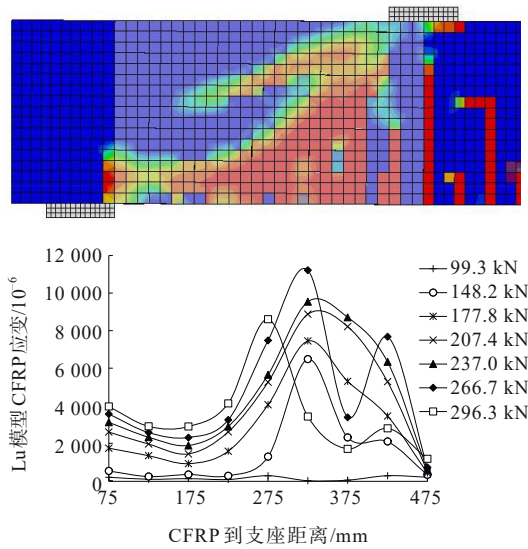


图9 基于Lu模型的B-CU梁CFRP荷载-应变关系  
Figure 9 CFRP load-strain relationship for B-CU beam based on Lu model

后荷载的增加,加固梁各条CFRP条带应变都有不同程度的增大。同一加固梁上,不同条带的应变增长幅度不同,不同位置条带的应变变化趋势反映了斜裂缝生成路径的不同,处在距离斜裂缝生成和拓展位置最近的CFRP条带应变增加最快。

试验梁和数值梁的CFRP条带剥离情况如表2所示。从表2可以看出:对于条形加固方式(B-SS和

B-CS),模拟梁的脱黏过程和形式与试验梁非常相似。然而,只有B-CS模拟梁在达到极限荷载时出现了整条脱落的现象(B-CS-Lu-P8)。这可能是有限元模拟对混凝土材料的理想化处理,导致裂缝数量较多且出现位置与实际情况存在差异。同时,理想化的界面失效传递与试验中相邻条带通过树脂胶实现的协同受力存在明显不同,因此造成了剥离情况的不一致。

对于U形加固方式(B-SU和B-CU),Nakaba模型未能模拟出条带的脱黏现象。而其他两种模型的脱黏条带在剥离前的极限应变均大于条形方式加固梁,这与试验结果一致。与间隔加固形式相比,连续加固形式能够使相邻条带通过树脂胶黏合在一起。在受载时,逐步剥离通常发生在相邻的若干片条带之间。当其中一片条带的端部脱离后,其剩余的黏合部分仍可通过树脂胶与相邻条带共同承受荷载。因此,在侧面连续加固的情况下,CFRP的极限应变更大,表明U形和连续加固方式能够更好地发挥材料的加固性能,效果也更显著。

3.2 加固效果对比

表3为试验和有限元所得5根试验梁的特征荷载值。

由表3可知:

- (1) 加固梁在纯弯段出现第一条裂缝时的荷载

表2 试验梁CFRP条带剥离情况

Table 2 Peeling of CFRP strips for test beam

梁编号	模型名称	脱黏条带编号	脱黏荷载/kN	脱黏应变/ $10^{-6}$
B-SS	试验梁	P3	241	6 322
	Nakaba	—	—	—
	Monti	P4、P2	210、230	4 012、3 167
	Lu	P4、P3、P2	190、230、232	4 183、6 340、3 415
B-CS	试验梁	P2、P5、P6	263、287、290	3 161、6 592、6 159
	Nakaba	P7、P6、P5	264、269、282	6 827、6 224、4 701
	Monti	P6、P5、P4、P3	215、215、222、270	7 479、4 701、3 214、3 027
	Lu	P6、P5、P7、P4、P3、P8	232、232、240、242、242、260	7 165、5 187、7 351、3 511、2 599、4 705
B-SU	试验梁	P3、P4	275、277	8 734、7 564
	Nakaba	—	—	—
	Monti	—	—	—
	Lu	P4、P3	247、274	4 420、8 504
B-CU	试验梁	P6、P7	310、312	8 975、9 235
	Nakaba	—	—	—
	Monti	P6、P7、P5	249、285、290	11 167、10 257、9 405
	Lu	P7、P6、P8	259、290、292	10 048、12 169、8 147

表 3 试验梁特征荷载和破坏模式

Table 3 Characteristic loads and failure modes of test beam

梁编号	模型名称	正截面开裂荷载/kN	斜截面开裂荷载/kN	极限荷载/kN	极限荷载提高程度/%	有限元与试验值荷载相对误差/%	极限位移/mm	有限元与试验位移相对误差/mm
B1	试验梁	35.1	85.1	219.9	—	—	5.40	—
	有限元	63.9	91.7	231.2	—	5.1	5.25	-2.70
B-SS	试验梁	47.0	112.8	249.5	13.5	—	4.40	—
	Nakaba	67.4	93.5	260.2	18.3	4.3	4.42	-1.10
	Monti	64.8	94.1	232.0	5.5	-7.0	4.49	0.44
	Lu	66.5	93.5	242.6	10.3	-2.8	4.41	-1.30
B-CS	试验梁	52.5	—	290.5	32.1	—	4.00	—
	Nakaba	67.7	95.1	299.9	36.4	3.2	4.30	7.50
	Monti	68.1	92.1	270.1	22.8	-7.0	3.96	-1.00
	Lu	69.3	95.3	269.8	22.7	-7.1	3.57	-10.70
B-SU	试验梁	50.0	103.7	280.2	27.4	—	4.00	—
	Nakaba	72.7	102.2	286.6	30.3	2.3	3.79	-5.20
	Monti	70.8	102.1	240.8	9.5	-14.1	3.59	-10.20
	Lu	71.4	100.3	275.1	25.1	-1.8	3.79	-5.20
B-CU	试验梁	53.7	—	314.3	42.9	—	3.50	—
	Nakaba	72.1	110.1	324.9	47.7	3.4	3.68	5.10
	Monti	68.6	103.3	292.4	32.9	-6.9	3.58	2.20
	Lu	72.7	99.3	296.3	34.7	-5.7	3.00	-14.20

相差不大。这是因为在斜裂缝出现以前,CFRP条带发挥的作用很小,并不能延缓裂缝的出现时间。此时剪力主要由混凝土承担,因此正截面和斜截面开裂荷载相差不大。

(2) 试验梁的4种抗剪加固粘贴方式使极限荷载提高了13.5%~42.9%。相较于条形加固方式,U形加固方式对极限荷载的提升效果更为显著。如B-SS和B-SU对极限荷载的提高相差13.9%;B-CS和B-CU相差10.8%。CFRP粘贴间距也对极限荷载有影响,如B-CS比B-SS、B-CU比B-SU分别提高了18.6%和15.5%。

(3) 有限元模拟下的极限荷载与试验值比较吻合,除B-SU-Monti(相对误差-14.1%)其余相对误差均在7.1%以下;极限位移除B-CU-Lu(相对误差-14.2%)外,其余误差均在10.7%以下。考虑到实际试验和加载过程及量测误差与有限元模拟的差异性及混凝土较高的离散性,认为各模型的模拟结果误差在可接受的范围内。这表明:本文有限元模型与实际情况较吻合,验证了模型的合理性。

(4) 对于同一根梁,3种不同黏结滑移关系模拟下的极限荷载与位移存在一定误差。主要原因在于3种黏结滑移关系对黏结界面进入软化阶段的起始

点和界面破坏发展的定义不同,进而在整个有限元模拟的过程中,各部件受力和损伤演化也不相同,因而导致了不同的计算结果。

此外,加固量和加固形式与极限位移量也有一定关系,通过对比B-SS和B-CS、B-SU和B-CU、B-SS和B-SU、B-CS和B-CU可以发现,连续粘贴梁的极限挠度比间隔粘贴梁的小,U形粘贴梁的极限挠度比条形粘贴梁的小。因此,连续粘贴和U形粘贴加固效果更好。

### 3.3 CFRP抗剪加固混凝土梁界面失效过程分析

为了解黏结滑移关系对CFRP抗剪加固梁界面的影响,需要对界面失效破坏过程进行分析。CFRP抗剪加固混凝土梁的界面破坏发展过程大致可以分为5个阶段。图10为B-SS梁第2~5阶段荷载时界面破坏分布云图(从上至下依次为Nakaba、Monti和Lu模型)。

由图10可以看出:

(1) 在主斜裂缝生成前的第一个界面破坏阶段,破坏几乎为0,此时,CFRP条带未参与受力,界面没有产生剪力和位移的变化。随着剪切斜裂缝的生成后进入第2阶段,在第2阶段前期,CFRP开始部分受力,产生极小的应变,但界面此时仍未发生变化。直

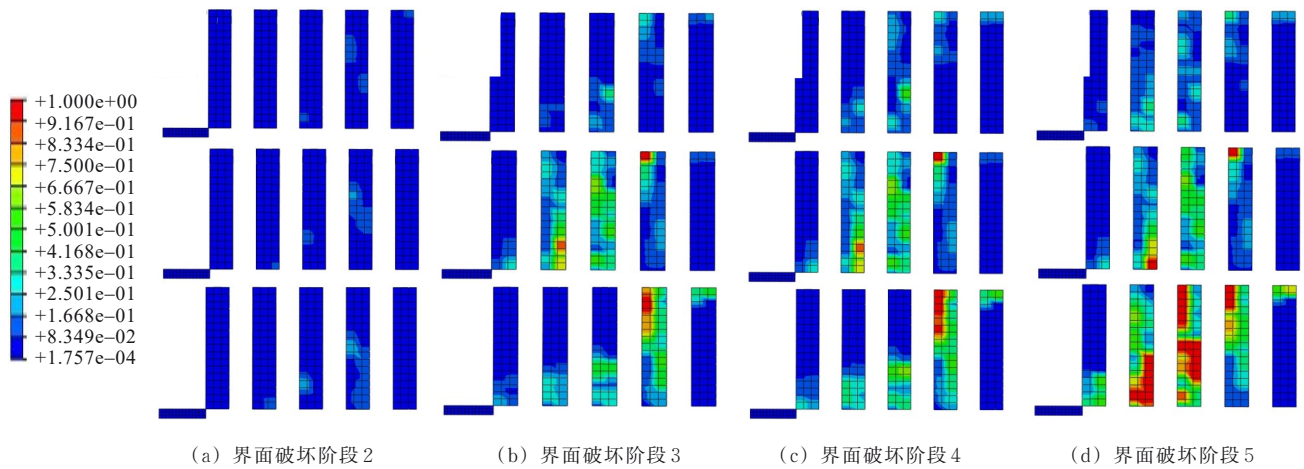


图 10 B-SS 梁界面各阶段失效分布

Figure 10 Failure distribution at stages of B-SS beam interface

至达到界面破坏过程荷载 2(B-SS 梁 3 种黏结滑移模型下的值分别为 106.1 kN、100.9 kN 和 102.7 kN), 界面剪力和滑移量产生极小幅度的波动, 界面云图开始出现损伤演化, 起始损伤演化位置均靠近 P3 底部和 P4 条带中部, 即斜裂缝生成位置。

(2) 进入第 3 阶段, 随着荷载的增加, 斜裂缝向加载点和支座拓展, 逐渐穿过各条带, 各条带界面从裂缝穿过面开始向梁顶和梁底延伸开裂, 直至到达界面破坏过程荷载 3(B-SS 梁两种黏结滑移模型下的值分别为 210.2 kN 和 182.6 kN), 界面达到破坏准则时出现脱黏现象。

(3) 荷载增加到界面破坏过程荷载 4(B-SS-Lu 为 190.0 kN) 期间, 界面破坏从初始脱黏部位继续沿梁高向上下流动, 条带界面剪力和滑移在斜裂缝穿过处增长最快, 并逐步延伸至最近的梁顶; 在发生端部脱黏后, 条带黏结长度减小, 剩余部分界面破坏进一步拓展, 拓展速度超过第 4 阶段。最终由于黏结不足, 无法继续提供抗剪, 达到界面破坏过程荷载 5, 即极限荷载。

选取第 3 阶段脱黏界面所在的条带 B-SS-Monti P4 和 B-SS-Lu P4, 沿梁高分布的界面破坏荷载前后的剪力和滑移量如图 11、12 所示。

从图 11、12 可以看出: 在界面脱黏出现前的极小荷载内, 脱黏部位的界面剪力和界面滑移量非常接近于极限值 (Monti 模型分别为 6.97 MPa 和 0.4 mm, Lu 模型分别为 4.74 MPa 和 0.28 mm), 而距离脱黏点较远位置的滑移较小, 均在 0.2 mm 以内。一旦界面剪力达到损伤准则, 脱黏界面的剪力瞬间下降为 0, 对应的界面滑移量也瞬间超过极限滑移值, 抗剪承

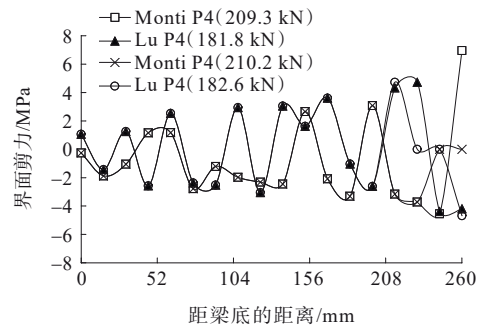


图 11 脱黏时界面剪力沿梁高分布曲线

Figure 11 Distribution curve of interface shear along beam height during debonding

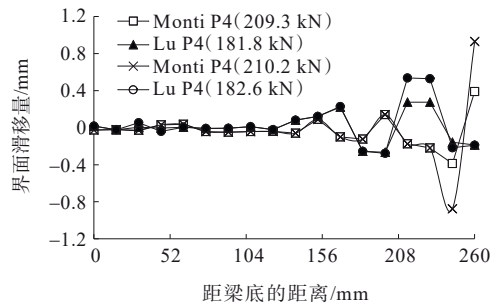


图 12 脱黏时界面滑移沿梁高分布曲线

Figure 12 Distribution curve of interface slip along beam height during debonding

担迅速沿条带梁高方向的最近处传递, 从而引起附近微小的界面剪力变化。

### 3.4 基于黏结滑移模型下的 CFRP 加固混凝土梁抗剪贡献对比

根据《碳纤维片材加固混凝土结构技术规程》(CECS 146—2003)<sup>[24]</sup>, FRP 抗剪承载力  $V_f$  的计算方法如下:

$$V_f = \varphi \frac{2n_f t_f \omega_f}{s_f + \omega_f} \epsilon_{fe} E_f d_f \quad (16)$$

$$\epsilon_{fe} = \frac{2}{3} (0.2 + 0.12\lambda_b) \epsilon_{fu} \quad (17)$$

式中： $n_f$ 为FRP的层数； $t_f$ 为FRP厚度； $\omega_f$ 为FRP条带宽度； $s_f$ 为FRP条带间距； $\epsilon_{fe}$ 、 $\epsilon_{fu}$ 分别为达到受剪承载力极限状态时碳纤维片材的应变和碳纤维片材的极限拉应变； $E_f$ 为FRP弹性模量； $d_f$ 为FRP的黏结高度； $\lambda_b$ 为梁剪跨比，当 $\lambda_b$ 大于3.0时，取3.0，当 $\lambda_b$ 小于1.5时，取1.5； $\varphi$ 为碳纤维片材受剪加固形式系数，对封闭粘贴取1.0，对U形粘贴取0.85，对侧面粘贴取0.70。

表4对比了试验梁和模拟梁的CFRP抗剪贡献与采用《碳纤维片材加固混凝土结构技术规程》(CECS 146—2003)计算结果的差异。由表4可知：试验和有限元模拟的4种加固形式对梁极限抗剪强度均有一定程度的提高，除B-SS试验梁的试验值比计算值略偏小外，其余加固梁的试验值均大于计算值，在安全范围之内。有限元模拟梁中，除Nakaba模型和B-SU-Lu外，Monti和Lu模型均未达到规范的计算值。但随着加固量的增加(间隔加固到连续加

固)和加固形式的优化(条形加固到U形加固)，这两种模型的剪力贡献数值逐渐接近规范计算值。有限元模拟中，同一根加固梁产生的这种差异性可能是FRP-混凝土界面黏结滑移关系的不同所导致。

本文采用的3种黏结滑移关系中，Nakaba模型没有区分间隔加固和连续加固形式，即没有考虑宽度修正系数对界面曲线的影响，其最大剪应力 $\tau_{max}$ 、最大滑移量 $s_u$ 和最大断裂能 $G_f$ 在3种黏结滑移模型中最大，即Nakaba模型模拟下的FRP-混凝土界面最不容易脱黏，且界面损伤流动相比更慢。虽然Nakaba模型的FRP抗剪贡献更接近规范计算值，偏于安全，但从CFRP条带剥离和界面损伤发展情况来看，模拟效果不如另外两种模型。

Monti模型和Lu模型均采用了宽度修正系数来区分间隔加固形式和连续加固，但未区分U形加固和条形加固形式。从抗剪贡献来看，这两种模型在U形加固方式比条形加固方式更接近试验值和计算值，连续加固形式比间隔加固形式更接近试验值和计算值。对比Monti模型和Lu模型的间隔加固和连续加固形式下的3个重要参数，Monti模型的最大剪应力、最大滑移量和最大断裂能均大于Lu模型，所以

表4 加固梁有限元和试验抗剪贡献与计算值对比

Table 4 Comparison of finite element and experimental shear contributions of reinforced beams with calculated values

梁编号	模型名称	极限荷载/kN	CFRP贡献剪力 $V_f$ /kN	极限荷载提高量/%	有限元与试验值荷载误差/%	规程(CECS 146—2003) <sup>[24]</sup>	$V_f/V_{fc}$
						计算值 $V_{fc}$ /kN	
B1	试验梁	219.9	—	—	—	—	—
	有限元	231.2	—	—	5.1	—	—
B-SS	试验梁	249.5	29.6	13.5	—	34.3	0.86
	Nakaba	260.2	40.3	18.3	4.3	34.3	1.17
	Monti	232.0	12.1	5.5	-7.0	34.3	0.35
	Lu	242.6	22.7	10.3	-2.8	34.3	0.66
B-CS	试验梁	290.5	70.6	32.1	—	68.7	1.03
	Nakaba	299.9	80.0	36.4	3.2	68.7	1.16
	Monti	270.1	50.2	22.8	-7.0	68.7	0.73
	Lu	269.8	49.9	22.7	-7.1	68.7	0.72
B-SU	试验梁	280.2	60.3	27.4	—	41.7	1.45
	Nakaba	286.6	66.7	30.3	2.3	41.7	1.60
	Monti	240.8	20.9	9.5	-14.1	41.7	0.50
	Lu	275.1	55.2	25.1	-1.8	41.7	1.32
B-CU	试验梁	314.3	94.4	42.9	—	83.4	1.13
	Nakaba	324.9	105.0	47.7	3.4	83.4	1.26
	Monti	292.4	72.5	32.9	-6.9	83.4	0.87
	Lu	296.3	76.4	34.7	-5.7	83.4	0.92

Monti模型的CFRP抗剪贡献应更大,但从上文的B-SS梁界面损伤过程、CFRP应力图和荷载挠度曲线中可以看到,在接近极限荷载时,Monti模型的条带应力虽高于Lu模型,界面损伤却更小,而同等荷载时的主斜裂缝宽度已超过Lu模型,且斜裂缝位置更靠近梁顶。这一点在试验结果中的极限荷载裂缝图中也能看到,尽管Monti模型提供了更长的黏结长度,但由于梁整体刚度下降更快,导致破坏加速,最终其抗剪贡献反而低于Lu模型。

## 4 结论

本文通过现场试验研究了1根参考梁和4根采用不同抗剪加固形式的梁,对比分析了4种加固方式的抗剪承载力提升效率。基于有限元软件Abaqus,建立了考虑FRP-混凝土界面黏结的试验梁模型,并构建了3种不同界面黏结滑移关系的抗剪加固梁三维模型。通过有限元模拟结果,给出了基于界面黏结滑移的CFRP抗剪贡献。得到以下结论:

(1) 本文建立的有限元模型模拟结果和试验曲线整体趋势与试验数据吻合较好,数值相对误差为 $-14.1\% \sim 5.1\%$ 。

(2) 使用CFRP侧面粘贴加固的钢筋混凝土梁中,连续粘贴加固效果比间隔粘贴好,U形加固比条形加固效果好。在试验和有限元模拟中,4种加固方式的抗剪承载力提升幅度分别为 $13.5\% \sim 42.9\%$ 和 $5.5\% \sim 47.7\%$ 。4种加固形式的CFRP抗剪贡献为 $12.1 \sim 105.0$  kN。

(3) 主斜裂缝形成前,4种加固方式的FRP条带抗剪作用十分有限,剪力主要由混凝土承担,粘贴FRP并不能延缓斜裂缝的生成。FRP的作用是抵抗斜裂缝的拓展从而参与抗剪。连续加固形式和U形加固形式在抗拉强度内更能充分发挥CFRP抗剪加固性能。

(4) 在FRP抗剪加固混凝土梁的界面破坏时刻前后,界面剪力和界面滑移量会瞬间达到和超过相应黏结滑移关系的极限值,并从初始破坏界面向周围发展引起进一步的脱黏,对条带的脱黏剥离有较大的影响。

(5) 在FRP抗剪加固混凝土梁的界面失效过程中,3种黏结滑移关系模拟出现了不同的界面失效和破坏情况,黏结滑移模型中的最大剪应力、最大滑移量和最大断裂能3个重要参数越大,界面越不容易产生破坏,使得FRP的抗剪贡献更高,但这3个参数的

变化也会导致有限元模拟梁界面破坏拓展和流动的变化,进而影响FRP的剥离行为、裂缝发展和极限承载能力,定义准确的黏结滑移关系是影响FRP-混凝土黏结界面性能和FRP抗剪贡献的关键。

(6) 通过试验梁和模拟梁的CFRP抗剪贡献结果,并与依据《碳纤维片材加固混凝土结构技术规范》(CECS 146—2003)所得的计算结果进行了对比,发现除Nakaba模型外,另外两种模型随着加固形式和加固量的改变,会更加趋近于规范值,而黏结滑移模型中的最大剪应力、最大滑移量和最大断裂能的不同影响着界面破坏的发展,进而造成了不同模型之间的CFRP抗剪贡献差异。其中,Nakaba模型在CFRP抗剪贡献上偏于安全,Monti模型对CFRP抗剪加固梁的脱黏情况模拟较差,Lu模型总体上模拟效果更好。

## 参考文献:

### References:

- [1] 王一新,王希成,阿拉塔,等.FRP加固RC梁研究新进展[J].复合材料科学与工程,2020(1):108-113.  
WANG Yixin, WANG Xicheng, A Lata, et al. New progress in research on RC beams strengthened with FRP strips/sheets[J]. Composites Science and Engineering, 2020(1): 108-113.
- [2] 李岩,魏琦安,石南,等.HB-FRP加固钢筋混凝土梁抗弯试验及数值模拟[J].复合材料科学与工程,2024(7):74-85.  
LI Yan, WEI Qi'an, SHI Nan, et al. Experimental and numerical simulations of HB-FRP flexural reinforced beam[J]. Composites Science and Engineering, 2024(7): 74-85.
- [3] 李谦,吕文舒.CFRP加固的承插式桥墩抗震性能分析[J].中外公路,2023,43(5):109-113.  
LI Qian, LYU Wenshu. Seismic performance analysis of CFRP reinforced socket pier[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2023, 43(5): 109-113.
- [4] 马高,齐亮.BFRP约束损伤混凝土柱轴压力学性能试验研究[J].中外公路,2019,39(1):94-100.  
MA Gao, QI Liang. Experimental study on axial performance of BFRP-constrained concrete columns[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2019, 39(1): 94-100.
- [5] 邢丽丽,孔祥清.外贴FRP加固钢筋混凝土梁结构性能研究进展[J].混凝土,2018(9):40-44.  
XING Lili, KONG Xiangqing. Research progress on structural performance of RC beams strengthened with externally bonded FRP sheets[J]. Concrete, 2018(9): 40-44.
- [6] TENG J G, CHEN J F, SMITH S T, et al. Behaviour and strength of FRP-strengthened RC structures: A state-of-the-art review[J]. Proceedings of the Institution of Civil

- Engineers - Structures and Buildings,2003,156(1):51-62.
- [7] HADHOOD A,AGAMY M H,ABDELSALAM M M,et al. Shear strengthening of hybrid externally-bonded mechanically-fastened concrete beams using short CFRP strips: Experiments and theoretical evaluation[J]. Engineering Structures,2019,201:109795.
- [8] 赵士永,崔梦飞,褚少辉,等.碳纤维布加固达到承载力极限状态混凝土梁有限元分析[J].工程抗震与加固改造,2018,40(6):119-124.  
ZHAO Shiyong, CUI Mengfei, CHU Shaohui, et al. Finite element analysis of concrete beam strengthened by CFRP with the ultimate bearing capacity[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting,2018,40(6):119-124.
- [9] 仇泽,李伟平,王激扬,等.碳纤维布加固混凝土梁的极限承载力试验研究[J].混凝土,2018(2):26-28.  
QIU Ze, LI Weiping, WANG Jiyang, et al. Experimental study on the ultimate bearing capacity of concrete beams strengthened by carbon fiber sheet[J]. Concrete, 2018(2): 26-28.
- [10] 张玉成,胡海英.碳纤维布加固钢筋混凝土梁抗剪承载力研究[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2006,21(1):36-41.  
ZHANG Yucheng, HU Haiying. Study on shear behavior of RC beam strengthened with CFRP sheet[J]. Journal of Hunan University of Science & Technology (Natural Science Edition),2006,21(1):36-41.
- [11] 高丹盈,王廷彦,何亚军.碳纤维布加固钢筋混凝土短梁受弯试验及承载力计算[J].建筑结构学报,2017,38(11):122-131.  
GAO Danying, WANG Tingyan, HE Yajun. Flexural test and calculation on capacity of reinforced concrete short beam strengthened by CFRP sheets[J]. Journal of Building Structures,2017,38(11):122-131.
- [12] LU X Z, TENG J G, YE L P, et al. Bond - slip models for FRP sheets/plates bonded to concrete[J]. Engineering Structures,2005,27(6):920-937.
- [13] MONTI G, RENZELLI M, LUCIANI P. FRP adhesion in uncracked and cracked concrete zones[C]//Fibre-Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures. Singapore. World Scientific Publishing Company,2003:183-192.
- [14] AUGUSTHUS NELSON L, AL-ALLAF M, WEEKES L. Analytical modelling of bond-slip failure between epoxy bonded FRP and concrete substrate[J]. Composite Structures,2020,251:112596.
- [15] NAKABA K, KANAKUBO T, FURUTA T, et al. Bond behavior between fiber-reinforced polymer laminates and concrete[J]. ACI Structural Journal,2001,98(3):359-367.
- [16] ZHANG W. Prediction of the bond - slip law between externally bonded concrete substrates and CFRP plates under fatigue loading[J]. International Journal of Civil Engineering,2018,16(9):1085-1096.
- [17] SAYED A M, WANG X, WU Z S. Finite element modeling of the shear capacity of RC beams strengthened with FRP sheets by considering different failure modes[J]. Construction and Building Materials,2014,59:169-179.
- [18] JAHANGIR H, ESFAHANI M R. Numerical study of bond-slip mechanism in advanced externally bonded strengthening composites[J]. KSCE Journal of Civil Engineering,2018,22(11):4509-4518.
- [19] CHEN G M, CHEN J F, TENG J G. On the finite element modelling of RC beams shear-strengthened with FRP[J]. Construction and Building Materials,2012,32:13-26.
- [20] 陈瑛,乔丕忠,姜弘道,等. FRP-混凝土三点受弯梁损伤粘结模型有限元分析[J].工程力学,2008,25(3):120-125,131.  
CHEN Ying, QIAO Pizhong, JIANG Hongdao, et al. Numerical modeling for cohesive fracture of FRP-concrete bonded interfaces in three-point bend beams[J]. Engineering Mechanics,2008,25(3):120-125,131.
- [21] 李伟文,彭伟,杨泳,等.基于粘结单元的FRP-混凝土粘结界面的数值分析[J].防灾减灾工程学报,2016,36(1):119-125.  
LI Weiwen, PENG Wei, YANG Yong, et al. Numerical analysis of bond behavior of FRP-concrete interface based on cohesive elements[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering,2016,36(1):119-125.
- [22] 余志武,丁发兴.混凝土受压力学性能统一计算方法[J].建筑结构学报,2003,24(4):41-46.  
YU Zhiwu, DING Faxing. Unified calculation method of compressive mechanical properties of concrete[J]. Journal of Building Structures,2003,24(4):41-46.
- [23] 丁发兴,应小勇,余志武.轻骨料混凝土单轴力学性能统一计算方法[J].中南大学学报(自然科学版),2010,41(5):1973-1979.  
DING Faxing, YING Xiaoyong, YU Zhiwu. Unified calculation method of uniaxial mechanical properties of lightweight aggregate concrete[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2010, 41(5): 1973-1979.
- [24] 中国工程建设标准化协会.碳纤维片材加固混凝土结构技术规程:CECS 146—2003[S].北京:中国计划出版社,2007.  
China Association for Engineering Construction Standardization. Technical specification for strengthening concrete structures with carbon fiber reinforced polymer laminate: CECS 146—2003[S]. Beijing: China Planning Press,2007.