

# 序列二次规划方法在斜拉桥索力调整中的应用研究

徐郁峰,朱梦阳,陈斯,谢云飞

(华南理工大学 土木与交通学院,广东 广州 510641)

**摘要:**斜拉桥施工至成桥阶段时,由于各种因素影响,结构实际线形和内力与理论成桥状态相比,存在一定的误差,通常需要进行索力调整。该文针对斜拉桥在调索阶段的索力调整量计算问题,提出采用一种基于影响矩阵和序列二次规划求解索力调整量的方法。以某大跨度混合梁斜拉桥为背景,首先计算各索力单位变化下结构的线形和内力响应值,得到索力影响矩阵,然后选取合适的目标函数及约束条件,构建索力调整量计算模型,最后引入序列二次规划法求解索力调整量,得到索力调整后的结构内力与线形状态。计算结果表明:该方法计算简便,索力调整后的结构线形与内力均能满足施工控制要求。

**关键词:**斜拉桥;混合梁;索力调整;影响矩阵;序列二次规划

**中图分类号:**U448.27

**文献标志码:**A

## Application of Sequential Quadratic Programming Method in Cable Force Adjustment of Cable-Stayed Bridges

XU Yufeng, ZHU Mengyang, CHEN Si, XIE Yunfei

(School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China)

**Abstract:** When the construction of a cable-stayed bridge enters the completion stage, due to various factors, there is a certain error between the actual alignment and internal force of the structure and the theoretical completion state, and it is usually necessary to adjust the cable force. In order to calculate the cable force adjustment of a cable-stayed bridge in the adjustment stage, a method based on an influence matrix and sequential quadratic programming was proposed to solve the cable force adjustment. A large-span hybrid girder cable-stayed bridge was taken as the background, and the alignment and internal force response values of the structure with varying cable units were calculated to obtain the influence matrix of the cable force. Then, suitable objective functions and constraints were selected to construct the calculation model of the cable force adjustment. Finally, the sequential quadratic programming method was introduced to solve the cable force adjustment, and the internal force and alignment state of the structure after the cable force adjustment were obtained. The calculation results show that the method facilitates calculation, and the alignment and internal force of the structure after the cable force adjustment can meet the construction control requirements.

**Keywords:** cable-stayed bridge; hybrid girder; cable force adjustment; influence matrix; sequential quadratic programming

## 0 引言

混合梁斜拉桥由于其主跨采用钢梁,因此具有

跨越能力大的优点,而边跨采用混凝土梁从而起到很好的锚固作用且兼有可降低建桥成本的特点<sup>[1]</sup>。从20世纪70年代开始,混合梁斜拉桥以良好的跨越

收稿日期:2023-02-23

基金项目:2020产学研类项目(产学研项目)(编号:x2tjB8200430);2019年中央高校基本科研业务费成果转化项目(自然科学类)(编号:x2tjD2192960)

作者简介:徐郁峰,男,博士,副教授.E-mail:1249582297@qq.com

能力、平衡中边跨受力及较好的经济性能等优势而成为极具竞争力的大跨度桥型之一<sup>[2]</sup>。

大跨度混合梁斜拉桥受力复杂,在施工过程中,由于各种因素的影响,结构实际成桥状态与理论值存在一定的偏差,因此有必要进行索力调整,以保证结构安全及线形平顺。对于结构索力的调整与优化问题,肖汝诚等<sup>[3]</sup>将斜拉桥优化的目标函数统一以索力变量与广义影响矩阵来表示,提出索力优化的影响矩阵法。不少学者将影响矩阵法应用于实际工程中的调索,均取得了良好的效果<sup>[4-6]</sup>。

对于多目标的索力调整问题,仅采用影响矩阵法往往会出现计算出的索力调整量难以实施,计算效率低等问题。因此,部分学者将影响矩阵法与其他方法相结合,将成桥索力优化的问题转化为数学优化模型,将结构内力和线形作为目标函数,并添加多种约束条件,将索力优化问题转化为有约束非线性规划模型<sup>[7-11]</sup>。但现有的文献研究着眼于合理成桥状态的索力优化,而对施工过程中的索力调整研究较为缺乏。针对现有技术不足,本文以某大跨度混合梁斜拉桥为研究对象,基于影响矩阵法计算单位索力下的结构线形与内力响应,结合序列二次规划法,对全桥索力进行施工阶段的索力调整,使结构的实际成桥状态接近理论成桥状态。

## 1 斜拉桥索力调整计算的序列二次规划方法

### 1.1 计算目的

在斜拉桥施工到成桥阶段,实际结构成桥状态存在偏差的情况下,结合影响矩阵法与序列二次规划法,求解斜拉索的索力调整量,以确保索力调整后的最终成桥状态接近目标成桥状态(包括索力状态、主梁和主塔的应力状态、主梁线形、塔顶偏移)。

### 1.2 影响矩阵法

影响矩阵法基于结构满足线性叠加原理的前提<sup>[3]</sup>,其基本公式可表示为:

$$[K]\{X\}=\{D\} \quad (1)$$

式中:[ $K$ ]为影响矩阵; $\{X\}$ 为施调向量; $\{D\}$ 为受调向量。

以索力调整量为施调向量,结构的线形与内力为受调向量,计算在第*i*根索增加单位索力下,结构线形与内力的*n*个响应值,表示为:

$$K_i=[k_{1i} \ k_{2i} \ \cdots \ k_{ni}]^T \quad (2)$$

把全桥所有索的单位变化导致结构响应量组合,即可得到影响矩阵[ $K$ ],表示为:

$$[K]=[K_1 \ K_2 \ \cdots \ K_n] \quad (3)$$

### 1.3 索力调整量计算模型

#### 1.3.1 求解量

将索力调整量作为计算模型的未知量进行求解:

$$\{T_x\}=\{T_{x1} \ T_{x2} \ \cdots \ T_{xn}\}^T \quad (4)$$

式中: $\{T_x\}$ 为索力调整量; $T_{xi}$ 为第*i*号索的索力调整量。

#### 1.3.2 目标函数

索力调整前后目标索力向量差值为:

$$\{\Delta T\}=\{\Delta T_1 \ \Delta T_2 \ \cdots \ \Delta T_n\}^T = \{T'_{m1}-T_{m1} \ T'_{m2}-T_{m2} \ \cdots \ T'_{mn}-T_{mn}\}^T \quad (5)$$

式中: $\Delta T_i$ 为第*i*号索目标索力差值; $T_{mi}$ 为第*i*号索的目标索力; $T'_{mi}$ 为调索后第*i*号索的理论索力。

构建以最小目标索力差值为目标函数:

$$f(x)=\min \sum_{i=1}^n |\Delta T_i| \quad (6)$$

#### 1.3.3 约束条件

以结构线形及内力作为约束条件:

$$|\Delta d| \leq d_m \quad (7)$$

$$|\Delta \sigma| \leq \sigma_m \quad (8)$$

$$\{T_{\min}\} \leq \{T_s\} + \{T_x\} \leq \{T_{\max}\} \quad (9)$$

式中: $|\Delta d|$ 为调索后的线形误差; $d_m$ 为线形误差限值; $|\Delta \sigma|$ 为调索后的应力误差; $\sigma_m$ 为应力误差限值; $\{T_s\}$ 为调索前的实际索力; $\{T_x\}$ 为索力调整量; $\{T_{\min}\}$ 为索力下限; $\{T_{\max}\}$ 为索力上限。

考虑索力的均匀性,索力调整前后目标索力向量差值的标准差 $\sigma$ 为:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta T_i - \mu)^2} \leq r \quad (10)$$

式中: $\mu$ 为 $\Delta T_i$ 的均值; $r$ 为 $\Delta T_i$ 的最大容许离散值。

#### 1.3.4 计算模型

结合上述目标函数和约束条件,构建索力调整量计算模型如下:

$$\begin{aligned} f(x) &= \min \sum_{i=1}^n |\Delta T_i| \\ \text{s.t. } |\Delta d| &\leq d_m \\ |\Delta \sigma| &\leq \sigma_m \end{aligned}$$

$$\{T_{\min}\} \leq \{T_s\} + \{T_x\} \leq \{T_{\max}\}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta T_i - \mu)^2} \leq r \quad (11)$$

#### 1.4 实现方法

该问题属于有约束的非线性规划问题,可利用 Matlab 的优化工具箱中的  $fmincon$  函数进行求解<sup>[12]</sup>。 $fmincon$  函数格式如下:

$$x = fmincon(f_{un}, x_0, A, b, A_{eq}, b_{eq}, l_b, u_b, nonlcon) \quad (12)$$

式中:  $f_{un}$  为目标函数;  $x_0$  为最优解迭代的初始值;  $A$  和  $b$  为线性约束不等式,  $A*x \leq b$ ;  $A_{eq}$  和  $b_{eq}$  为线性约束等式,  $A_{eq}*x = b_{eq}$ ;  $l_b$  为自变量的下限;  $u_b$  为自变量上限;  $nonlcon$  为非线性约束函数。

在 Matlab 中的约束方程为:

$$\{T_x\} = fmincon\left(\sum_{i=1}^n |\Delta T_i|, T_s, [K], \{D\}, \{T_{\min}\} - \{T_s\}, \{T_{\max}\} - \{T_s\}, \sigma \leq r\right) \quad (13)$$

计算流程图 1 所示。

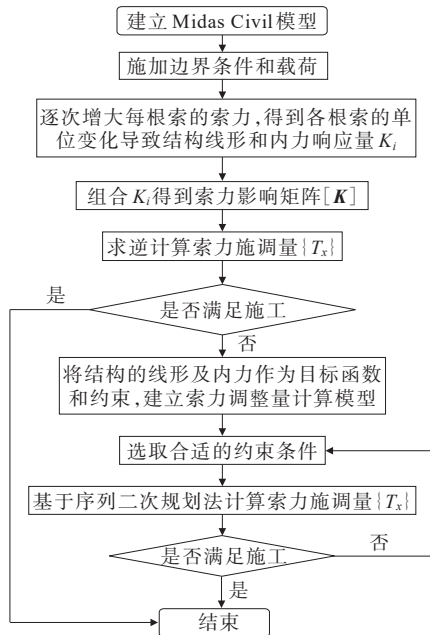


图 1 索力调整量计算流程图

Figure 1 Calculation of cable force adjustment

## 2 工程实例

### 2.1 工程背景

#### 2.1.1 工程概况

佛山市主城区的某座大跨度独塔斜拉桥,主桥

为单塔双索面混合梁结构,全桥共 40 对索,主塔高 151 m,主桥跨径布置为 (65+75+268) m,主梁为混合式箱形梁,中跨主梁为钢箱梁、边跨主梁为预应力混凝土箱梁。桥型布置图如图 2、3 所示。

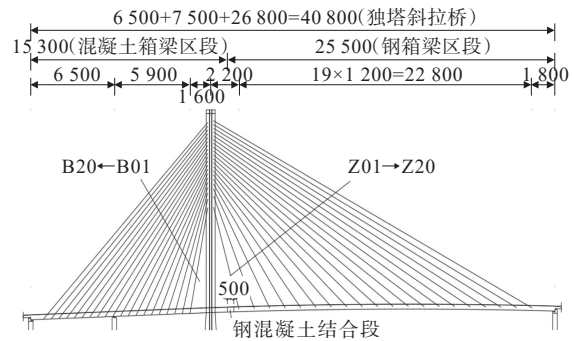
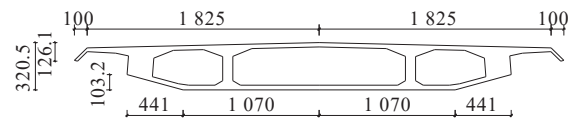
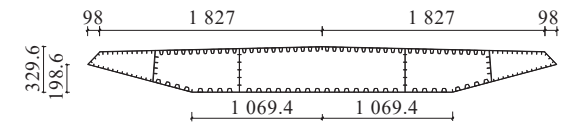


图 2 桥型立面布置图(单位:cm)

Figure 2 Bridge elevation layout (unit: cm)



(a) 混凝土梁标准段横截面



(b) 钢梁标准段横截面

图 3 横断面布置图(单位:cm)

Figure 3 Cross-sectional layout (unit: cm)

采用 Midas Civil 有限元分析软件建立全桥模型,主塔、主梁及下部基础均采用梁单元模拟,斜拉索采用桁架单元模拟,弹性模量根据上一阶段的索力通过 Ernst 公式更新计算得到<sup>[13]</sup>,各部分构件节点不共享,均采用刚性连接进行连接处理<sup>[14]</sup>,支架采用仅受压弹性支承进行模拟,全桥共 883 个节点,788 个单元。计算模型如图 4 所示。

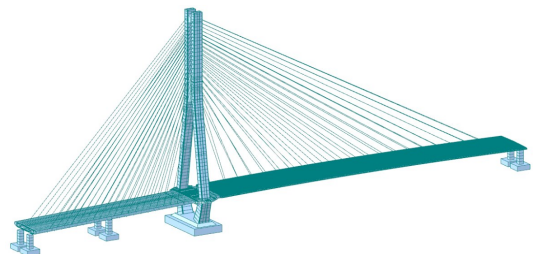


图 4 桥梁有限元模型

Figure 4 Finite element model of bridge

2.1.2 施工流程

基于设计图纸以及实际施工组织方案,采用正装分析法,对主桥施工过程进行仿真分析计算。有限元模型的计算工况划分如表 1 所示。

2.2 实测成桥状态

在第一次全桥索力张拉完毕后,对全桥结构线形及内力状态进行通测,包括索力(表 2)、主塔和主梁应力(表 3)、主塔顶偏位及主梁线形(表 4),并将实际结构状态与理论值的结果进行对比。

主塔应力测试断面如图 5 所示。

主梁应力测试断面如图 6 所示,其中 L1~L5 为混凝土梁测试断面,L6~L9 为钢梁测试断面,每个断面顶板和底板各 5 个测点。

由上述结果可知:索力最大误差 12%,混凝土主梁部分应力最大误差 1.7 MPa,钢主梁部分应力最大误差 9.0 MPa,塔顶偏移误差 41 mm,钢主梁线形最大误差-109 mm。不能满足规范<sup>[15-16]</sup>对结构成桥阶段的线形与内力要求,因此需要进行索力调整。

表 1 施工流程划分

| Table 1 Construction process division |   |
|---------------------------------------|---|
| 阶段                                    | 工况                                      |
| 1                                     | 桥墩、主墩承台施工                               |
| 2                                     | 分节段浇筑主塔并布置横撑                            |
| 3                                     | 浇筑边跨现浇段                                 |
| 4                                     | 张拉边跨预应力                                 |
| 5                                     | 安装支架上的第 1~7 节、第 19~21 节钢箱梁              |
| 6                                     | 浇筑钢混结合段                                 |
| 7                                     | 张拉 1 <sup>#</sup> ~7 <sup>#</sup> 斜拉索   |
| 8                                     | 安装桥面吊机                                  |
| 9                                     | 起吊第 8 节钢箱梁                              |
| 10                                    | 安装第 8 节钢箱梁                              |
| 11                                    | 张拉 8 <sup>#</sup> 斜拉索                   |
| 12                                    | 桥面吊机前移                                  |
| 13~48                                 | 按照工况 9~12 的顺序循环施工第 9~17 节钢箱梁            |
| 49                                    | 起吊第 18 节钢箱梁合龙段                          |
| 50                                    | 钢箱梁主跨合龙                                 |
| 51~53                                 | 张拉 18 <sup>#</sup> ~20 <sup>#</sup> 斜拉索 |
| 54                                    | 拆除桥面吊机                                  |
| 55                                    | 拆除主梁支架                                  |
| 56                                    | 二期恒载施工                                  |

表 2 实测成桥索力状态

Table 2 Measured cable force state of bridge

| 位置  | 实测索力/kN | 理论索力/kN | 索力误差/kN | 误差百分比/% | 位置  | 实测索力/kN | 理论索力/kN | 索力误差/kN | 误差百分比/% |
|-----|---------|---------|---------|---------|-----|---------|---------|---------|---------|
| B20 | 4 934   | 4 775   | 159     | 3       | Z01 | 3 476   | 3 369   | 107     | 3       |
| B19 | 4 518   | 4 590   | -72     | -2      | Z02 | 2 028   | 2 108   | -80     | -4      |
| B18 | 4 666   | 4 641   | 25      | 1       | Z03 | 1 933   | 1 989   | -56     | -3      |
| B17 | 4 693   | 4 503   | 190     | 4       | Z04 | 1 929   | 1 967   | -38     | -2      |
| B16 | 4 372   | 4 344   | 28      | 1       | Z05 | 2 020   | 2 092   | -72     | -3      |
| B15 | 4 307   | 4 132   | 175     | 4       | Z06 | 2 015   | 2 052   | -37     | -2      |
| B14 | 3 944   | 3 871   | 73      | 2       | Z07 | 2 088   | 1 895   | 193     | 10      |
| B13 | 3 613   | 3 603   | 10      | 0       | Z08 | 2 018   | 1 915   | 103     | 5       |
| B12 | 3 491   | 3 387   | 104     | 3       | Z09 | 2 008   | 1 875   | 133     | 7       |
| B11 | 3 282   | 3 073   | 209     | 6       | Z10 | 2 189   | 2 009   | 180     | 9       |
| B10 | 3 647   | 3 331   | 316     | 9       | Z11 | 2 346   | 2 085   | 261     | 13      |
| B09 | 3 627   | 3 432   | 195     | 6       | Z12 | 2 269   | 2 208   | 61      | 3       |
| B08 | 3 696   | 3 452   | 244     | 7       | Z13 | 2 786   | 2 779   | 7       | 0       |
| B07 | 3 656   | 3 484   | 172     | 5       | Z14 | 3 235   | 3 180   | 55      | 2       |
| B06 | 3 640   | 3 568   | 72      | 2       | Z15 | 3 618   | 3 517   | 101     | 3       |
| B05 | 3 676   | 3 630   | 46      | 1       | Z16 | 3 780   | 3 707   | 73      | 2       |
| B04 | 3 677   | 3 672   | 5       | 0       | Z17 | 4 145   | 3 968   | 177     | 4       |
| B03 | 3 569   | 3 648   | -79     | -2      | Z18 | 4 026   | 4 091   | -65     | -2      |
| B02 | 3 110   | 3 272   | -162    | -5      | Z19 | 3 663   | 3 654   | 9       | 0       |
| B01 | 4 581   | 4 828   | -247    | -5      | Z20 | 3 305   | 3 303   | 2       | 0       |

表3 实测成桥应力状态

**Table 3 Measured bridge stress state**

MPa

| 位置    |    | 实测应力   |        | 理论应力   |        | 应力误差   |        |
|-------|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|       |    | 主塔边跨侧/ | 主塔中跨侧/ | 主塔边跨侧/ | 主塔中跨侧/ | 主塔边跨侧/ | 主塔中跨侧/ |
|       |    | 主梁顶板   | 主梁底板   | 主梁顶板   | 主梁底板   | 主梁顶板   | 主梁底板   |
| 主塔    | T1 | -3.2   | -3.7   | -4.3   | -2.6   | 1.1    | -1.1   |
|       | T2 | -3.1   | -3.9   | -4.3   | -2.6   | 1.2    | -1.3   |
|       | T3 | -7.9   | -8.1   | -7.1   | -8.9   | -0.8   | 0.8    |
|       | T4 | -7.6   | -8.4   | -7.1   | -8.9   | -0.5   | 0.5    |
| 混凝土主梁 | L1 | -6.2   | -6.8   | -6.0   | -7.0   | -0.2   | 0.2    |
|       | L2 | -10.4  | -5.3   | -8.7   | -7.0   | -1.7   | 1.7    |
|       | L3 | -1.8   | -6.6   | -3.1   | -5.3   | 1.3    | -1.3   |
|       | L4 | -8.2   | -6.0   | -8.0   | -6.1   | -0.2   | 0.1    |
|       | L5 | -6.9   | -2.3   | -6.7   | -2.5   | -0.2   | 0.2    |
| 钢主梁   | L6 | -38.3  | -23.7  | -30.0  | -24.0  | -8.3   | 0.3    |
|       | L7 | -36.2  | -35.9  | -27.2  | -27.1  | -9.0   | -8.8   |
|       | L8 | -12.9  | -19.2  | -20.7  | -22.0  | 7.8    | 2.8    |
|       | L9 | -14.6  | -19.4  | -9.0   | -12.6  | -5.6   | -6.8   |

表4 实测成桥线形状态

**Table 4 Measured bridge alignment state**

| 位置     | 实测值/m  | 理论值/m  | 误差/mm | 位置     | 实测值/m  | 理论值/m  | 误差/mm |
|--------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|-------|
| 塔顶偏位   | −0.048 | −0.007 | 41    | 主梁 M11 | 22.301 | 22.377 | −76   |
| 主梁 M1  | 20.344 | 20.344 | 0     | 主梁 M12 | 22.367 | 22.429 | −63   |
| 主梁 M2  | 20.550 | 20.558 | −8    | 主梁 M13 | 22.420 | 22.449 | −29   |
| 主梁 M3  | 20.856 | 20.872 | −16   | 主梁 M14 | 22.417 | 22.434 | −17   |
| 主梁 M4  | 21.128 | 21.159 | −31   | 主梁 M15 | 22.395 | 22.383 | 12    |
| 主梁 M5  | 21.376 | 21.420 | −44   | 主梁 M16 | 22.302 | 22.294 | 8     |
| 主梁 M6  | 21.600 | 21.653 | −53   | 主梁 M17 | 22.160 | 22.167 | −7    |
| 主梁 M7  | 21.790 | 21.857 | −67   | 主梁 M18 | 22.015 | 22.000 | 15    |
| 主梁 M8  | 21.951 | 22.032 | −81   | 主梁 M19 | 21.860 | 21.794 | 66    |
| 主梁 M9  | 22.080 | 22.177 | −98   | 主梁 M20 | 21.593 | 21.547 | 46    |
| 主梁 M10 | 22.184 | 22.293 | −109  | 主梁 M21 | 21.283 | 21.264 | 19    |

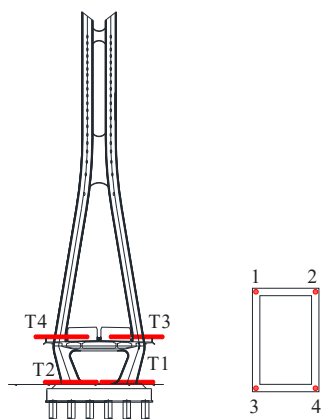


图5 主塔应力测试断面

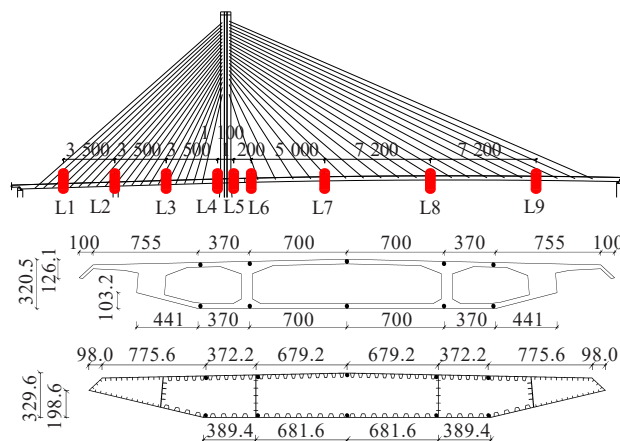


图6 主梁应力测试断面(单位:cm)

**Figure 5 Main tower stress test section**

**Figure 6 Main beam stress test section (unit:cm)**



### 2.3 调索方案确定

(1) 在Midas有限元模型中,对各组索依次增加一个单位力,得到结构各测点的线形与内力响应值,组合得到索力影响矩阵。

(2) 依据规范误差要求,索力误差约束在 $\pm 10\%$ 以内,混凝土主梁、主塔应力约束在 $\pm 2.0$  MPa以内,钢主梁应力约束在 $\pm 10.0$  MPa以内,钢主梁的竖向变形约束在 $\pm 76$  mm以内,塔顶偏移约束在 $\pm 30$  mm以内。

(3) 以索力误差为目标函数,结构的线形与应力,索力限值与均匀性作为约束条件,构建Matlab计算模型,计算索力调整量。

### 2.4 计算结果

施工实际调索过程中,调整每1对边跨索时同步调整中跨同号索,边中跨2对索为一组,分别计算调整全部20组索、调整10组索以及调整5组索的索力调整量,调整后的结构线形与内力结果如图7~11和表5所示。

由图7~11以及表5可知:

(1) 调索后的索力误差均在 $\pm 10\%$ 以内,能满足误差要求,调整全桥20组索,索力的误差更为均匀,

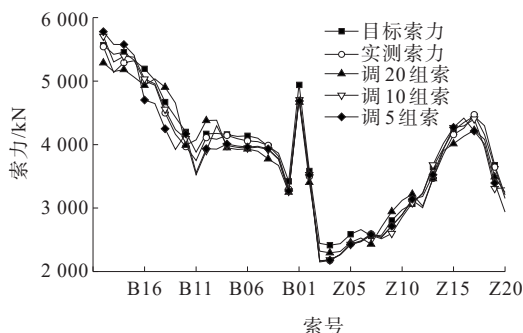


图7 调索前后索力值

Figure 7 Cable force values before and after adjustment

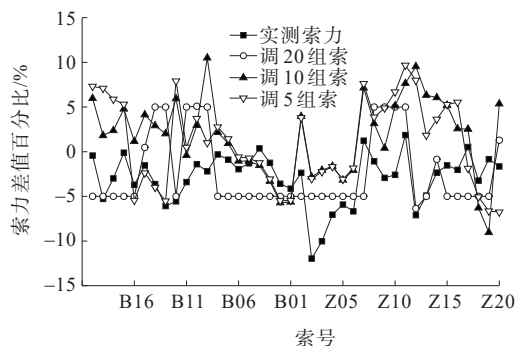
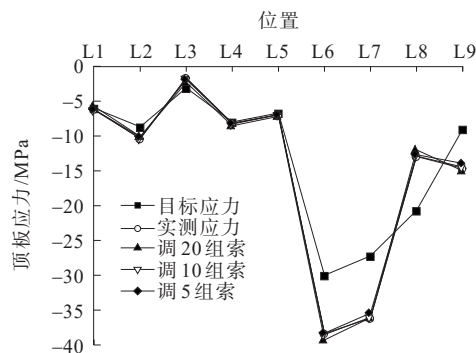
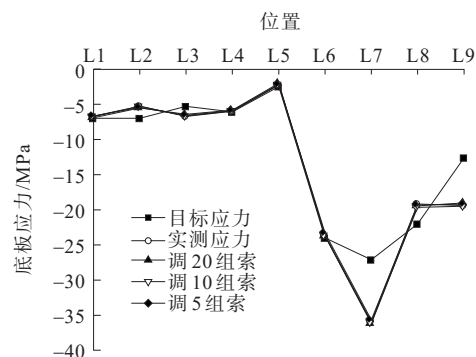


图8 调索前后索力差值百分比

Figure 8 Percentage of difference in cable force values before and after adjustment



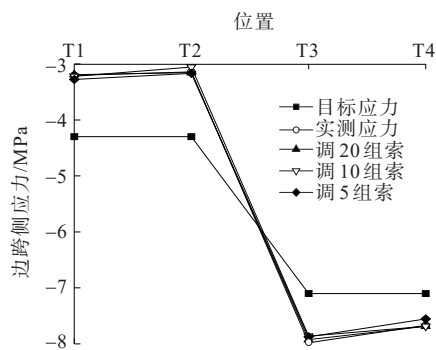
(a) 顶板



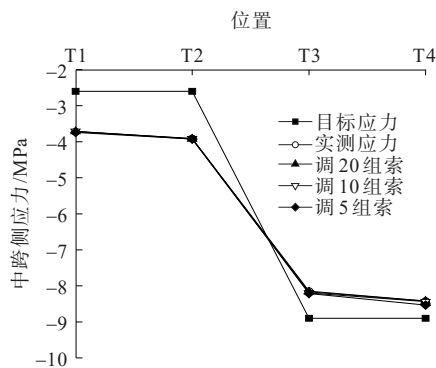
(b) 底板

图9 调索前后主梁应力值

Figure 9 Main beam stress values before and after cable force adjustment



(a) 边跨侧



(b) 中跨侧

图10 调索前后主塔应力值

Figure 10 Main tower stress values before and after cable force adjustment

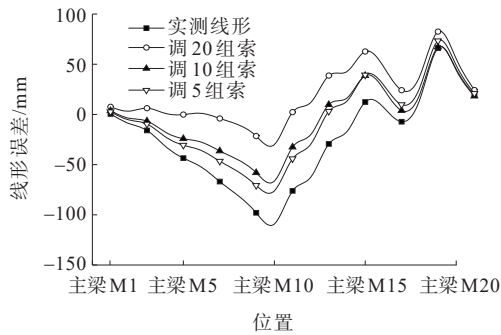


图 11 调索前后主梁竖向变形

Figure 11 Vertical deformation of main beam before and after cable force adjustment

表 5 主塔顶偏移计算结果

Table 5 Main tower top offset calculation results

| 工况      | 误差/mm | 调整量/mm | 调后误差/mm |
|---------|-------|--------|---------|
| 调 20 组索 | 42    | -59    | -17     |
| 调 10 组索 | 42    | -54    | -12     |
| 调 5 组索  | 42    | -42    | 0       |

调索组数越少,索力误差变化越为剧烈,部分位置存在索力误差的突变。

(2) 调索后的结构应力变化不大,调整前后混凝土主梁应力变化量均在 $\pm 2.0$  MPa 以内,误差均满足条件。

(3) 调索后的主梁线形有明显的改善,调 5 组索主梁最大误差能改善 33 mm,调 10 组索主梁最大误差能改善 44 mm,调 20 组索主梁最大误差能改善 79 mm,调索组数越多,线形改善越明显,调索后的主梁线形误差均能满足控制要求。

(4) 调索后的主塔顶偏移误差均在 $\pm 30$  mm 以内,满足误差要求。

综上,基于本文提出的方法能够求解出一组索力调整量,使得索力调整后,结构的线形与内力误差均在允许范围内,满足施工控制要求。

### 3 结论

针对斜拉桥在调索阶段的索力调整量计算问题,本文提出用一种基于影响矩阵和序列二次规划求解索力调整量的方法。并以一座混合梁斜拉桥为研究算例,该桥施工至成桥阶段时,结构实测线形与内力与理论成桥状态存在一定的误差,部分误差超出限值,故进行索力调整。首先计算各索力单位变

化下结构的线形和内力响应值,组成索力影响矩阵,然后选取合适的目标函数及约束条件,构建索力调整量计算模型,最后引入序列二次规划法求解索力调整量,得到索力调整后的结构内力与线形状态。得出以下结论:

(1) 基于影响矩阵法和序列二次规划法相结合的方法,调索后的结构线形与内力均能满足施工控制要求,该方法计算简便,能够提高计算效率。

(2) 调索前后结构的线形有所改善,结构的应力变化不明显,调索组数越多,索力误差相对更均匀,结构状态更趋近理论成桥状态。

### 参考文献:

### References:

- [1] 陈开利,余天庆,习刚.混合梁斜拉桥的发展与展望[J].桥梁建设,2005,35(2):1-4.  
CHEN Kaili, YU Tianqing, XI Gang. Development and prospective of hybrid girder cable-stayed bridge[J]. Bridge Construction, 2005, 35(2): 1-4.
- [2] 施洲,顾家昌,周勇聪.铁路混合梁斜拉桥钢混结合段研究综述[J].中国铁道科学,2022,43(2):48-59.  
SHI Zhou, GU Jiachang, ZHOU Yongcong. Research review on steel-concrete composite joint of railway hybrid girder cable-stayed bridge[J]. China Railway Science, 2022, 43(2): 48-59.
- [3] 肖汝诚,项海帆.斜拉桥索力优化的影响矩阵法[C]//中国土木工程学会桥梁及结构工程学会第十二届年论文集(下册).广州,1996:133-141.  
XIAO Rucheng, XIANG Haifan. Influence matrix method for cable force optimization of cable-stayed bridges [C]// Proceedings of the 12th Annual Conference of Bridge and Structural Engineering Society of China Civil Engineering Society (Volume 2). GuangZhou, 1996: 133-141.
- [4] 方鸿,高琼.影响矩阵法在系杆拱桥施工调索中的应用[J].中外公路,2014,34(6):146-148.  
FANG Hong, GAO Qiong. Application of influence matrix method in cable adjustment of tied arch bridge construction[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2014, 34(6): 146-148.
- [5] 王伟坤,刘世忠.马新大桥索力测试及调索计算方法[J].科学技术与工程,2016,16(16):276-278,284.  
WANG Weikun, LIU Shizhong. The cable force test and

- cable adjustment calculation method of Maxin Bridge[J]. Science Technology and Engineering, 2016, 16(16): 276-278,284.
- [6] 杨兴,张敏,周水兴.影响矩阵法在斜拉桥二次调索中的应用[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2009,28(3): 508-511.
- YANG Xing, ZHANG Min, ZHOU Shuixing. Application of influence matrix method to secondary cable-adjustment of cable-stayed bridges[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2009, 28(3): 508-511.
- [7] SUNG Y C, CHANG D W, TEO E H. Optimum post-tensioning cable forces of Mau-Lo Hsi cable-stayed bridge [J]. Engineering Structures, 2006, 28(10): 1407-1417.
- [8] 严松,颜鹏飞.基于遗传算法的钢斜拉桥成桥索力优化[J].中外公路,2021,41(2):198-202.
- YAN Song, YAN Pengfei. Cable force optimization of steel box girder cable-stayed bridge in completed status based on genetic algorithm[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2021, 41(2): 198-202.
- [9] 陈志军,刘洋,杨立飞,等.基于粒子群优化算法的独塔斜拉桥成桥索力优化[J].桥梁建设,2016,46(3):40-44.
- CHEN Zhijun, LIU Yang, YANG Lifei, et al. Optimization of stay cable tension of completed bridge of single-pylon cable-stayed bridge based on particle swarm optimization algorithm[J]. Bridge Construction, 2016, 46(3): 40-44.
- [10] SONG C L, XIAO R C, SUN B. Optimization of cable pre-tension forces in long-span cable-stayed bridges considering the counterweight[J]. Engineering Structures, 2018, 172: 919-928.
- [11] ZHANG T, BAI H F. Analysis of cable-stayed bridge for APDL-based optimization[J]. Advanced Materials Research, 2011, 1269(243): 1567-1572.
- [12] 马昌凤.最优化方法及其 Matlab 程序设计[M].北京:科学出版社,2010.
- MA Changfeng. Optimization method and its Matlab programming[M]. Beijing: Science Press, 2010.
- [13] 徐郁峰,周雅妍,方世乐.西江特大桥精细有限元仿真分析[J].中外公路,2009,29(5):111-115.
- XU Yufeng, ZHOU Yayan, FANG Shile. Fine finite element simulation analysis of Xijiang Bridge[J]. Journal of China & Foreign Highway, 2009, 29(5): 111-115.
- [14] 刘燕飞,朱安静,匡晓明,等.襄阳市东西轴线二跨汉江特大桥主桥设计[J].桥梁建设,2017,47(1):94-98.
- LIU Yanfei, ZHU Anjing, KUANG Xiaoming, et al. Design of main bridge of second Hanjiang River Bridge on east-to-west axis of Xiangyang City[J]. Bridge Construction, 2017, 47(1): 94-98.
- [15] 招商局重庆交通科研设计院有限公司.公路桥梁施工监控技术规程:JTG/T 3650-01—2022[S].北京:人民交通出版社股份有限公司,2022.
- China Merchants Chongqing Communications Technology Research & Design Institute Co., Ltd.. Technical specifications for construction monitoring and control of highway bridges: JTG/T 3650-01—2022[S]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2022.
- [16] 交通运输部公路科学研究院.公路工程质量检验评定标准 第一册 土建工程:JTG F80/1—2017[S].北京:人民交通出版社股份有限公司,2017.
- Research Institute of Highway Ministry of Transport. Inspection and evaluation quality standards for highway engineering section 1 civil engineering: JTG F80/1—2017 [S]. Beijing: China Communications Press Co., Ltd., 2017.