

等效加劲板单元在U形加劲板稳定性 计算中的应用研究

陈想军

(武汉综合交通研究院有限公司,湖北 武汉 430000)

摘要:为解决大跨度扁平钢箱梁主梁U形加劲板数值仿真时计算模型过于庞大的问题,提出一种等效加劲板单元有限元计算理论和U形加劲板的简化方法。通过将U形加劲板中U形小箱肋简化为等效加劲条的处理方式,重新分配盖板的横向刚度,计算等效加劲肋对板件受力的影响,采用基于Ansys平台二次开发的Fortran语言进行稳定性分析,与全真壳单元有限元模型进行对比。结果表明:与全真壳单元模型相比,该文提出的等效加劲板单元模型挠度计算结果相对误差仅为5.9%,低阶模态下屈曲系数相对误差仅为2%左右;在该文计算平台的处理下,采用等效加劲板单元模型获得的前5阶模态的时间仅为全真壳单元的1/3左右。

关键词:U形加劲板;等效加劲板单元;扁平钢箱梁;有限元分析;屈曲分析

中图分类号:U441

文献标志码:A

0 引言

U形加劲板是钢箱梁顶板的常用结构形式,可有效提高结构承载力,因此被广泛应用于大跨度扁平钢箱梁斜拉桥的主梁中。由于采用加劲板件的扁平钢箱梁一般自重较轻,板材厚度较薄,故其力学特性一直是专家学者的研究重点^[1-3]。张雅俊等^[4]通过对4个Q420钢材的U形加劲板试件进行承载力试验,系统研究了受压U形加劲板局部、整体和合成屈曲的破坏形式及破坏机理;张迅等^[5]联合试验与数值仿真,对U形加劲板的声振特性进行了研究与分析,总结了U形加劲板的振动传递特性和声辐射性能;甘露等^[6]基于LS-DYNA平台建立了U形加劲板在爆破作用下的数值计算模型,分析了U形加劲肋的爆破特性,得到了减轻钢板破坏的合理U形肋布置方法;马牛静等^[7-8]以港珠澳大桥通航孔钢箱梁桥面板为研究对象,采用组合板梁单元法计算了U形加劲肋板的静力与动力特性,并与Ansys结果进行对比,验证了该计算方法的有效性;赵秋等^[9]制作了U形加劲板的试验试件,通过轴压试验的方式总结了U形

加劲板的局部失稳形式,阐明了U形加劲板的失稳破坏机理。此外,还有一些专家学者也对U形加劲板的受力机理展开了相关研究^[10-12]。

总结以上研究可知,目前对于U形加劲板的相关研究,建立数值仿真模型仍是必不可少的分析手段,相对于大跨度扁平钢箱梁的主梁顶板,U形加劲肋在整体结构中尺寸较小,当对U形加劲板结构进行整体分析时,如果对加劲肋进行全真模拟,则结构需按加劲肋尺寸划分合适的单元,导致模型体积非常庞大,尤其在屈曲分析这种需要进行大量迭代的计算中,对U形加劲板采取合适的简化方式进行计算是十分必要的。基于此,为实现在U形加劲板构件精确模拟的基础上降低数值模型的计算空间消耗量,本文在对U形肋进行合理简化的前提下提出一种等效加劲板单元,以实现在低阶模态下完成U形加劲板屈曲计算的精确分析。

1 等效加劲板单元计算理论

1.1 基本计算假定

如图1所示,对于等厚度板建立坐标系 $O-xyz$,以

薄板中平面为 xOy 平面, z 轴垂直于板平面并朝下,此时根据第一类稳定理论,对该薄板有如下假定:

(1) 假设薄板厚度很小,取薄板微元体上的应力 σ_z, τ_{zx} 和 τ_{zy} ,此时 σ_z, τ_{zx} 和 τ_{zy} 远小于应力 σ_x, σ_y 和 τ_{xy} ,由 σ_z, τ_{zx} 和 τ_{zy} 产生的正应变 ϵ_z 和剪应变 γ_{zx}, γ_{zy} 可忽略不计。当正应变 ϵ_z 很小时,可以推知 $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$,说明薄板上任一点挠度仅与坐标 x 和坐标 y 有关,与坐标 z 无关,即薄板中面挠度可代表薄板上任一点沿 z 方向的挠度。由于忽略了剪应变 γ_{zx}, γ_{zy} ,因此在弯曲前垂直于中面的直线弯曲后仍垂直于中曲面。

(2) 相较于板厚,中面上垂直方向的挠度很小。

(3) 薄板材料属性为各向同性,应力-应变为线弹性关系。

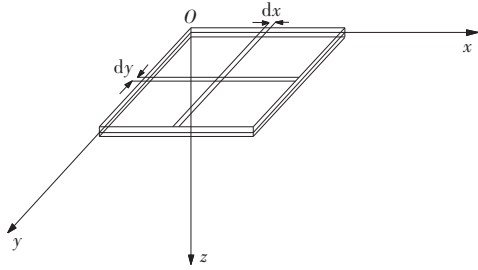


图1 薄板计算示意图

1.2 位移模式和应力-应变关系

1.2.1 位移模式

为理解薄板的屈曲形态,对加劲板单元节点建立自然坐标系,选取单元节点位移并读取其坐标系下母单元的坐标。如图2所示,建立加劲板单元的自然坐标系,图中 $M_{\theta_{xi}}, M_{\theta_{yi}}$ 分别为转角位移产生的力矩; $F_{x_i}, F_{y_i}, F_{z_i}$ 分别为3个方向的节点力; η, ξ 分别为自然坐标系下母单元的坐标,得到加劲板单元的节点位移为 $u_i, v_i, w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi} (i=1, 2, 3, 4)$,则该加劲板单元内任一点的位移可写成:

$$\{u, v, w, \theta_x, \theta_y\}^T = [N_e] \{\delta\}^e \quad (1)$$

式中: $[N_e]$ 为薄板单元的形函数; $\{\delta\}^e$ 为薄板单元节点位移。

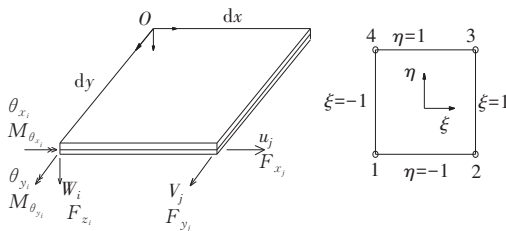


图2 单元位移模式

由式(1)可知,每个单元节点有5个位移分量,则当取一个加劲板单元进行分析时,共有20个节点位移分量,对20个节点位移分量取20个参数的多项式作为唯一模式可得位移分量 u, v, w 的位移模式,转角位移分量 θ_x, θ_y 可通过 w 位移分量分别对 y 和 x 求偏微分求得,将节点位移局部坐标代入,可求解未知参数 $a_i (i=1, 2, \dots, 20)$ 。加劲板单元的位移模式如式(2)所示:

$$\begin{cases} u = a_1 + a_2 \xi + a_3 \eta + a_4 \xi \eta \\ v = a_5 + a_6 \xi + a_7 \eta + a_8 \xi \eta \\ w = a_9 + a_{10} \xi + a_{11} \eta + a_{12} \xi^2 + a_{13} \xi \eta + a_{14} \eta^2 + \\ a_{15} \xi^3 + a_{16} \xi^2 \eta + a_{17} \xi \eta^2 + a_{18} \eta^3 + a_{19} \xi^3 \eta + a_{20} \xi \eta^3 \\ \theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} \\ \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} \end{cases} \quad (2)$$

加劲板的平动位移场可表示为:

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u - z\theta_x \\ v - z\theta_y \\ w \end{Bmatrix} \quad (3)$$

1.2.2 应力-应变关系

根据材料力学基本原理,加劲板单元的应变可表示为:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

式中: ϵ_x, ϵ_y 分别为应变对 x, y 的一阶偏微分; γ_{xy} 为应变对 x, y 的二阶偏微分。

以节点位移列阵形式可表示为:

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\}^e \quad (5)$$

式中: $[B]$ 为位移矩阵。

设 $\{\sigma_0\}$ 为初始应力,由广义胡克定律可知单元应力表达如式(6)所示:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} + \{\sigma_0\} \quad (6)$$

$$[D] = \frac{E}{1 - \mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \mu}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中: $[D]$ 为劲度矩阵; E 为弹性模量; μ 为材料泊松比。

1.3 刚度矩阵求解

1.3.1 单元刚度矩阵

如图 1 所示加劲板单元, 设 $\{F\}^e = [F_1, F_2, F_3, F_4]^T$ 为加劲板单元全部节点力向量, 根据虚功原理推导其刚度矩阵, 设加劲板单元发生虚位移 $\{r^*\}$, 节点虚位移为 $\{\delta^*\}^e$, 此时节点力所做虚功为:

$$\delta V = u_i^* F_{xi} + v_i^* F_{yi} + w_i^* F_{zi} + \theta_{xi}^* M_{\theta_{xi}} + \theta_{yi}^* M_{\theta_{yi}} + \dots = (\{\delta^*\}^e)^T \{F\}^e \quad (8)$$

式中: u_i^*, v_i^*, w_i^* 分别为 x, y, z 方向的节点虚位移; $\theta_{xi}^*, \theta_{yi}^*$ 分别为 x, y 方向的转角虚位移。

发生虚位移后加劲板单元内虚应变能由板件虚应变能和杆件虚应变能组成, 设板件虚应变能为 δU_p , 杆件虚应变能为 δU_{bk} , 则总虚应变能 $\delta U = \delta U_p + \sum_{k=1}^6 \delta U_{bk}$, 总虚应变能如式 (9) 所示:

$$\delta U = \iiint \{\epsilon^*\}^T \{\sigma\} dx dy dz + \sum_{k=1}^6 \int_0^{l_k} \{\epsilon_{bk}^*\}^T \{\sigma_{bk}\} dl_k = (\{\delta^*\}^e)^T \left\{ \iiint [B]^T \{\sigma\} dx dy dz + \sum_{k=1}^6 \int_0^{l_k} [B_{bk}]^T \{\sigma_{bk}\} dl_k \right\} \quad (9)$$

式中: $\{\epsilon^*\}$ 为板件虚应变矩阵; $\{\sigma\}$ 为板件应力矩阵; $\{\epsilon_{bk}^*\}$ 为杆件虚应变矩阵; $\{\sigma_{bk}\}$ 为杆件应力矩阵; l_k 为杆单元长度; $[B], [B_{bk}]$ 分别为板件和杆件的应变系数矩阵。

由虚功原理 $\delta V = \delta U$ 可得:

$$(\{\delta^*\}^e)^T \{F\}^e = (\{\delta^*\}^e)^T \left\{ \iiint [B]^T \{\sigma\} dx dy dz + \sum_{k=1}^6 \int_0^{l_k} [B_{bk}]^T \{\sigma_{bk}\} dl_k \right\} \quad (10)$$

当发生任意虚位移式 (10) 均成立, 假设加劲板单元无初始应力, 则有:

$$\{F\}^e = \left(\iiint [B]^T [D] [B] dx dy dz + \sum_{k=1}^6 \int_0^{l_k} [B_{bk}]^T [D_b] [B_{bk}] dl_k \right) \{\delta\}^e = [k]^e \{\delta\}^e \quad (11)$$

式中: $[D], [D_b]$ 分别为板件和杆件的广义胡克定理

系数矩阵。

即可求出加劲板单元刚度矩阵 $[k]^e$ 。

1.3.2 几何刚度矩阵

令 U_{bp}^e 为板的弯曲应变能、 U_{bb}^e 为杆的弯曲应变能, 则整个加劲板单元的弯曲应变能 U_b^e 为:

$$U_b^e = U_{bp}^e + U_{bb}^e \quad (12)$$

考虑挠度 w 在板部分和加劲部分引起的附加应变, 此时加劲板单元的总应变-位移关系如式 (13) 所示:

$$\begin{cases} \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ \epsilon_{bk} = \epsilon_{lk} - z \frac{\partial^2 w}{\partial l_k^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial l_k} \right)^2 \quad (k=1, 2, 3, 4, 5, 6) \end{cases} \quad (13)$$

式中: ϵ_{bk} 为加劲杆的应变; ϵ_{lk} 为加劲杆由轴向位移引起的应变; l_k 为加劲杆轴线的曲线坐标。

此时, 加劲板单元总应变能如式 (14) 所示:

$$\begin{aligned} U_b^e &= U_{bp}^e + U_{bb}^e \\ &= \frac{D}{2} \iint \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\mu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dx dy + \\ &\quad \frac{1}{2} \iint \left\{ \sigma_x t \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \sigma_y t \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2\tau_{xy} t \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right\} dx dy + \\ &\quad \sum_{k=1}^6 \frac{1}{2} \int_{l_k} \left\{ EI \left(\frac{\partial^2 w}{\partial l_k^2} \right)^2 + F_{l_k} \left(\frac{\partial w}{\partial l_k} \right)^2 \right\} dl_k \end{aligned} \quad (14)$$

式中: F_{l_k} 为加劲杆轴向力; μ 为泊松比; E 为弹性模量; I 为惯性矩; t 为沿面力的位移; $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 为面力。

由式 (13) 可知, 第二大项及第三大项中第二小项为加劲板中面力 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 和加劲杆轴力 F_{l_k} 产生的应变能, 令 δ_{bend}^e 为节点弯曲位移, 有:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix}^T = [g] \{\delta_{bend}^e\} \quad (15)$$

$$\left[\frac{\partial w}{\partial l_k} \right] = [g_{bk}] \{ \delta_{\text{bend}}^e \}, k = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (16)$$

式中: $[g]$ 、 $[g_{bk}]$ 分别为板件和杆件的节点弯曲位移偏微分系数矩阵。

则由加劲板中面力 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} 和加劲杆轴力 F_{li} 产生的总应变能为:

$$U = \frac{1}{2} \{ \delta_{\text{bend}}^e \}^T * \left(\iint [g]^T \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} [g] dx dy \{ \delta_{\text{bend}}^e \} + \sum_{i=1}^6 \int_{l_k} [g_{bk}]^T [F_{li}] [g_{bk}] dl_k \right) = \frac{1}{2} \{ \delta_{\text{bend}}^e \}^T [k_\sigma] \quad (17)$$

此时 $[k_\sigma]$ 即为加劲板单元的几何刚度矩阵。

2 U形加劲板简化方法及求解流程

2.1 简化方法

U形加劲板是扁平钢箱梁中一种常用的结构形式,U形肋的加入可以有效提升钢箱梁的承载能力。本文提出一种对U形加劲板件的简化方法(图3),可适用于不同U形加劲肋宽度参数的等效计算。对U形肋与盖板相交位置采用设置加劲条的方式进行模拟,使用两个加劲肋模拟一个U形小箱肋,重新计算和分配加劲条对各板件受力的影响,将加劲条之间的盖板作为荷载横向分配的等效换算板。

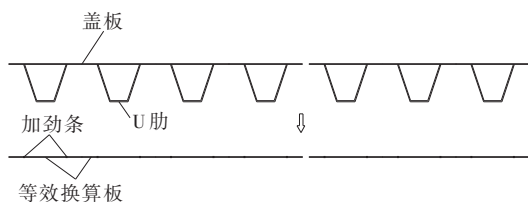


图3 U形加劲板简化示意图

对于U形加劲板顺桥向面外刚度的模拟,根据图3简化方法,当采用等效加劲板单元模拟U形肋的刚度作用时,对U形肋形心对应位置向盖板两边取一定的有效宽度,有效宽度一般取U肋间距,此时加劲条刚度为等效盖板宽度与U形肋组成的纵向小箱肋抗弯、抗扭惯性矩。

对于U形加劲板横向刚度的模拟,可采用文献[13]中的等效格子梁法,基本原理为使用有限密或无限密分配梁的抗弯惯性矩来模拟U形加劲板的横向刚度,通过计算图3中等效换算板的厚度推导其刚度,作为U形加劲板单元横向刚度的组成。

对于U形加劲板抗扭刚度的模拟,取顶板盖板和U形肋组成的纵向小箱肋梯形截面抗扭刚度进行计算。

根据上述原则得到加劲条的刚度和等效换算板的厚度后,可采用等效加劲板单元对U形加劲板进行稳定性计算,简化后U形加劲板以两个等效加劲条模拟U形小箱肋的作用,由于加劲条间距较小,等效换算板板厚与原盖板基本保持一致,能达到对面内刚度较为精确的模拟。

2.2 基于Ansys二次开发的计算程序

根据式(11)、(17)中考虑的单元刚度和几何刚度关系,当考虑外力增加 λ 倍时,建立加劲板总体平衡方程如(18)所示:

$$([K] + \lambda [K_\sigma]) \{ \delta \} = 0 \quad (18)$$

式中: $[K]$ 为不考虑几何刚度的总刚度矩阵; $\lambda [K_\sigma]$ 为加劲板总体的几何刚度矩阵。

求解屈曲临界荷载即为式(18)特征方程求解特征值问题,本文采用子空间迭代法求解加劲板临界屈曲荷载^[14],分析加劲板“整体-局部”屈曲模式,本文在有限元软件Ansys平台的基础上进行二次开发,对U形加劲板编写Fortran语言求解程序,将编译的Fortran用户程序连接到Ansys平台上,对结构完成屈曲分析。

3 算例验证

3.1 工程概况及有限元模型

本文以某大跨度斜拉桥钢箱梁结构为工程背景,验证等效加劲板单元在稳定性分析中的有效性,钢箱梁横断面如图4所示,钢箱梁各部件尺寸如下:梁高4 m,顶板宽35.4 m,底板宽(6.35+23+6.35) m;顶板厚14~24 mm,底板厚12~22 mm,腹板厚30 mm;顶板U形加劲肋厚8~10 mm,上口宽300 mm,下口宽170 mm,高300 mm,间距600 mm;底板U形加劲肋:厚6~8 mm,上口宽250 mm,下口宽400 mm,高260 mm,间距800 mm;横隔板间距4 m,厚12 mm;实体式纵隔板厚12 mm。

为验证提出的等效加劲板单元及其简化方法,取横向跨度36 m,采用Ansys分别建立该钢箱梁U形加劲板件的全真壳单元模型和简化后的加劲板单元模型(图5),由于两端支承为横隔板和纵隔板,板

散效果越来越明显,高阶屈曲模态下等效加劲板单元模型计算出的屈曲系数已不具备准确性。考虑到在结构屈曲计算时起主要作用的为低阶屈曲模态,故认为在高阶屈曲下的结果失真不影响等效加劲板单元在实际计算中的实用性。

全真壳单元模型和等效加劲板单元模型基本信息如表1所示。由表1可知:等效加劲板单元模型的点、线、面数均为全真壳单元模型的1/3左右,单元数和节点数均为全真壳单元模型的1/4左右,本文计算平台配置如下:系统为Windows10,CPU为i5-9400,内存为16 GB。在本文计算平台下求得结构前5阶模态,全真壳单元模型计算时长为196 s,简化的等效加劲板单元模型计算时长仅为64 s,可见,采取本文方法对U形加劲板进行屈曲分析时可以在保证低阶计算精度的同时大大提高计算效率。

表1 模型基本信息

项目	点数/ 个	线数/ 条	面数/ 个	单元数/ 个	节点数/ 个
全真壳单元模型	602	1 021	360	16 320	14 735
等效加劲板单元模型	244	364	121	4 114	4 270

4 结论

本文针对大跨度扁平钢箱梁斜拉桥钢主梁U形加劲顶板的屈曲分析时有限元模型计算量庞大的问题,提出一种等效加劲板单元的模拟方法,通过对U形加劲板进行简化处理,实现对真实结构屈曲分析的精确性和高效性,得到主要结论如下:

(1) 在简化U形加劲板计算模型后,采用等效加劲板单元计算方法可以实现对真实结构的准确计算,其挠度计算结果与全真壳单元模型结果的相对误差仅为5.9%,计算结果较为准确。

(2) 等效加劲板单元法在低阶屈曲模态下具有极高的计算精度,由于在基本假定中仅考虑了薄板的线弹性关系,故随着屈曲模态阶数的增加,计算结果呈现一定的离散与失真。考虑到低阶屈曲对结构

起主要作用,基于等效加劲板单元的U形加劲板稳定性计算仍有较高的应用价值。

(3) 由于等效加劲板单元简化了计算模型,在相同计算平台下其计算量仅为全真壳单元模型的1/3,大大减少了计算空间消耗量,提高了大跨度扁平钢箱梁U形加劲板类复杂结构的计算效率。

参考文献:

- [1] 余鸿彬,谭宗伟,夏腾.某高速公路互通连续钢箱梁结构计算分析研究[J].中外公路,2020,40(3):160-164.
- [2] 方金,范亮.高温混合料摊铺过程中的扁平钢箱梁温度效应分析[J].中外公路,2021,41(2):214-219.
- [3] 赵金霞,白凯,廖原.嘉鱼长江公路大桥钢箱梁设计[J].中外公路,2020,40(5):172-176.
- [4] 张雅俊,林立华,刘玉擎.Q420钢U肋加劲板轴压承载力试验研究[J].同济大学学报(自然科学版),2021,49(12):1754-1760,1788.
- [5] 张迅,王曦阳,刘蕊,等.U肋加劲板的声振特性研究[J].中国公路学报,2020,33(7):76-85.
- [6] 甘露,宗周红,李明鸿,等.爆炸作用下U形加劲肋加劲钢板结构的动态响应与破坏模式[J].东南大学学报(自然科学版),2020,50(2):207-214.
- [7] 马牛静,王荣辉,朴洸.港珠澳大桥通航孔钢箱梁桥面板的静动力特性研究[J].应用基础与工程科学学报,2017,25(6):1261-1272.
- [8] 马牛静,赵国栋.钢箱梁正交异性板局部振动特性研究[J].桥梁建设,2017,47(1):71-75.
- [9] 赵秋,翟战胜,陈宝春,等.U形肋加劲板局部稳定性试验研究[J].建筑结构学报,2017,38(7):156-163.
- [10] 赵秋,翟战胜,陈宝春.混合强度U形肋加劲钢板受压稳定试验研究[J].建筑结构学报,2016,37(7):54-63.
- [11] 赵秋,张骏超,林楚,等.混合钢U肋加劲板受压整体稳定承载力数值模拟与计算方法[J].建筑科学与工程学报,2020,37(3):45-54.
- [12] 赵秋,张骏超,翟战胜,等.U肋加劲板受压力学性能分析[J].铁道建筑,2019,59(5):15-21.
- [13] 王应良,李小珍,强士中.梯形加劲肋正交异性板钢桥面分析的等效格子梁法[J].西南交通大学学报,1999,34(5):545-549.
- [14] 张帅.Stokes特征值问题的自适应反迭代及子空间迭代有限元算法[D].湘潭:湘潭大学,2019.