

软土区碎石桩鼓胀变形正交数值试验影响因素分析

范留军^{1,2}, 路晓明^{1,2}, 苗鹏¹

(1. 郑州科技学院, 河南 郑州 450064; 2. 郑州市土工复合材料重点实验室, 河南 郑州 450064)

摘要:碎石桩复合地基在发生竖向沉降变形的同时, 桩体往往也伴随着鼓胀变形, 研究碎石桩鼓胀变形特性及影响因素, 对分析碎石桩复合地基沉降规律及变形机理具有重要作用。该文基于正交数值试验, 采用有限元软件 Midas GTS 建模, 分析碎石桩鼓胀变形的主要影响因素, 并运用极差和方差分析各影响因素的敏感性及显著性。最后通过回归分析, 得出优化后的鼓胀变形计算公式。研究结果表明: 软土的弹性模量、黏聚力及碎石桩的置换率对最大鼓胀应变影响显著; 软土黏聚力和置换率对最大鼓胀埋深影响显著; 软土弹性模量及置换率对鼓胀变形长度有显著影响; 碎石桩的力学参数对鼓胀变形特性影响很小。单因素分析指出: 在软土弹性模量较小时, 增大弹性模量可有效减少最大鼓胀应变及鼓胀变形长度。软土黏聚力的提高可减小最大鼓胀应变, 且最大鼓胀的位置有一定下移, 即碎石桩破坏点下移。

关键词:正交数值试验; 碎石桩; 鼓胀变形; 敏感性; 显著性

中图分类号:U418.5

文献标志码:A

碎石桩复合地基是指通过振动或沉管方式先在地基中成孔, 然后在孔内填筑碎石并振捣密实的一种散体材料桩复合地基。碎石桩具有造价低、施工速度快、适用性较强等特点, 同时兼具置换挤密周围土层, 形成竖向排水通道的作用, 因此, 在建筑、公路、铁路等软土地基处置方面应用广泛。

目前, 针对碎石桩加固软土地基的研究已取得了一定的成果, 刘胜群等^[1]分析了碎石桩加固前后软土路基的位移沉降规律和路堤填筑过程中碎石桩的应力、位移和塑性区特征; 陈贺等^[2]通过不同类型包裹碎石桩复合地基试验, 研究了包裹材料刚度对复合地基承载力、侧向鼓胀变形刚度等的影响; 彭小勇等^[3]在考虑地基土和桩体自重应力的前提下, 推导出基于 Brauns 碎石桩极限承载力计算模型; 杜毅^[4]研究了不同碎石桩埋深、碎石桩间距、地基弹性模量及路堤填方高度对路堤变形的影响; 邹佑学、王四根等^[5-7]研究了碎石桩在可液化地基处理方面的应用。但是, 针对碎石桩鼓胀变形的研究较少, 且多集中于室内试验研究, 张玲等^[8-9]研制了一种散体材料桩鼓胀变形的测量装置, 并给出了测试方法, 同时提出了考

虑鼓胀变形的散体材料桩复合地基沉降变形的计算方法; 郭尤林等^[10]结合广义胡克定律, 提出了计算固体与散体组合桩的鼓胀变形值及桩身沉降值的方法。

然而, 影响软土地区碎石桩鼓胀变形因素多, 单因素测试复杂, 鼓胀变形测量难度大, 仅通过室内试验研究局限性明显。因此, 该文通过 Midas GTS 有限元软件, 并基于正交试验分析多因素对最大鼓胀变形率、最大鼓胀埋深以及鼓胀变形长度等特性的影响, 通过极差、方差分析各影响因素对鼓胀变形特性的敏感程度和显著性, 为软土地区碎石桩的设计与施工提供一定的参考。

1 有限元建模及正交试验设计

1.1 数值建模

有限元模型的依托工程为某滨河公路软土路基段, 路基宽 25 m, 填土高度 2.3 m, 为重点研究碎石桩鼓胀变形特性, 取单桩复合地基为研究对象, 通过改变加载板尺寸来变更碎石桩复合地基置换率, 其中

收稿日期: 2022-09-22 (修改稿)

基金项目: 河南省科技攻关计划项目 (编号: 222102320404); 河南省教育厅高校重点研究项目 (编号: 22B560018); 郑州科技学院科研项目 (编号: 23010121006)

作者简介: 范留军, 男, 硕士, 讲师. E-mail: 836366355@qq.com

碎石桩直径为 0.4 m,长度 10 m,软土层厚度 10 m,考虑模型及荷载的对称性,计算取整体模型的 1/4,软土长度和宽度取碎石桩直径的 20 倍,即 8 m,计算模型及部分试验鼓胀变形曲线如图 1 所示。

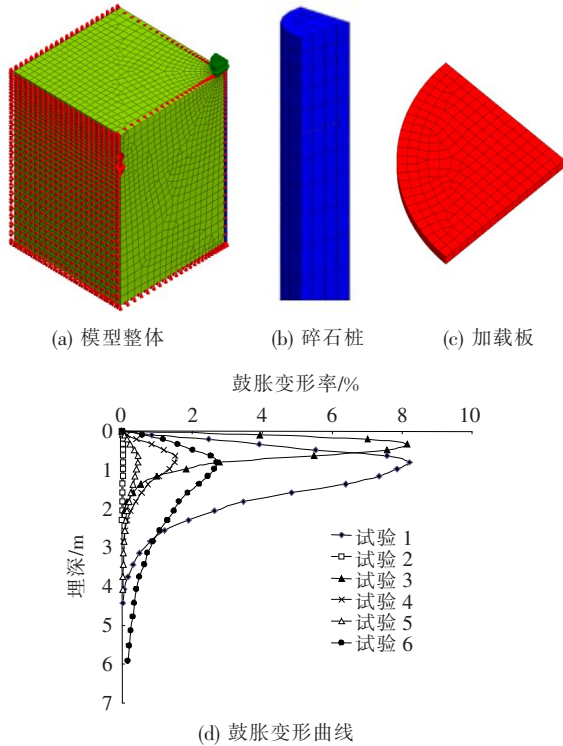


图 1 有限元模型及部分试验鼓胀变形曲线

由于碎石桩需要周围土层的约束作用才能发挥强度,桩土之间必然会相互嵌入并产生协调变形,因此,桩体之间可不添加界面单元^[11],荷载根据填土高度取为 40 kPa。碎石桩及土体均采用摩尔库仑本构关系,加载板为弹性结构。

1.2 正交试验设计

对于多因素多水平试验,进行全面试验是难以

实现的,正交试验从全面试验中挑选出具有代表性的试验,这些代表性的试验具备了“均匀分散,齐整可比”的特点,合理的正交试验设计,既能减少试验数量,又能有效消除试验误差,最终达到科学有效评估全面试验的目的^[12-13]。

该文主要研究软黏土相关参数、碎石桩相关参数及置换率等因素对最大鼓胀应变、最大鼓胀埋深及鼓胀变形长度的影响,分别选取软土弹性模量 E_1 、黏聚力 c_u 、内摩擦角 φ_u ,碎石桩弹性模量 E_2 、黏聚力 c 、内摩擦角 φ 以及置换率 m 为研究因素,每个因素设置 4 个水平,置换率的变化采用改变加载板尺寸的方式实现,正交试验各因素水平的参数如表 1 所示。

表 1 正交试验各因素水平的参数

水平	软土			碎石桩			m
	E_1 / MPa	c_u / kPa	φ_u / (°)	E_2 / MPa	c / kPa	φ / (°)	
1	1	2	1	20	1	25	1
2	4	5	3	30	5	30	0.250 0
3	7	8	5	40	9	35	0.110 0
4	10	11	7	50	13	40	0.062 5

该正交试验为 7 因素 4 水平试验,为进行误差分析,增加一空列,即为 8 因素 4 水平,全面试验共计试验次数为 $4^8=65\,536$ 次,而该次试验采用 $L_{32}(4^8)$ 正交试验表,共计 32 次,次数不足全面试验的 5/10 000,大大减少了试验工作量。

1.3 数值模型验证

为了验证模型数据及分析的可靠性,在进行鼓胀变形分析之前,进行了各因素对碎石桩沉降变形影响的极差分析,极差计算方法及公式参见 2.1 节及公式(1),结果如表 2 所示。

表 2 碎石桩沉降变形极差分析

均值及 极差	软土			碎石桩			m
	E_1 /MPa	c_u /kPa	φ_u /(°)	E_2 /MPa	c /kPa	φ /MPa	
k_1	43.76	21.47	37.15	25.97	28.40	23.12	6.60
k_2	26.67	21.55	22.70	24.92	20.10	20.40	13.44
k_3	7.79	25.97	16.00	19.28	18.99	24.37	28.92
k_4	9.64	18.87	12.02	17.69	20.37	19.97	38.90
R	35.97	7.10	25.13	8.28	9.41	4.40	32.30

由表 2 可知:各因素对碎石桩沉降影响的敏感性依次为:软土弹性模量 E_1 > 置换率 m > 软土内摩擦角

φ_u > 碎石桩黏聚力 c > 碎石桩弹性模量 E_2 > 软土黏聚力 c_u > 碎石桩内摩擦角 φ 。与已有研究结果^[14]具

有较好的一致性。

2 碎石桩鼓胀变形特性因素敏感性分析

软土地区碎石桩鼓胀变形特性主要有最大鼓胀应变、最大鼓胀埋深以及鼓胀变形长度。最大鼓胀应变指碎石桩鼓胀后最大直径减去原直径后,与原直径相比的百分数;最大鼓胀埋深为桩顶与最大鼓胀应变处的距离;鼓胀变形长度取鼓胀应变大于0.5%的桩长部分。为探究各因素对鼓胀变形特性的敏感

性,一种简单有效的方法是对各因素进行极差分析。

2.1 极差分析方法及正交试验结果

极差分析是正交试验结果常用的一种分析方法,通过计算各因素在各水平相应结果的平均值 k_{ij} 及该因素各水平的极差 R_i ,确定各因素对结果的敏感程度,极差越大,该因素对结果的影响越明显,即结果对该因素越敏感。

$$R_i = \max\{k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in}\} - \min\{k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in}\} \quad (1)$$

将正交试验设计各因素各水平按照正交试验设计表格的要求,各试验编号下计算结果列于表3。

表3 正交试验设计表及计算结果

编号	软土			碎石桩			m	空列	最大鼓胀 应变/%	最大鼓胀 埋深/m	鼓胀变形 长度/m
	E_1/MPa	c_u/kPa	$\varphi_u/(\circ)$	E_2/MPa	c/kPa	φ/MPa					
1	4	5	1	20	1	40	0.062 5	2	8.200	0.80	3.33
2	10	5	3	50	5	35	1	2	0.046	0.55	0.29
3	10	2	7	40	1	30	0.110 0	2	8.137	0.34	1.36
4	10	5	1	50	13	25	0.110 0	4	1.535	0.63	1.95
5	1	5	7	30	13	30	1	3	0.458	0.80	0.17
6	1	11	3	40	13	25	0.062 5	2	2.691	0.86	3.65
7	7	8	5	20	13	35	0.110 0	2	0.108	0.97	0
8	7	5	5	40	9	25	0.062 5	3	1.520	1.05	1.71
9	10	11	7	20	5	40	0.062 5	3	0.053	0.80	0.34
10	4	8	3	40	13	40	1	1	0.058	1.20	1.08
11	4	2	5	30	5	25	0.250 0	2	6.466	0.34	1.36
12	4	8	1	40	5	30	0.110 0	3	1.530	0.80	1.47
13	1	8	5	50	1	30	0.062 5	4	5.720	1.16	2.84
14	1	2	1	20	1	25	1	1	7.367	0.21	1.16
15	4	2	7	30	13	35	0.062 5	4	8.940	0.48	2.05
16	7	5	7	40	1	35	0.250 0	1	0.531	0.63	0.32
17	7	2	3	50	5	30	0.062 5	1	7.990	0.34	1.81
18	4	11	7	50	9	25	0.110 0	1	0.546	0.63	0.46
19	1	2	3	20	9	35	0.110 0	3	12.600	0.55	2.56
20	10	8	1	30	9	35	0.062 5	1	0.709	1.16	0.78
21	10	2	5	40	9	40	1	4	0.018	0.21	0
22	7	2	1	50	13	40	0.250 0	3	1.500	0.50	0.82
23	7	8	7	20	5	25	1	4	0.014	0.34	0
24	10	8	3	30	1	25	0.250 0	3	0.252	0.48	0
25	4	5	3	20	9	30	0.250 0	4	1.020	0.63	1.02
26	4	11	5	50	1	35	1	3	0.170	0.34	0
27	7	11	3	30	1	40	0.110 0	4	0.230	0.80	0
28	7	11	1	30	9	30	1	2	0.024	0.21	0
29	1	8	7	50	9	40	0.250 0	2	1.645	0.63	2.74
30	1	11	1	40	5	35	0.250 0	4	1.674	0.48	2.30
31	1	5	5	30	5	40	0.110 0	1	8.877	0.80	2.84
32	10	11	5	20	13	30	0.250 0	1	0.039	0.40	0

2.2 极差分析

依据表 3,对鼓胀变形特性进行极差分析,并将计算结果绘制成柱状图,如图 2 所示。

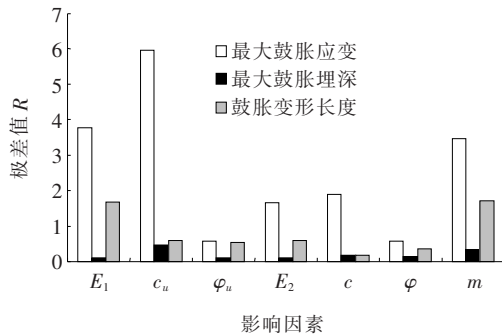


图2 各因素对鼓胀变形特性极值的柱状图

由图 2 可知:各因素对鼓胀变形影响的敏感程度由大到小的顺序为:

(1) 最大鼓胀应变:软土黏聚力 c_u > 软土弹性模量 E_1 > 置换率 m > 碎石桩黏聚力 c > 碎石桩弹性模量 E_2 > 软土内摩擦角 φ_u = 碎石桩内摩擦角 φ 。

(2) 最大鼓胀埋深:软土黏聚力 c_u > 置换率 m > 碎石桩黏聚力 c > 碎石桩内摩擦角 φ > 软土弹性模量 E_1 = 碎石桩弹性模量 E_2 > 软土内摩擦角 φ_u 。

(3) 鼓胀变形长度:置换率 m > 软土弹性模量 E_1 > 软土黏聚力 c_u > 碎石桩弹性模量 E_2 > 软土内摩擦角 φ_u > 碎石桩内摩擦角 φ > 碎石桩黏聚力 c 。

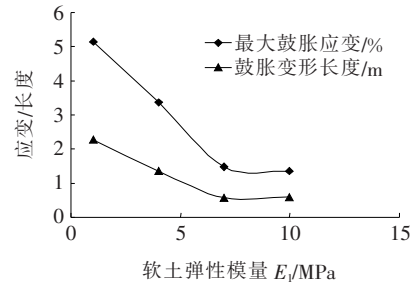
综上可知:影响软土地区碎石桩鼓胀变形特性的因素主要是软土的黏聚力 c_u 、软土弹性模量 E_1 及置换率 m ,而与软土内摩擦角 φ_u 及碎石桩的相关特性关系很小,这主要是因为碎石桩复合地基需要依靠周围土体的约束才能发挥作用,而碎石桩本身的力学特性远大于周围的软土,此时软土的约束将对碎石桩的鼓胀变形起主要作用。

2.3 软土弹性模量、黏聚力及置换率对鼓胀特性的影响规律研究

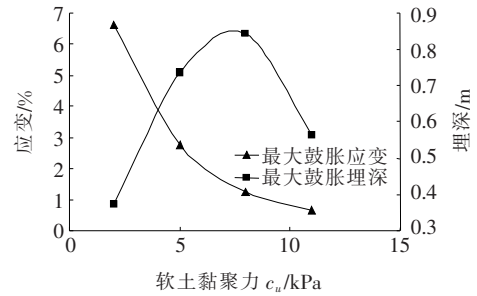
影响软土地区碎石桩鼓胀变形特性的因素主要是软土的黏聚力 c_u 、软土弹性模量 E_1 及置换率 m ,根据实测结果,绘制鼓胀变形特性与主要影响因素之间的关系,如图 3 所示。

从图 3 可以看出:

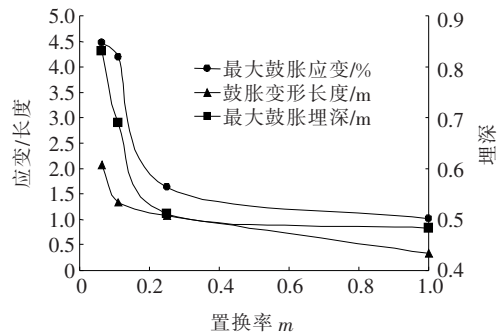
(1) 随着软土弹性模量的增加,最大鼓胀应变及鼓胀变形长度迅速减小之后趋于稳定,当软土的弹性模量从 1 MPa 增加到 7 MPa 时,应变和变形长度分别从 5.13%、2.28 m 减小到 1.49%、0.58 m,而提高到 10 MPa 时,应变和变形长度分别为 1.35%、0.59 m。



(a) 弹性模量



(b) 黏聚力



(c) 置换率

图3 鼓胀变形特性随软土弹性模量、黏聚力及置换率变化规律图

说明在软土弹性模量较小时,增大弹性模量可有效减少最大鼓胀应变及鼓胀变形长度,而弹性模量较大时,则效果不明显。

(2) 随着软土黏聚力的提高,最大鼓胀应变先迅速减小,黏聚力大于 8 kPa 时,减速变缓;而最大鼓胀埋深先增大后减小,在黏聚力为 8 kPa 时达到最大值。因此,软土黏聚力的提高不仅可减小最大鼓胀应变,而且最大鼓胀的位置有一定下移,即碎石桩破坏点随之下移。

(3) 置换率对最大鼓胀应变、埋深及鼓胀变形长度均有显著影响。最大鼓胀应变及埋深随着置换率的增大先迅速减小后基本保持不变。当置换率由 0.065 增大到 0.25 时,最大鼓胀应变分别由 4.48% 降至 1.64%,最大鼓胀埋深从 0.83 m 降至 0.51 m;而置换率从 0.25 增大到 1 时,应变为 1.02%,埋深为 0.48 m,变化极小。因此,碎石桩施工时,置换率不宜

过小,大于0.25对于减小最大鼓胀应变及鼓胀变形长度的效果显著。

3 方差分析

3.1 分析依据

极差分析能简单快速地确定各因素的敏感程度,但无法考虑试验误差的影响,即各因素对结果的影响无法采用精确的数值进行考量,因此,通过对数据进行方差分析,可弥补极差分析带来的缺陷。方差分析采用F分布进行检验,根据正交试验方差分析中因素自由度和误差自由度,通过F分布公式计算相应的F值,即 $F_{(0.01,0.05,0.1,0.2)}=F(df_1,df_e)$,该试验因素自由度 df_1 为3,误差自由度 df_e 为10,则根据计算结果,将F检验分为5级(表4)。

表4 F分布显著性检验分类标准^[15]

$F \geq 6.55$	$6.55 > F \geq 3.7$	$3.7 > F \geq 2.7$	$2.7 > F \geq 1.86$	$F < 1.86$
高度显著	较高度显著	显著	较显著	不显著
※※※※	※※※	※※	※	不显著

方差分析也可通过均方差进一步判定各影响因素的敏感程度,均方差及方差计算公式如下:

$$\bar{S}_j = S_j / f \quad (2)$$

$$S_j = \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 \quad (3)$$

式中: f 为因素自由度; \bar{S}_j 为均方差,均方差越大,则试验结果的差异越大,则该因素的影响越显著; S_j 为方差。

3.2 方差分析结果

结合表4将各影响因素对鼓胀变形特性进行方差分析,结果如表5所示。

表5 各因素对鼓胀变形特性方差分析结果

影响因素	最大鼓胀应变			最大鼓胀埋深			鼓胀变形长度		
	均方差	F值	显著性	均方差	F值	显著性	均方差	F值	显著性
E_1	25.50	4.96	※※※	0.02	0.48	不显著	5.19	9.21	※※※※
c_u	57.42	11.16	※※※※	0.34	7.92	※※※※	0.63	1.11	不显著
φ_u	0.44	0.09	不显著	0.02	0.39	不显著	0.46	0.81	不显著
E_2	4.62	0.90	不显著	0.02	0.45	不显著	0.59	1.05	不显著
c	6.41	1.25	不显著	0.04	1.03	不显著	0.05	0.08	不显著
φ	0.79	0.15	不显著	0.04	0.86	不显著	0.23	0.40	不显著
m	24.73	4.81	※※※	0.21	4.96	※※※	4.06	7.21	※※※※

由表5可知:①最大鼓胀应变的均方差分析结果表明:各因素对其影响的敏感程度依次为:软土黏聚力 c_u >软土弹性模量 E_1 >置换率 m >碎石桩黏聚力 c >碎石桩弹性模量 E_2 >碎石桩内摩擦角 φ >软土内摩擦角 φ_u 。与误差分析结果基本一致,且方差分析比误差分析的精度更高。同时,软土黏聚力 c_u 对最大鼓胀应变影响高度显著,软土弹性模量 E_1 及置换率 m 对其影响较高度显著,而其余因素影响均不显著;②显著影响最大鼓胀埋深的因素为软土黏聚力 c_u 及置换率 m ,而软土弹性模量 E_1 及置换率 m 则对鼓胀变形长度的影响高度显著。

因此,提高软土的弹性模量 E_1 及黏聚力 c_u ,减小置换率 m ,能有效地改善软土地区碎石桩的鼓胀特性,而改善碎石桩本身的物理力学性质,则对其影响很小。

4 碎石桩鼓胀变形回归分析

通过回归分析,可以建立鼓胀特性与各影响参

数之间的关系式,并判断相关系数^[16]。由于影响参数较多,故采用多元线性回归方式拟合,采用调整后的方差,该方差不会因影响因素数量的增加而逐渐趋近于1,避免非显著性因素的影响,采用回归模型公式(4),其中 y 为鼓胀变形特性; x_i 为影响因素; α_0 为拟合常量; α_i 为影响因素拟合系数,各影响因素拟合系数及拟合检验值如表6所示。

$$y = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i x_i \quad (4)$$

从表6可以看出:①最大鼓胀应变及鼓胀变形长度的拟合方差分别为0.87、0.85,拟合度较高,说明影响应变和变形长度的因素绝大部分已在考虑的因素范围内,而最大鼓胀埋深的拟合方差仅为0.62,说明除了已列因素外,还有其他因素对其有显著的影响,如碎石桩直径、荷载大小、碎石桩长度、桩端持力层特性等,尚需进一步研究;②D-W检验值均为2左右,说明各影响因素无自相关性。

表 6 回归模型参数

鼓胀变形特性	各影响因素拟合系数取值								拟合效果	
	常量	E_1	c_u	φ_u	E_2	c	φ	m	拟合方差 $R^2_{(a)}$	D-W 检验值
最大鼓胀应变	10.97	-1.32	-1.94	-0.11	-0.51	-0.68	0.01	-1.29	0.87	1.91
最大鼓胀埋深	-0.01	-0.04	0.07	-0.01	0.01	0.05	0.05	-0.12	0.62	2.18
鼓胀变形长度	1.78	-0.58	-0.20	-0.18	0.15	0.01	0.03	-0.54	0.85	1.75

仅考虑影响显著的因素,对最大鼓胀应变 $\epsilon(\%)$ 、最大鼓胀埋深 h 及鼓胀变形长度 L 进行数据拟合:

$$\epsilon(\%) = 10.97 - 1.32E_1 - 1.94c_u - 1.29m \quad (5)$$

$$h = -0.01 + 0.07c_u - 0.12m \quad (6)$$

$$L = 1.78 - 0.58E_1 - 0.54m \quad (7)$$

由式(5)~(7)可知:最大鼓胀应变与软土弹性模量、黏聚力及置换率负相关,三者越大,最大鼓胀变形越小;最大鼓胀埋深与软土黏聚力正相关,与置换率负相关,软土黏聚力越小,置换率越大,最大彭胀埋深越小;而鼓胀变形长度与软土弹性模量及置换率负相关,二者越大,鼓胀变形长度越小,再次验证了前文的分析结果。

5 结论

采用正交试验进行设计,有效减小了试验次数,依据设计的参数组合进行有限元数值计算,通过对试验结果进行极差、方差及回归分析,得到以下结论:

(1) 通过极差分析得出了各相关因素对鼓胀变形特性影响的敏感程度大小顺序。影响软土地区碎石桩鼓胀变形特性的因素主要是软土的黏聚力 c_u 、软土弹性模量 E_1 及置换率 m ,而与软土内摩擦角 φ_u 及碎石桩的相关特性关系很小。

(2) 随着软土弹性模量的增加,最大鼓胀应变及变形长度迅速减小之后趋于稳定,在软土弹性模量较小时,增大弹性模量可有效减少最大鼓胀应变及鼓胀变形长度。

(3) 软土黏聚力的提高不仅可减小最大鼓胀应变,而且最大鼓胀的位置有一定下移,即碎石桩破坏点随之下移。

(4) 置换率对最大鼓胀应变、最大彭胀埋深及鼓胀变形长度均有显著影响。

参考文献:

- [1] 刘胜群,卜睿. 碎石桩加固的软土路基承载特性分析[J]. 山东农业大学学报(自然科学版),2018,49(5):796-799.
- [2] 陈贺,李兴庆,李桂林,等. 土工材料包裹碎石桩复合地基试验研究[J]. 中外公路,2019,39(1):13-19.
- [3] 彭小勇,杨胜波,魏晓楠. 基于改进的 Brauns 理论碎石桩极限承载力计算模型研究[J]. 中外公路,2014,34(4):20-23.
- [4] 杜毅. 碎石桩处理软土路基变形影响因素分析[J]. 公路工程,2019,44(4):213-216,290.
- [5] 邹佑学,王睿,张建民. 可液化场地碎石桩复合地基地震动力响应分析[J]. 岩土力学,2019,40(6):2443-2455.
- [6] 邹佑学,王睿,张建民. 碎石桩加固可液化场地数值模拟与分析[J]. 工程力学,2019,36(10):152-163.
- [7] 王四根,廖名亮,伍琪琳. 碎石桩排水抗液化的一种实用化解析解[J]. 水运工程,2019(9):282-288.
- [8] 张玲,赵明华. 考虑鼓胀变形的散体材料桩复合地基沉降计算[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2016,43(5):120-124.
- [9] 张玲,赵明华,罗宏. 碎石桩桩身鼓胀变形测试技术研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2016,43(3):149-154.
- [10] 郭允林,赵明华,彭文哲. 基于改进应变楔模型的固体-散体串联组合桩鼓胀变形及沉降分析[J]. 岩土工程学报,2019,41(11):2149-2155.
- [11] 魏芸,闫澍旺. 碎石墩复合地基的承载机理及破坏过程[J]. 土木工程学报,2011,44(7):111-118.
- [12] 蒋玮,周群,李莘哲. 基于正交试验大跨PC连续刚构桥主梁参数优化研究[J]. 中外公路,2020,40(3):129-133.
- [13] 古小明,赵连志,姚浩明,等. 基于正交试验的掺碎石红土粒料强度性能影响研究[J]. 中外公路,2020,40(1):234-239.
- [14] 陈昌富,王纯子,曹虹,等. 岸边软土区碎石桩复合地基沉降正交数值试验分析[J]. 中南大学学报(自然科学版),2016,47(11):3824-3831.
- [15] 种照辉,李学华,姚强岭,等. 基于正交试验煤岩互层顶板巷道失稳因素研究[J]. 中国矿业大学学报,2015,44(2):220-226.
- [16] 罗吉安,何俊,董春亮,等. 基于双剪统一强度理论的煤岩损伤本构模型[J]. 长沙理工大学学报(自然科学版),2022,19(2):98-106.