

大跨连续刚构桥桥墩计算长度系数的取值研究

唐利科,宋随弟,张扬

(中铁二院工程集团有限责任公司,四川 成都 610031)

摘要:桥墩计算长度系数是影响桥梁结构安全与经济性指标的一个控制性因素,国内外规范关于受压杆件计算长度系数的取值相近,且都仅是针对理想边界条件的情况,在实际应用中有必要根据具体的结构形式作适当调整。为得到更接近结构实际情况的数值,该文从结构整体稳定分析入手,分析不同因素对连续刚构桥成桥及最大双悬臂阶段计算长度系数的影响规律,主要包括不同桥墩类型、墩身高度、桩基柔度、邻跨边界、单墩失稳或者整体失稳等。结果表明:不同桥墩类型顺、横向的计算长度系数不能简单地采用某一固定值,随墩高的变化也不是简单的线性关系;考虑桩基柔度影响后的结果会增大20%左右,且横桥向比顺桥向的影响更加显著;考虑交接墩影响后计算长度系数的取值更大;需要考虑各墩同时受轴向荷载作用下的整体屈曲反应;连续刚构施工阶段最大双悬臂工况下顺桥向计算长度系数分布范围为1.20~1.35。

关键词:连续刚构桥;计算长度系数;临界荷载;压杆;约束;欧拉公式

中图分类号:U443.22

文献标志码:A

Value of Effective Length Coefficient of Pier of Long-Span Continuous Rigid Frame Bridge

TANG Like, SONG Suidi, ZHANG Yang

(China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: The effective length coefficient of a pier is a controlling factor affecting the safety and economic index of bridge structures. The values of the effective length coefficient of compression members in Chinese and foreign codes are basically similar, and they are only applicable to ideal boundary conditions. In practical application, it is necessary to make appropriate adjustments according to the specific structural form. In order to get the value closer to the actual situation of the structure, this paper analyzed the overall stability of the structure and investigated the influence laws of different factors on the effective length coefficient of the continuous rigid frame bridge in the completion stage and the maximum double cantilever stage, mainly including different pier types, pier height, pile foundation flexibility, adjacent span boundary, single pier instability, or overall instability. The results show that the effective length coefficient of different pier types along and across the bridge is not a fixed value, and the variation of the effective length coefficient with the pier height is not a simple linear relationship. Due to the influence of pile foundation flexibility, the result will increase by about 20%, and the influence across the bridge direction is more significant than that along the bridge. After considering the influence of connecting piers, the value of the effective length coefficient is larger. It is necessary to consider the overall buckling response of each pier under axial load at the same time. The distribution range of the effective length coefficient along the bridge under the maximum double cantilever condition in the construction stage of a continuous rigid frame is 1.20–1.35.

Keywords: continuous rigid frame bridge; effective length coefficient; critical load; compression member; constraints; Euler formula

0 前言

《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG 3362—2018)钢筋混凝土构件轴心受压构件正截面抗压承载力计算公式中,结构承载力的计算结果受到构件计算长度 l_0 取值的影响,然而,一直以来,在工程实践中, l_0 的取值大多根据经验得到^[1]。以连续刚构桥为例,桥墩分别与主梁和基础固结,但实际中梁体与基础均存在位移,并相互影响,并非理想固结状态。因此,难以直接从各规范中查取长度系数取值,如果实际取值偏差较大,将为桥墩的结构设计留下隐患或者造成材料的浪费。如何选择比较合理的计算长度系数成为桥梁结构设计的控制性因素,有必要通过详细研究进行取值。

马保林^[2]采用近似能量法求得侧向失稳的临界荷载,无论双薄壁墩或是单薄壁墩,其墩底临界轴力采用 $N_{cr}=\pi^2EI/(1.122l^2)$,即桥墩计算长度系数可以近似取1.122,但其稳定公式的推导也是基于理想弹塑性材料的第一类失稳的屈曲荷载,且桥

梁结构形式的多样性和荷载加载的任意性,使理论解的通用性受到限制;胡惠梦^[3]针对连续刚构双薄壁墩,由压杆的挠曲线近似微分方程,得到了计算长度系数的表解结果;吴亮秦等^[4]给出了双肢薄壁墩纵桥向有效长度系数建议值,并认为在横桥向,成桥和施工阶段都可取2.0;刘海青^[5]在等截面压杆基础上,进一步推导出单排柱式桥墩变截面直压杆的计算公式。

本文从结构整体稳定分析入手,对比不同规范对受压杆件计算长度的取值,分析不同因素对连续刚构桥成桥及最大双悬臂阶段计算长度系数的影响规律,从而得到更接近结构实际情况的数值,供工程设计人员参考。

1 不同规范受压构件计算长度系数比较

1.1 不同规范受压构件计算长度系数相关取值

在实际工程中,桥墩两端边界约束情况涵盖范围更广、支承条件更复杂。表1为部分国内外规范桥墩计算长度取值。

表1 各规范桥墩计算长度取值对比

Table 1 Comparison of effective length coefficient values of pier in each code

序号	支承条件		计算长度系数取值			
	底端	顶端	《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)	《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG 3362—2018)	美国 AASHTO 规范 C-4.6.2.5	英国 BS 5400 规范
1	固结	固结	0.50		0.65/0.50	0.70
2	固结	铰接	0.70		0.80/0.70	0.85
3	固结	铰接	1.00		1.00/1.00	1.00
4	固结	橡胶支座	—	附录 E.0.2~E.0.3	—	1.30
5	固结	铰接,但铰的支座可移	—	规定取值	—	1.40
6	固结	固结但可移动	—		1.20/1.00	1.50
7	固结	铰接但可移动	2.00		2.10/2.00	2.30
8	固结	固结但可移动	—		2.00/2.00	—

注:AASHTO 规范,分子为采用值,分母为理论值。

实际的支承条件,往往超出了表1所列的8种形式。以连续刚构桥为例,由于空间温度场作用、混凝土收缩徐变等,桥墩顶部将随相连上部梁体的伸缩而移动或者转动,因而不能视为理想的墩梁固结。文献[1]建议对于连续刚构桥双薄壁式桥墩,单壁的计算长度系数一般可按表1中的编号6查取。从表1

可以看出:《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG D62—2004)为单纯的理论值,《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG 3362—2018)按附录E的规定取值,给出了理想化偏心受压构件计算长度的简化计算公式,但都不能直接查取具体数值,《混凝土结构设计规范》(GB

50010—2010)无吊车房屋柱沿着排架方向长度系数则取到了 1.25,而美国 AASHTO 规范和英国 BS 5400 规范则从安全冗余角度出发,取用了放大后的系数,其中 AASHTO 取 1.20,而 BS 5400 则取 1.50^[1]。

对比几个规范可知,中国规范只给出了 3 种理想条件下的纯理论值,美国、英国规范也仅在理想状态基础上考虑适度修正,给出了比中国规范更多边界条件下的取值^[6]。另外上述结论都忽略了桥墩自身的重力等不利因素,尤其对于高墩,重力的二阶效应将更加显著,结构的临界屈曲荷载进一步减小,根据欧拉临界荷载与桥墩的计算长度的关系可知, μ 值会随之增大。因此,简单采用某一固定数值可能会产生一定的误差。另外实际工程中,由于施工误差(如构件的初始弯曲或者偏心,尺寸误差等)也会影响计算长度,在实际应用中有必要作适当调整。

1.2 欧拉临界力公式反求计算长度系数

基于欧拉公式,求解计算长度系数 μ :

$$\mu = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{EI}{P_{cr}}} \quad (1)$$

式中:结构的抗弯刚度 EI 、实际长度 l 是确定的,通过求解临界荷载 P_{cr} 反推出计算长度系数 μ 。

一般情况下难以得到 P_{cr} 的解析解,但利用有限元屈曲分析方法即可得到任意约束条件下 P_{cr} 值。因此,可按如下步骤^[2]确定桥墩的计算长度系数 μ :

(1) 采用通用有限元空间分析软件,建立全桥有限元计算模型,正确模拟主墩边界条件及邻跨桥梁约束作用。

(2) 进行稳定性屈曲分析,求得桥梁结构在单位轴向力荷载 P 作用下的失稳模态及特征值 λ 。

(3) 根据构件对应失稳形式,求得对应纵、横向失稳状态下的临界屈曲荷载 $P_{cr}=\lambda P$ 。

(4) 反求桥墩的计算长度系数 μ 。

1.3 《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG 3362—2018)附录 E 求计算长度系数

大跨度连续刚构桥主梁截面尺寸都较一般常规桥梁桥要大,截面抗弯刚度对墩顶的转动约束贡献不可忽略。同时,对于计算墩而言,其余各墩通过主梁向计算墩提供了墩顶水平纵向约束。基于此,《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG

3362—2018)附录 E.0.2~E.0.3 给出了一种受压构件计算长度系数的简化计算公式^[7]。

对于一端固定、一端有转动和水平弹性约束的构件,底端固支约束,力学模型如图 1、2 所示。

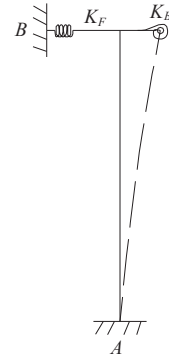
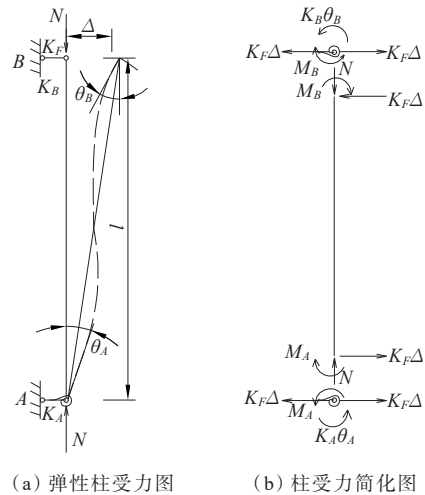


图 1 一端固定、一端有转动和水平弹性约束的构件

Figure 1 Member with one fixed end and rotational and horizontal elastic constraints at other end



注: K_A 、 K_B 分别为构件两端转动和水平弹性约束端的转动约束刚度;
 K_F 为构件转动和水平弹性约束端的水平约束刚度; N 为构件承受的轴力; Δ 为构件两端的相对位移; l 为构件实际长度;
 M_A 、 M_B 分别为构件两端弯矩。

图 2 弹性约束柱

Figure 2 Elastic constraint column

计算长度系数可简化为:

$$\mu = 0.5 \times \sqrt{\frac{0.35}{1 + 0.6K_B} + \frac{0.7}{1 + 0.01K_F^2} + \frac{0.35}{(1 + 0.75K_B)(1 + 1.5K_F)}} \quad (2)$$

式中: K_B 为构件转动和水平弹性约束端的转动约束刚度; K_F 为构件转动和水平弹性约束端的水平约束刚度。

以某(104+185+104) m连续刚构桥 $l=50$ m双肢薄壁主墩为例,根据《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG 3362—2018)附录E计算得到桥墩计算长度系数如表2所示。

表2 桥墩计算长度系数
Table 2 Effective length coefficient of pier

方向	I/m^4	K_A	$M/(\text{kN}\cdot\text{m})$	θ_A/rad	$M_B/(\text{kN}\cdot\text{m})$	θ_B/rad	Δ/m	μ
纵向	6.12	72 463.7	300.00	0.004	400.0	0.0 019	0.009	0.78
横向	60.20	474.6	94.92	0.200	81.5	0.4 000	0.300	1.50

注: I 为构件截面惯性矩; θ_A 、 θ_B 分别为构件两端转角。

由表2可知:将连续刚构桥主墩简化为一端固定、一端有转动和水平弹性约束的构件,底端固支约束,求得的长度系数纵横向分别为0.78、1.50,计算结果在合理范围内。因此,通过《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》(JTG 3362—2018)附录E计算连续刚构桥桥墩计算长度系数的方法也是可行的。但该表计算结果受连续刚构桥的跨度、桥宽等影响,实际工程中也不可简单采用某一固定值,有必要根据具体的结构形式作适当调整。

2 成桥阶段计算长度系数的取值讨论

2.1 墩身形式对计算长度系数的影响

目前连续刚构桥桥墩的截面形式根据墩高通常采用双肢薄壁墩或者单柱空心薄壁墩。对于矩形双肢薄壁墩的某一单肢计算墩而言,另一肢墩由于主梁的连接作用向其提供了纵向约束,可简化为框架模型^[4]。对于单柱的空心薄壁墩,可以视为一端有侧向水平约束及转动约束的压杆模型。其简化模式如图3所示。

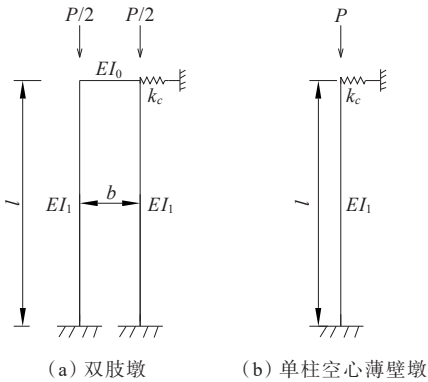


图3 纵桥向稳定临界荷载计算简化模型

Figure 3 Simplified model for calculating critical load of longitudinal bridge stability

本文针对墩身形式分别对比了矩形双肢薄壁墩

和空心单柱薄壁墩两种形式(截面见图4),以某(104+185+104) m连续刚构桥(矩形双肢薄壁墩,壁厚2.2,柱间净距5.2 m)及某(50+90+50) m连续刚构桥(空心单柱薄壁墩,纵向桥墩宽度4 m,壁厚80 cm)为例,在墩身高度分别为30 m、55 m、70 m和90 m 4种情况下,研究不同桥墩形式在不同墩高下与长度系数的关系曲线,结果如图5所示。

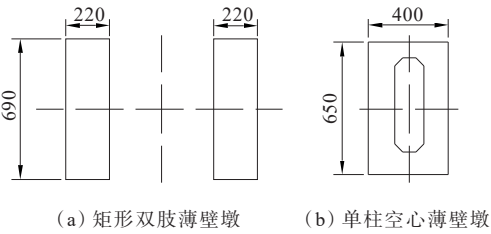


图4 桥墩截面形式(单位:cm)

Figure 4 Cross-sectional form of pier (unit:cm)

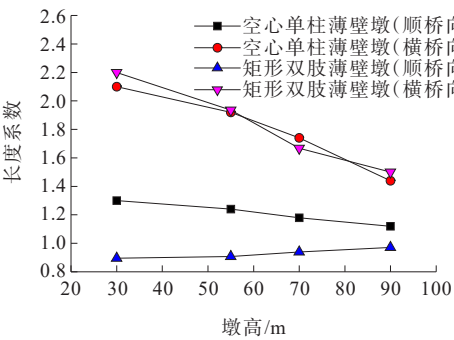


图5 不同桥墩形式在不同墩高下与长度系数的关系曲线
Figure 5 Relationship between different pier forms and effective length coefficient at different pier heights

由图5可知:不同桥墩类型顺、横向的计算长度系数均有较大差异,不能简单地采用某一固定值。同时,在顺桥向,空心单柱薄壁墩要大于矩形双肢薄壁墩;在横桥向,空心单柱薄壁墩跟矩形双肢薄壁墩的计算长度系数 μ 基本相当,长度系数甚至出现了大于2.0的情况。

2.2 墩身高度对计算长度系数的影响

近年来,山区高墩甚至超高墩连续刚构桥越来越多,因此高墩计算长度系数的大小也备受关注。以某(104+185+104)m连续刚构桥为例,主墩为双肢薄壁墩,壁厚2.2 m,讨论墩身高度对计算长度系数的影响。图6为墩身高度20~100 m所对应的计算长度系数。

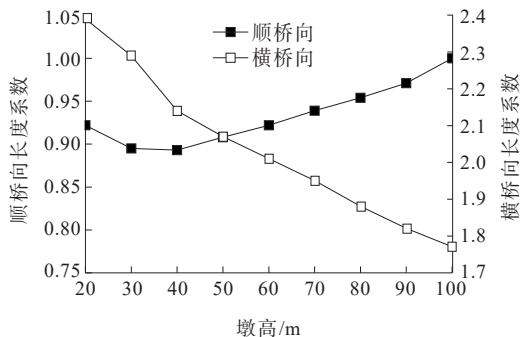


图6 计算长度系数与墩高关系曲线

Figure 6 Relationship between effective length coefficient and pier height

由图6可知:顺桥向计算长度系数 μ 随墩高的变化情况不是简单线性关系,其分布范围为0.85~1.05,且先减小后增大。横桥向计算长度系数 μ 随墩高的增大逐渐减小。

2.3 考虑桩基柔度对计算长度系数的影响

不同于以往平原区或微丘区的连续刚构桥,对于修建在山区的大跨连续刚构桥,由于桥位地形起伏大、地质差异大等因素,导致桥墩高、桩基长,桥墩的计算长度系数按照一般经验计算取值不合理。

把基桩视为支撑在一系列土弹簧所支撑的梁结构,通过节点弹性支撑模拟桩土相互作用^[8],深度为 z 的土弹簧水平刚度 K_z 的表达式:

$$K_z = mb_1 h_z z \quad (3)$$

式中: m 为土的地基系数随深度变化的比例系数; b_1 为基桩的计算宽度; h_z 为 z 深度处土层的厚度。

由于地质条件及桩基周围岩石土体的物理力学性质的不同,土体对桩基的约束作用也要随之改变,它直接影响墩底的约束条件,导致桥墩稳定性发生一定的变化。以某(104+185+104)m连续刚构桥为例,考虑桩-土相互作用,计算双肢薄壁高墩-群桩体系在竖向荷载作用下的屈曲临界荷载。表3给出地基土比例系数 m 取值5 000~2 000 000 kN/m⁴时的桥墩计算长度系数。

表3 计算长度系数 μ 与比例系数 m 值的关系

Table 3 Relationship between effective length coefficient μ and scale factor m

地基土 比例系数 $m/(\text{kN} \cdot \text{m}^{-4})$	计算长度系数 μ	
	顺桥向	横桥向
5 000	0.809	1.928
20 000	0.806	1.906
100 000	0.803	1.898
2 000 000	0.802	1.870
不考虑桩基柔度($m \rightarrow \infty$)	0.750	1.530

从表3可以看出:当 m 值增大,计算长度系数随之减小。且在考虑桩-土相互作用的影响下,顺桥向的减小幅度越来越小。由此可见,当分析桥梁结构自身的特性时,只要对桩基的边界作适当的模拟就能得到相对比较满意的计算结果。当 $m=5\,000\text{ kN/m}^4$,即桩周土很接近于流塑黏性土状态时,考虑桩基柔度影响的 μ 值结果是将墩底直接刚性固结结果的1.2倍左右,且横桥向比顺桥向的影响作用更加显著。因此,进一步明确了若简单地将墩底视作固支,放大桩基础对上部墩的约束,使得计算的桥墩临界屈曲荷载偏大,导致桥墩计算长度系数偏小,给工程结构的安全带来隐患^[9-10]。

2.4 考虑邻跨边界对计算长度系数的影响

同样以某(104+185+104)m连续刚构桥为例,讨论是否考虑模拟交接墩对计算长度系数 μ 取值影响。在其他主墩边界条件等相同的情况下,计算不同邻跨边界条件下所对应的计算长度系数。计算长度系数 μ 与邻跨边界的关系曲线见图7。

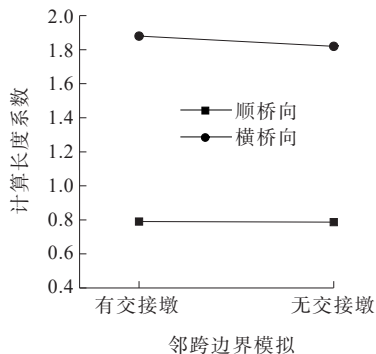


图7 计算长度系数 μ 与邻跨边界的关系曲线

Figure 7 Relationship between effective length coefficient μ and adjacent span boundary

从图7可以看出:邻跨边界条件是否模拟考虑在横桥向比顺桥向的影响作用更加显著,且考虑交接

墩影响的结果比不考虑交接墩结果要大。

由于交接墩对主墩的纵向无约束,顺桥向计算长度系数随墩高变化也就较小,而在横桥向计算长度系数随墩高增加逐步下降,主要是交接墩对桥梁的横向约束影响造成的^[11-13],这一点,与各桥墩在横桥向按照约束刚度进行内力分配的受力计算结果是一致的。

2.5 各墩在轴向力作用下的整体屈曲反应对计算长度系数的影响

整联失稳是该联桥墩同时受轴向力作用下整体失稳,单墩失稳时只在中间研究墩上受轴向力作用^[14]。以某(80+150+80) m主跨连续刚构桥为例,其桥墩为 $H=70$ m的单柱空心薄壁墩,在有限元模型上按图8所示的相应工况分别加载竖向临时荷载,求得临界荷载及计算长度系数如表4所示。

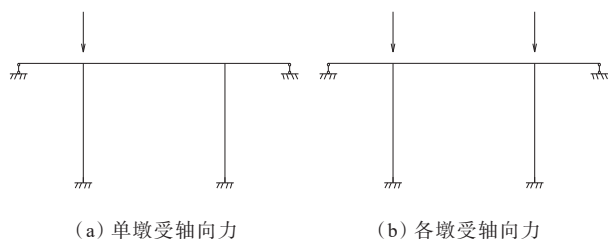


图8 桥墩轴向力加载工况

Figure 8 Axial force loading condition of bridge pier

表4 各墩在轴向力作用下的整体反应对计算长度系数的影响

Table 4 Influence of overall reaction of each pier under axial force on effective length coefficient

类型	抗弯惯性矩 I/m^4	临界荷载 P_{cr}/N	计算长度 系数 μ	比值 (②/①)
①单墩失稳	176.8	8 462 000	1.23	1.37
②整联失稳	176.8	4 456 000	1.69	

由表4可知:简单地采取单墩计算而忽略其余墩在轴向力作用下对抗弯刚度的贡献的方法不可取,二者计算结果差别达37%左右,需要考虑各墩同时受轴向荷载作用下的整体屈曲反应,否则会造成设计错误。

3 施工阶段计算长度系数的取值讨论

一般而言,设计者比较关心大跨度连续刚构最大双悬臂状态的计算工况,有时没有必要为了施工状态下的强度与稳定而过分加大截面尺寸或截面配

筋率,使计算结果满足规范要求即可,不需要保留过大的安全富裕度。此时,计算长度系数的取值就显得尤为重要。以某(104+185+104) m连续刚构桥为例,绘出施工阶段顺桥向计算长度系数与墩高的关系曲线,如图9所示。

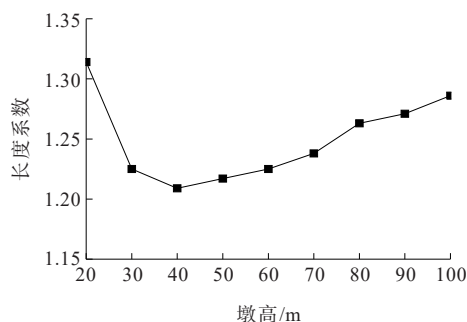


图9 施工阶段顺桥向计算长度系数与墩高关系曲线

Figure 9 Relationship between effective length coefficient and pier height along bridge during construction

由图9可知:连续刚构施工阶段最大双悬臂工况下,顺桥向计算长度系数分布范围为1.20~1.35,并先减小后增大,其整体趋势跟成桥阶段随着墩高的变化规律基本一致,且施工阶段的长度系数跟成桥阶段相比要大。在墩高为 $H=40$ m时,存在一个明显的拐点。当墩高越小时,即对应图中前半段曲线,桥墩刚度相对越大,箱梁对其产生的约束作用就越弱,导致桥墩的计算模型更趋近于下端固结,顶端自由状态,且仅考虑墩身均匀分布的质量。若在墩顶附加一个质量块,其计算长度系数也增大较快。

4 结论

(1) 不同桥墩类型顺、横向的计算长度系数不能简单地采用某一固定值,随墩高的变化也不是简单的线性关系,考虑桩基柔度影响后的结果会增大20%左右,且横桥向比顺桥向的影响更加显著。

(2) 考虑交接墩影响后计算长度系数的取值更大,且需要考虑各墩同时受轴向荷载作用下的整体屈曲反应。

(3) 施工阶段最大双悬臂工况下顺桥向计算长度系数分布范围为1.20~1.35,且相比成桥阶段要大。

参考文献:

References:

- [1] 袁伦一.关于箱形截面连续梁及连续刚构设计的两点当

- 议[J].公路,2009,54(7):94-98.
- YUAN Lunyi. Two opinions on the design of box-section continuous beam and continuous rigid frame[J]. Highway, 2009,54(7):94-98.
- [2] 马保林. 高墩大跨径连续刚构桥[M]. 北京:人民交通出版社,2002.
- MA Baolin. High-pier long-span continuous rigid bridge [M]. Beijing: China Communications Press, 2002.
- [3] 胡惠梦. 连续刚构双薄壁墩计算长度的确定[J]. 公路交通科技(应用技术版), 2008, 4(6): 149-152.
- HU Huimeng. Determination of calculation length of double thin-walled pier of continuous rigid frame[J]. Journal of Highway Transportation Science and Technology (Applied Technology Edition), 2008, 4(6): 149-152.
- [4] 吴亮秦,李黎,陈水生,等. 大跨连续刚构桥高墩有效计算长度研究[J]. 公路, 2015, 60(10): 59-63.
- WU Liangqin, LI Li, CHEN Shuisheng, et al. Research on the effective calculating length of long-span continuous rigid frame bridge with high piers[J]. Highway, 2015, 60(10): 59-63.
- [5] 刘海青. 单排桩柱墩压杆的计算长度[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2007, 35(1): 89-94.
- LIU Haiqing. Calculated length of compression bar in pile bent column pier[J]. Journal of Fuzhou University (Natural Science Edition), 2007, 35(1): 89-94.
- [6] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京:中国铁道出版社, 2002.
- LI Guohao. Stability and vibration of bridge structure[M]. Beijing: China Railway Press, 2002.
- [7] 中交公路规划设计院有限公司. 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范: JTG 3362—2018[S]. 北京:人民交通出版社股份有限公司, 2018.
- CCCC Highway Consultants Co., Ltd.. Specifications for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts: JTG 3362—2018[S]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2018.
- [8] 中交公路规划设计院有限公司. 公路桥涵地基与基础设计规范: JTG 3363—2019[S]. 北京:人民交通出版社股份有限公司, 2019.
- CCCC Highway Consultants Co., Ltd.. Specifications for design of foundation of highway bridges and culverts: JTG 3363—2019[S]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2019.
- [9] 高小妮,贺拴海,齐宏学. 考虑桩基柔度的多跨梁桥高墩计算长度系数分析[J]. 武汉理工大学学报, 2011, 33(7): 88-93.
- GAO Xiaoni, HE Shuanhai, QI Hongxue. Effective length factor of high-pier analysis considering pile foundation flexibility of multi-span girder bridge[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2011, 33(7): 88-93.
- [10] 牟晓光,曲春升. 连续刚构桥墩计算长度系数的确定方法[J]. 公路, 2013, 58(8): 104-106.
- MOU Xiaoguang, QU Chunsheng. Determination method of calculation length coefficient of continuous rigid frame bridge pier[J]. Highway, 2013, 58(8): 104-106.
- [11] 曾照亮. 高墩计算长度探讨[J]. 中外公路, 2008, 28(5): 160-162.
- ZENG Zhaoliang. Discussion on calculation length of high pier[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2008, 28(5): 160-162.
- [12] 王会利,谢常领,秦泗凤,等. 中国连续刚构桥的调查与分析[J]. 中外公路, 2019, 39(2): 129-134.
- WANG Huili, XIE Changling, QIN Sifeng, et al. Investigation and analysis on continuous rigid frame bridges in China[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2019, 39(2): 129-134.
- [13] 陈国红,徐召. 梁桥桥墩纵桥向计算长度系数研究[J]. 中外公路, 2021, 41(3): 116-121.
- CHEN Guohong, XU Zhao. Study on effective length factor in longitudinal direction for beam bridges[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2021, 41(3): 116-121.
- [14] 吴军鹏,张运清,张珠皓. 设滑动支座的墩柱计算长度系数近似解法[J]. 中外公路, 2021, 41(6): 187-190.
- WU Junpeng, ZHANG Yunqing, ZHANG Zhuhao. Approximate solution of effective length coefficient of pier column with sliding bearing[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2021, 41(6): 187-190.