

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2023.04.013

大跨窄梁悬索桥结构体系对静动力刚度的影响研究

宋松科¹,何佳勇²,陈潜²,杜桃明¹,李永乐²,余传锦^{2*}

(1.四川省交通勘察设计研究院有限公司,四川 成都 610017;2.西南交通大学 桥梁工程系,四川 成都 610031)

摘要:大跨度窄梁悬索桥,结构轻柔、整体刚度低,抗风问题突出。结构静动力刚度是大跨度桥梁抗风的基础参数。该文以一座大跨窄梁悬索桥为工程背景,基于空间缆索分段悬链线理论和桥梁三维有限元模型,多工况系统对比分析加劲梁刚度、主缆垂跨比、主缆间距和吊点宽度等参数对静动力刚度的影响。研究发现:加劲梁刚度对大桥的整体刚度贡献较大,与结构的静动力刚度呈正相关,尤其对结构的竖向和扭转静动力刚度影响明显;主缆垂跨比对大桥扭转静动力刚度影响较大;主缆间距和吊点宽度对大桥的静动力特性影响有限。

关键词:桥梁工程;悬索桥;窄梁;有限元模型;静动力刚度

中图分类号:U448.25

文献标志码:A

0 引言

中国的桥梁建设发展迅猛,并且随着路网建设的中心逐步转移到西部山区,桥梁修建过程中需要面临越来越复杂严峻的地形,对桥梁跨越能力的要求也更加严格,这也为山区大跨度窄梁悬索桥的发展提供了契机^[1-3]。

窄梁悬索桥在中国西部山区应用较多,但其结构轻柔、整体刚度小,抗风问题显著^[4-5]。Tacoma大桥风毁后,大跨柔性桥梁的气动稳定性受到学者的重视,同时也有学者观察到桥梁先发生静风失稳的情况并开展了相关研究^[6-8]。尹建芳^[9]以刘家峡大桥为例,从结构和气动措施研究超窄桥面桁式加劲梁悬索桥颤振稳定问题;李永乐等^[10]通过采用三维非线性分析方法及整体特征值稳定性分析方法,研究不同主缆材料对超大跨径悬索桥静风稳定性的影响;熊耀清等^[11]采用有限元软件建立了大跨极窄人行悬索桥模型,进行动力特性及非线性风振响应研究;李加武等^[12]以多座窄梁悬索桥为例,提出并检验提高窄梁悬索桥结构抗风能力的措施;何晗欣等^[13]

研究了系列提高结构整体刚度的结构抗风措施对桥梁颤振临界风速的影响;白桦等^[14]采用风洞试验与数值计算方法,提出了系列改善桥面结构等抗风措施以提高桥梁的静、动力抗风稳定性。结构的静动力刚度对桥梁的抗风性能存在直接影响,但目前对结构参数与桥梁静动力刚度的关系还缺少系统的研究,研究结构参数对静动力刚度的影响有一定的必要性。

本文以紫坪铺特大桥为工程背景,以空间缆索分段悬链线理论为依据,建立空间有限元模型,着重分析大跨窄梁空间缆索悬索桥结构参数如加劲梁刚度、主缆垂跨比、主缆间距和吊点宽度对桥梁静动力刚度的影响。

1 工程背景

紫坪铺特大桥是G317线友谊隧道至映秀改建工程项目的控制性工点。紫坪铺特大桥主桥为双塔单跨悬索桥,桥跨跨径为485 m,加劲梁宽18.3 m。主缆外张和吊索形成三维空间索系,成桥状态下两主缆在桥塔锚固点处的横向间距为24.5 m,跨中处

收稿日期:2022-04-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(编号:52008356);中国博士后科学基金资助项目(编号:2020M683355);四川省科技计划项目(编号:2021YJ0543);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(编号:2682021CX015)

作者简介:宋松科,男,硕士,高级工程师.E-mail:54881770@qq.com

*通信作者:余传锦,男,博士,讲师.E-mail:ycj@swjtu.edu.cn

为16.256 m。主缆垂跨比为1/10。吊杆顺桥向间距为9 m。加劲梁为钢-混组合梁,刚构格子梁与预制

混凝土板通过剪力钉形成整体。大桥结构布置图如图1所示。

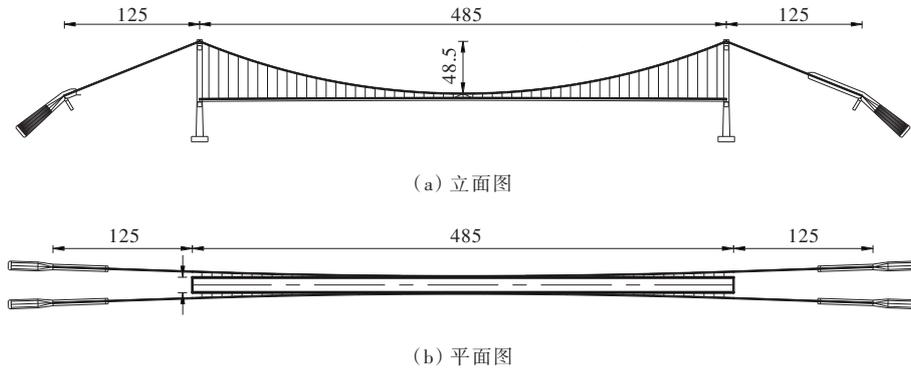


图1 悬索桥总体布置图(单位:m)

2 空间有限元模型

采用Ansys有限元软件建立三维空间有限元模型,分别利用单主梁模型与板壳模型,进行对比验证,以保证建模的准确可靠。

桥塔采用Beam4空间梁单元模拟。在板壳模型中,加劲梁边箱梁采用Beam4空间梁单元模拟,桥面板和横梁采用Shell63板壳单元模拟;在单主梁模型中,加劲梁采用考虑翘曲变形的Beam188空间梁单元模拟。主缆和吊杆只受拉力,采用Link8三维杆单元模拟。全桥模型示意图和模型局部细节分别如图2、3所示。

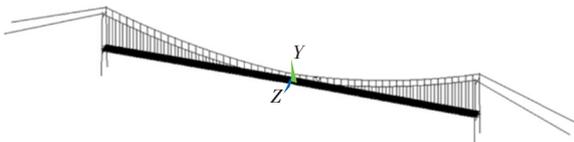
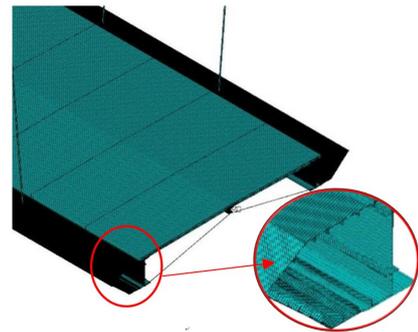


图2 全桥模型示意图

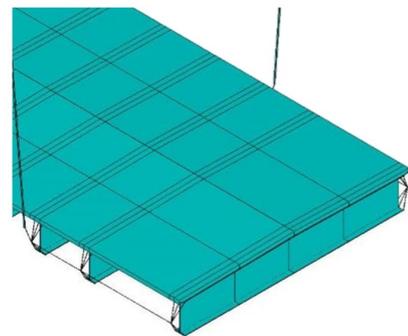
对两种不同模型进行结构动力特性分析,并取代表性振型对比,发现两种模型的计算结果相吻合,建模结果正确可靠。计算结果如表1和图4所示。

3 空间缆索分段悬链线理论

空间缆索合理线形的确定是后续研究的基础。空间缆不同于平面缆找形,吊杆之间的缆段与桥轴线存在夹角,且各缆段夹角互不同,需按空间受力考虑。在进行主缆的迭代计算时,有以下基本假定:忽



(a) 单主梁模型



(b) 板壳模型(边箱梁未示意)

图3 模型局部细节示意图

表1 桥梁模态与频率汇总

振型	频率/Hz	
	单主梁模型	板壳模型
1阶对称横弯	0.124	0.126
1阶反对称竖弯	0.165	0.165
1阶对称竖弯	0.239	0.239
1阶反对称扭转+反对称横弯	0.380	0.376
1阶对称扭转	0.449	0.435

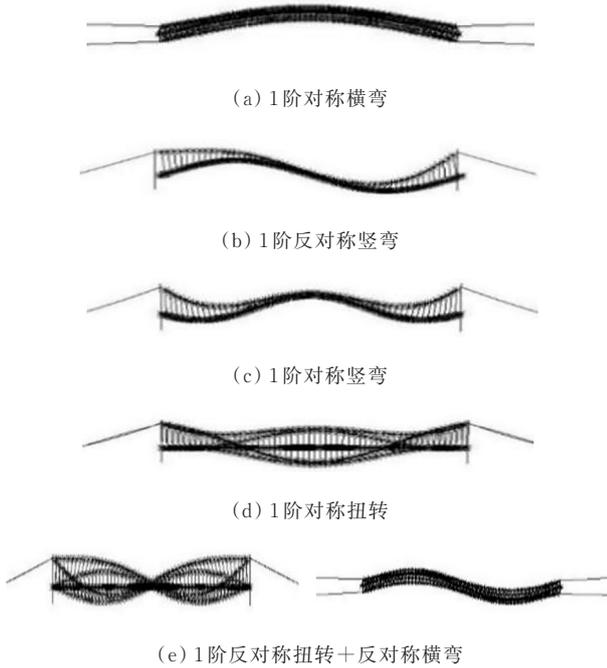


图 4 桥梁模式示意图

略自身的抗弯刚度;材料满足胡克定律,应力-应变呈线性关系;忽略泊松效应;悬索桥在成桥状态下,受到沿弧长均布的自重荷载和吊杆传递的集中荷载^[15]。缆段和吊杆示意图如图 5 所示。

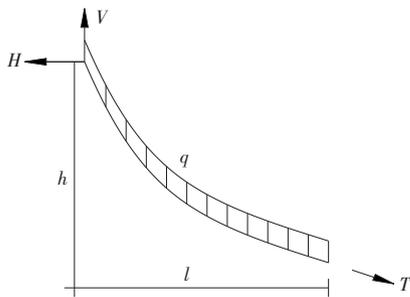


图 5 缆索示意图

主缆吊杆之间的缆段只受沿无应力长度均布的自重,可以采用平面单索的方程求解,各缆段的悬链线方程为^[16-17]:

$$l = \frac{HL_0}{EA_0} + \frac{HL_0}{W} \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V-W}{H} \right) \right] \quad (1)$$

$$h = \frac{WL_0}{EA_0} \left(\frac{V}{W} - \frac{1}{2} \right) + \frac{HL_0}{W} \cdot \left\{ \left[1 + \left(\frac{V}{H} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[1 + \left(\frac{V-W}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (2)$$

式中: l 为悬链线两端点水平距离; h 为悬链线两端点

竖向距离; H 为悬链线左端力的水平分力; V 为悬链线的竖向分力; E 为悬链线材料的弹性模量; A_0 为悬链线的横截面积; L_0 为悬链线的无应力长度; W 为悬链线的自重 qL_0 ; q 为悬链线的自重集度。

式(1)、(2)可化为:

$$l_z = \frac{HL_{z0}}{E_z A_{z0}} + \frac{H}{q_z} \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V - q_z L_{z0}}{H} \right) \right] \quad (3)$$

$$h_z = \frac{q_z L_{z0}^2}{E_z A_{z0}} \left(\frac{V}{q_z L_{z0}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H}{q_z} \cdot \left\{ \left[1 + \left(\frac{V}{H} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[1 + \left(\frac{V - q_z L_{z0}}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (4)$$

式中:下标 z 为与主缆有关的参数。

吊杆同样看作悬链线,无应力长度表达的悬链线方程如下:

$$l_d = \frac{HL_{d0}}{E_d A_{d0}} + \frac{H}{q_d} \cdot \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V - q_d L_{d0}}{H} \right) \right] \quad (5)$$

$$h_d = \frac{q_d L_{d0}^2}{E_d A_{d0}} \left(\frac{V}{q_d L_{d0}} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H}{q_d} \cdot \left\{ \left[1 + \left(\frac{V}{H} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[1 + \left(\frac{V - q_d L_{d0}}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (6)$$

按有应力长度表达的悬链线方程为:

$$l_d = \frac{H}{q_d} \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V - q_d L_d}{H} \right) \right] \quad (7)$$

$$h_d = \frac{H}{q_d} \left\{ \left[1 + \left(\frac{V}{H} \right)^2 \right]^{1/2} - \left[1 + \left(\frac{V - q_d L_d}{H} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} \quad (8)$$

式中:下标 d 为与吊杆有关的参数; L 为悬链线的有应力长度;其余各参数含义同前文。

本次的空间缆找形由自编程序完成。基于无应力长度的悬链线方程无法得到显式解,有应力长度的悬链线方程则相对简单,计算效率优于无应力长度公式,同时计算精度满足要求,因此主缆的找形计算中,吊杆力的计算均采用有应力索长公式。

4 参数影响规律研究

桥梁静刚度和动刚度与桥梁结构参数密切相关,如加劲梁刚度、主缆垂跨比、主缆间距和吊点宽度。为系统对比研究每个参数的影响,本文以单主梁模型为基础,通过对比桥梁跨中线刚度和结构模态频率的方法综合评估桥梁静刚度和动刚度。

桥梁跨中竖向线刚度为加劲梁跨中发生单位竖向位移而需在跨中截面形心施加的竖向力;横向线刚度同理;扭转线刚度为加劲梁跨中发生单位转角而需在跨中截面形心位置施加的扭矩。具体计算公式为:

$$K = \frac{F}{\delta} \quad (9)$$

式中: K 为桥梁跨中的广义线刚度; F 为施加于加劲梁跨中的广义力; δ 为在加劲梁跨中施加力 F 后对应方向的广义位移。

4.1 加劲梁刚度

加劲梁作为悬索桥的组成结构之一,主要起支承和传递荷载的作用。通过修改加劲梁弹性模量的方法改变加劲梁刚度,此方法仅对桥梁加劲梁的刚度产生影响,主缆和吊杆的相对位置与内力不会发生改变。令加劲梁刚度系数为 $k_i = EI / (E_0 I)$,其中 E_i 为修改加劲梁刚度后的加劲梁弹性模量; E_0 为加劲梁的初始弹性模量。以紫坪铺特大桥原设计方案为基准,加劲梁刚度系数 k_i 分别取0.6、0.8、1.0、1.2、1.4进行分析。得到不同加劲梁刚度下桥梁跨中线刚度与模态频率。跨中线刚度对比结果如表2所示,动力特性计算结果如表3所示。图6、7分别描述了桥梁的静刚度和模态频率随加劲梁刚度的变化规律。

表2 跨中线刚度对比(加劲梁刚度)

加劲梁刚度系数	竖向线刚度/ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	横向线刚度/ ($\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$)	扭转线刚度/ ($\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$)
0.6	4 482.44	2 155.63	390 773.28
0.8	4 692.96	2 545.10	437 136.23
1.0	4 893.01	2 955.30	480 998.74
1.2	5 069.01	3 322.04	520 968.59
1.4	5 241.31	3 709.81	559 378.92

表3 动力特性对比(加劲梁刚度)

加劲梁刚度系数	模态频率/Hz				
	1阶对称横弯	1阶反对称竖弯	1阶对称竖弯	1阶反对称扭+反对称横弯	1阶对称扭转
0.6	0.11	0.16	0.23	0.31	0.42
0.8	0.12	0.16	0.24	0.35	0.44
1.0	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
1.2	0.13	0.17	0.24	0.40	0.46
1.4	0.14	0.17	0.25	0.43	0.47

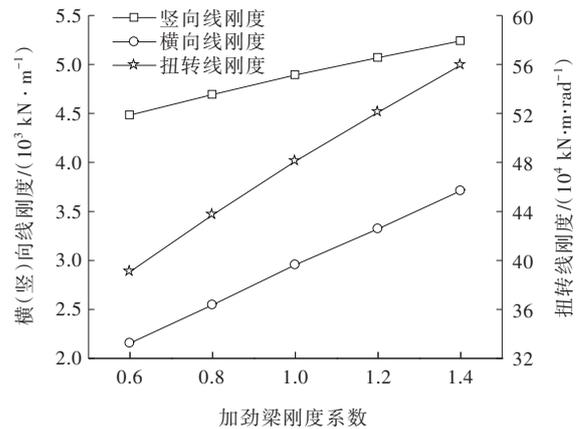


图6 静刚度随加劲梁刚度的变化规律

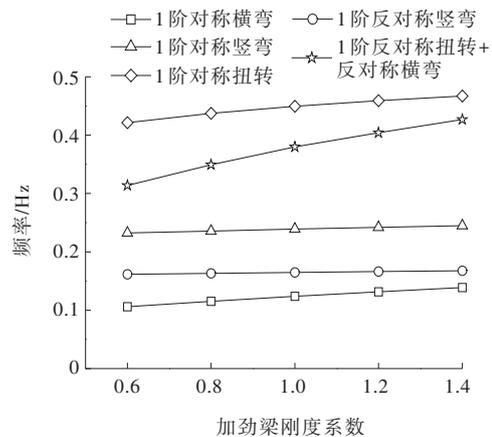


图7 模态频率随加劲梁刚度的变化规律

由表2、3和图6、7可知:当加劲梁的刚度逐渐增大,桥梁跨中线刚度和模态频率均呈增大的趋势。可见加劲梁对结构整体刚度存在一定贡献,随着加劲梁刚度的增大,桥梁整体刚度增大,模态频率也呈增大趋势。当加劲梁刚度系数由0.6增长至1.4时,桥梁的竖向线刚度、横向线刚度和扭转线刚度的相对增长率分别为16.93%、72.10%和43.15%。对于模态频率,1阶反对称扭转+反对称横弯振型的相对增长率最大,达38.71%。其次为横弯模态和扭转模

态,相对增长率分别为 27.27% 和 11.90%。可见加劲梁刚度的增大对桥梁的横向和竖向静动力刚度贡献相对较大。

4.2 主缆垂跨比

悬索桥的主缆垂跨比是桥梁在设计之初就需要确定的重要参数,对结构刚度存在重要影响,一般选择悬索桥的垂跨比为 1/9~1/12。本次研究在紫坪铺特大桥原设计方案即垂跨比为 1/10.0 的基础上,增设垂跨比分别为 1/9.5、1/10.5、1/11.0、1/11.5、1/12.0 工况进行对比分析。不同主缆垂跨比下桥梁跨中线刚度与模态频率如表 4、5 所示。图 8、9 为静刚度和模态频率随主缆垂跨比的变化规律。

表 4 跨中线刚度对比(主缆垂跨比)

主缆垂跨比	中垂点竖坐标/m	竖向线刚度/(kN·m ⁻¹)	横向线刚度/(kN·m ⁻¹)	扭转线刚度/(kN·m·rad ⁻¹)
1/9.5	5.193 4	4 865.45	2 981.02	488 160.40
1/10.0	7.770 2	4 893.01	2 955.30	480 998.74
1/10.5	10.055 5	4 902.06	2 937.00	473 393.41
1/11.0	12.155 1	4 899.63	2 922.59	465 612.55
1/11.5	14.072 1	4 889.35	2 910.69	457 873.60
1/12.0	15.829 3	4 873.10	2 901.15	450 610.89

表 5 动力特性对比(主缆垂跨比)

主缆垂跨比	模态频率/Hz				
	1阶对称横弯	1阶反对称竖弯	1阶对称竖弯	1阶反对称扭转+反对称横弯	1阶对称扭转
1/9.5	0.12	0.16	0.24	0.39	0.46
1/10.0	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
1/10.5	0.12	0.17	0.24	0.38	0.44
1/11.0	0.12	0.18	0.24	0.37	0.43
1/11.5	0.12	0.18	0.24	0.37	0.42
1/12.0	0.12	0.18	0.23	0.38	0.41

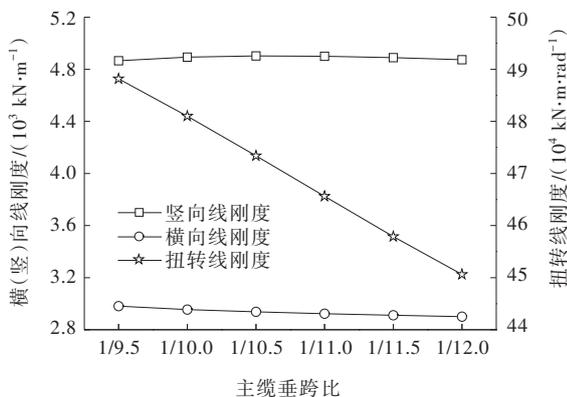


图 8 静刚度随主缆垂跨比的变化规律

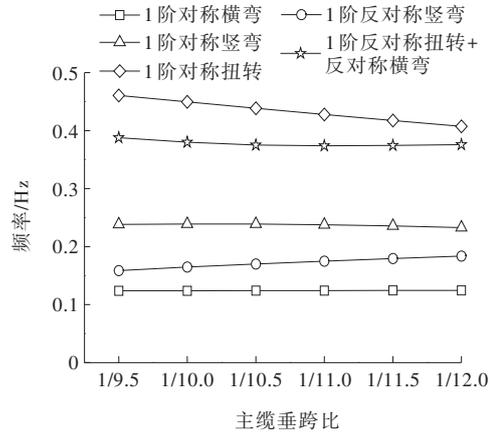


图 9 模态频率随主缆垂跨比的变化规律

由表 4、5 和图 8、9 可知:当主缆垂跨比逐渐减小时,桥梁跨中横向线刚度和扭转线刚度均呈减小趋势,尤其是扭转线刚度变化明显,主缆垂跨比由 1/9.5 变为 1/12.0 时相对下降了 7.69%。随主缆垂跨比降低,桥梁 1 阶对称扭转模态频率逐渐减小,1 阶反对称竖弯模态的频率逐渐增大,1 阶反对称扭转+反对称横弯模态的频率则出现先减小后增大的趋势。主缆垂跨比减小时,主缆的横向矢跨比也在逐渐减小,故主缆的横向刚度随着垂跨比的减小而减小。主缆垂跨比逐渐减小时,桥梁的跨中竖向线刚度呈先增大再减小的趋势,1 阶对称竖弯模态的频率也呈现出先增大再减小的趋势。所有模态中,1 阶对称扭转模态的频率变化最大,相对下降了 10.87%;横弯模态基本不变。综上可知:主缆垂跨比的改变对桥梁的扭转静动力刚度影响较大。

悬索桥的结构刚度需综合考虑重力刚度和几何刚度。忽略桥塔位移,垂跨比与重力刚度成反比,与几何刚度成正比。主缆垂跨比在一定范围内逐渐减小时,加劲梁下挠程度先按照重力刚度影响递减,再按照几何刚度影响递增。在垂跨比较大时,重力刚度影响较大;垂跨比较小时,几何刚度影响较大。故随着垂跨比的减小,悬索桥加劲梁跨中竖向刚度可能存在先增加再减小的情况,但是总体而言竖向刚度的变化幅度不是很大^[18-19]。

4.3 主缆间距

主缆间距的变化采用改变桥塔塔柱的横向间距实现。空间缆索的横向矢跨比无法预设,会随着主缆间距的变化而变化,因此主缆横向间距的改变对桥梁竖向刚度、横向刚度和扭转刚度均有一定影响。紫坪铺特大桥设计方案主缆间距为 24.5 m,在此基础

上,增设间距为22.7 m、23.6 m、25.4 m、26.3 m的桥梁工况进行建模分析。得出不同主缆间距下桥梁跨中线刚度与模态频率,结果如表6、7所示。图10、11分别为静刚度和模态频率随主缆间距的变化规律。

表6 跨中线刚度对比(主缆间距)

主缆间距/m	竖向线刚度/ (kN·m ⁻¹)	横向线刚度/ (kN·m ⁻¹)	扭转线刚度/ (kN·m·rad ⁻¹)
22.7	4 899.05	2 948.96	482 827.26
23.6	4 896.32	2 951.87	481 946.00
24.5	4 893.01	2 955.30	480 998.74
25.4	4 889.35	2 959.10	480 009.32
26.3	4 885.53	2 963.43	478 978.27

表7 动力特性对比(主缆间距)

主缆间距/m	模态频率/Hz				
	1阶对称横弯	1阶反对称竖弯	1阶对称竖弯	1阶反对称扭转+反对称横弯	1阶对称扭转
22.7	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
23.6	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
24.5	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
25.4	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
26.3	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45

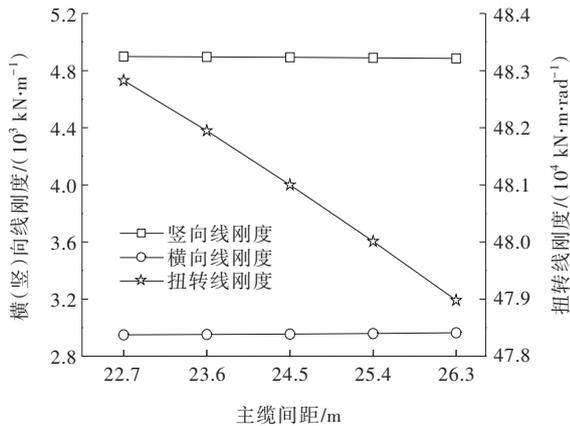


图10 静刚度随主缆间距的变化规律

由表6、7和图10、11可知:当主缆间距由22.7 m逐渐增大为26.3 m时,桥梁跨中竖向线刚度和扭转线刚度均呈减小趋势,分别相对减少0.28%和0.80%;横向线刚度呈增大趋势,相对增大0.49%,可见扭转线刚度变化相对明显。由上说明:主缆间距的增大使加劲梁的竖向和扭转静刚度下降,但各项静刚度的变化幅度均较小。对于模态频率,由于本桥的横向矢跨比较小,无法较明显地反映空间缆索

体系的空间效应,在主缆间距发生改变时,各模态的频率变化幅度均较小^[20]。

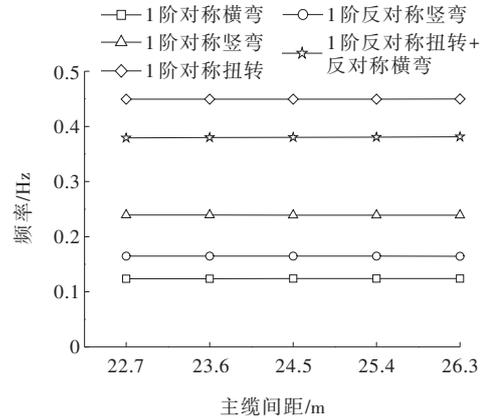


图11 模态频率随主缆间距的变化规律

4.4 吊点宽度

吊点宽度也是悬索桥设计的重要参数之一。紫坪铺特大桥原吊点宽度为9 m,在此基础上,增设吊点宽度为7 m、8 m、10 m、11 m的桥梁工况进行建模分析。得出不同吊点宽度下桥梁跨中线刚度与模态频率,结果如表8、9所示。吊点宽度对静刚度和模态频率的影响见图12、13。

表8 跨中线刚度对比(吊点宽度)

吊点宽度/m	竖向线刚度/ (kN·m ⁻¹)	横向线刚度/ (kN·m ⁻¹)	扭转线刚度/ (kN·m·rad ⁻¹)
7	4 895.17	2 955.52	480 858.81
8	4 894.07	2 955.50	480 996.78
9	4 893.01	2 955.30	480 998.74
10	4 890.07	2 955.32	481 089.19
11	4 887.66	2 955.48	481 134.66

表9 动力特性对比(吊点宽度)

吊点宽度/m	模态频率/Hz				
	1阶对称横弯	1阶反对称竖弯	1阶对称竖弯	1阶反对称扭转+反对称横弯	1阶对称扭转
7	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
8	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
9	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
10	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45
11	0.12	0.16	0.24	0.38	0.45

由表8、9和图12、13可知:当吊点宽度由7 m逐渐增大为11 m时,桥梁跨中竖向线刚度呈减小的趋势,横向线刚度基本不变,扭转线刚度逐渐增加。其中,竖向线刚度的相对变化率最大,相对减小0.15%。

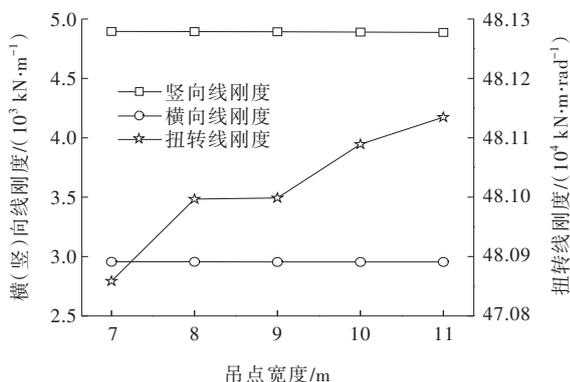


图12 静刚度对比图(吊点宽度)

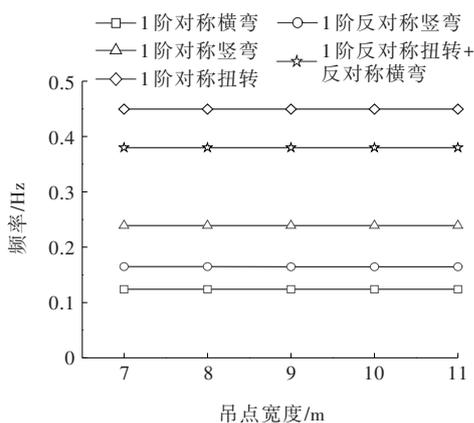


图13 频率对比图(吊点宽度)

由此可见,吊点宽度的改变对桥梁的整体刚度无明显影响,各模态的频率基本不变。

5 结语

以紫坪铺特大桥为例,通过对加劲梁刚度、主缆垂跨比、主缆间距和吊点宽度4个重要结构参数的对比研究,分析计算得到各参数影响下桥梁动静刚度的变化规律。研究发现:加劲梁刚度对大桥的整体刚度贡献较大,与结构的静动力刚度呈正相关,尤其对结构的竖向和扭转静动力刚度影响明显;主缆垂跨比对大桥扭转静动力刚度影响较大;主缆间距和吊点宽度对大桥的静动力特性影响有限。本研究所得结论可为未来相关结构设计提供参考。

参考文献:

[1] 姚昌荣,李亚东,梁东,等.山区大跨度桥梁结构选型[J].

桥梁建设,2012,42(6):81-86.

- [2] 李永乐,蔡宪棠,唐康,等.深切峡谷桥址区风场空间分布特性的数值模拟研究[J].土木工程学报,2011,44(2):116-122.
- [3] 余传锦.复杂山区桥梁大风行车安全预警系统研究[D].成都:西南交通大学,2019.
- [4] 刘健新,何晗欣,武俊彦.窄桥面悬索桥非线性抖振时域分析[J].桥梁建设,2009,39(6):19-22.
- [5] 张明金,李永乐,余传锦,等.深切峡谷桥址区高空风特性现场实测研究[J].西南交通大学学报,2019,54(3):542-547.
- [6] MATSUMOTO M, SHIRATO H, YAGI T, et al. Effects of aerodynamic interferences between heaving and torsional vibration of bridge decks: the case of Tacoma Narrows Bridge[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2003, 91(12): 1547-1557.
- [7] 陈凯,赵利红,韩艳.山区窄幅悬索桥静风稳定影响参数分析[J].中外公路,2018,38(3):107-110.
- [8] 李永乐,欧阳韦,郝超,等.大跨度悬索桥静风失稳形态及机理研究[J].空气动力学学报,2009,27(6):701-706.
- [9] 尹建芳.提高超窄桥面加劲梁悬索桥颤振稳定的措施研究[J].铁道建筑,2010,50(12):13-16.
- [10] 李永乐,侯光阳,乔倩妃,等.超大跨径悬索桥主缆材料对静风稳定性的影响[J].中国公路学报,2013,26(4):72-77.
- [11] 熊耀清,何云明,吴小宾.大跨极窄人行悬索桥动力特性及风振响应研究[J].建筑结构,2010,40(9):148-152,155.
- [12] 李加武,车鑫,高斐,等.窄悬索桥颤振失稳控制措施效果研究[J].振动与冲击,2012,31(23):77-81,86.
- [13] 何晗欣,刘健新.大跨窄悬索桥抗风措施及其优化研究[J].公路交通科技,2010,27(3):93-97,102.
- [14] 白桦,胡庆安,胡兆同,等.窄幅钢桁梁悬索桥抗风稳定性性能研究[J].振动与冲击,2010,29(4):155-159,187.
- [15] 唐茂林,强士中,沈锐利.悬索桥成桥主缆线形计算的分段悬链线法[J].铁道学报,2003,25(1):87-91.
- [16] 丁松.空间索面悬索桥主缆线形分析及程序开发[D].秦皇岛:燕山大学,2016.
- [17] IRVINE H M. Cable structures[M]. Cambridge: MIT Press, 1982.
- [18] 江南,沈锐利.矢跨比对悬索桥结构刚度的影响[J].土木工程学报,2013,46(7):90-97.
- [19] 唐茂林,宋晖,林恰,等.矢跨比对悬索桥受力的影响分析[J].建筑科学与工程学报,2010,27(3):24-28.
- [20] 刘玉辉,沈子焯,冯康平.空间索体系悬索桥动力特性分析[J].北方交通,2018(3):12-15.