

# 基于分形理论的隧道沿线溶洞注浆量预估方法

崔庆龙

(中交第二公路勘察设计研究院有限公司, 湖北 武汉 430056)

**摘要:**针对溶洞因分布分散、形状各异而在实践中难以确定体积的问题,利用分形理论找到隧道沿线区域溶洞发育的分形规律。根据地质勘察报告数据求得溶洞分布的分形维数,利用分形参数计算溶洞体积;再根据现场溶洞注浆量得到溶洞注浆量和溶洞体积的比例系数,即溶洞注浆量系数;进而根据溶洞体积和溶洞注浆量系数计算整个隧道沿线区域溶洞注浆量。基于上述研究提出了采用地质勘察报告数据估算隧道沿线区域溶洞注浆量的理论与修正系数。

**关键词:**盾构隧道;分形理论;溶洞体积;溶洞注浆量;预估方法

**中图分类号:** U455

**文献标志码:** A

覆盖型岩溶地层大量分布于中国的华南、西南地区<sup>[1-2]</sup>。在华南地区分布有典型的上覆砂土或粉质黏土的覆盖型岩溶地层,在该地层进行盾构法施工会产生很多施工难题与突发地质灾害灾变,溶洞处理是施工设计阶段工程师关注的问题之一。目前溶洞处理方法主要是通过注单液水泥浆或双液水泥水玻璃浆来填充溶洞,该方法已成功应用于工程实践<sup>[3]</sup>。目前针对岩溶地层隧道的研究主要集中于溶洞处理技术、溶洞突水、岩溶坍塌等<sup>[4-11]</sup>方面,而关于溶洞数量和规模以及溶洞处理所需注浆量预估的研究还较少。

溶洞注浆量的预估是建立溶洞体积与所需注浆量

的关系。主要涉及两方面:①提出溶洞体积预估的方法;②基于现场注浆数据建立溶洞体积和溶洞注浆量的关系,从而提出溶洞注浆量的预估方法。然而溶洞的数量和规模等在各个地区是不同的,即使在同一区域,也不尽相同,很难得到一个类似于立方体体积、球的体积等的计算公式。Mandelbrot<sup>[12]</sup>于20世纪90年代创建了分形理论;Wang等<sup>[13]</sup>基于分形理论提出了矿石储量估算的分形模型。对岩溶地区溶洞探测的手段包括CT探测、瑞雷波、地质雷达探测、地质钻探等。工程现场常用的、较经济的手段为地质钻探,即通过钻孔资料得到该工程的溶洞分布情况。如果溶洞四

侧洞)偏转且垂直于中隔墙走向方向上的水平位移最大,在施工中有必要对中隔墙进行加固和支护以防止倾覆。

## 参考文献:

- [1] 刘义虎,张天乐,张进华,等.基于安全停车视距的螺旋隧道圆曲线方案比选[J].中外公路,2009,29(5):5-8.
- [2] 杨果林,胡敏,阳明,等.连拱隧道复合式中墙偏转机制及其预防措施[J].地下空间与工程学报,2019,15(S1):305-310.
- [3] 肖勇刚.厦门国际旅游码头小半径大断面隧道修建技术研究[D].成都:西南交通大学,2009.
- [4] 董江桃.螺旋隧道开挖方法及设计参数优化研究[D].重庆:重庆交通大学,2016.
- [5] 谢春华.无中导洞城市连拱隧道施工工法分析研究[J].中外公路,2017,37(4):214-218.

- [6] MOUSIVAND M, MALEKI M, NEKOOEI M, et al. Application of Convergence-Confinement Method in Analysis of Shallow Non-Circular Tunnels[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2017, 35(3): 1 185-1 198.
- [7] 于学馥,郑颖人.地下工程围岩稳定分析[M].北京:煤炭工业出版社,1983.
- [8] 汪海滨,李小春,高波,等.城市浅埋大跨连拱隧道非对称开挖地表沉降偏态性研究及其对策[J].岩石力学与工程学报,2008,27(S1):3 203-3 209.
- [9] 王凯,张成平,王梦恕.不对称双连拱海底隧道施工引起的地层变形分析[J].岩土力学,2011,32(9):2 771-2 777.
- [10] 李建宇,杨建辉,王振兴.软弱地层双连拱隧道中隔墙结构型式选择及稳定性研究[J].土木工程学报,2017,50(S2):236-242.

收稿日期:2022-06-03(修改稿)

基金项目:国家自然科学基金资助项目(编号:52179116);新疆维吾尔自治区重大科技专项项目(编号:2020A03003-3)

作者简介:崔庆龙,男,博士,高级工程师. E-mail:690239866@qq.com

周是完全封闭的,理论上溶洞注浆量等同于溶洞体积。然而在溶洞注浆的实际操作中,浆液可能流入溶洞四周地层的缝隙中,使得注浆量大于溶洞体积;或溶洞内可能有填充物,使得注浆量小于溶洞体积等。因此,有必要研究溶洞体积和溶洞注浆量的计算预测方法,建立溶洞注浆量预估方法。

该文首先介绍岩溶发育的分形特点,提出溶洞的分布特征属于分形几何研究的范畴。然后基于分形理论提出计算隧道沿线溶洞体积的预估方法,并详细介绍该方法的推导过程和计算步骤。最后以某区间隧道为例,基于上述溶洞体积预估方法,预估区间沿线溶洞的体积,并根据现场溶洞注浆量,提出溶洞注浆量系数,根据该系数可进行隧道沿线溶洞注浆量预估。

## 1 岩溶发育的分形特点

图1为某区间隧道溶洞分布图。

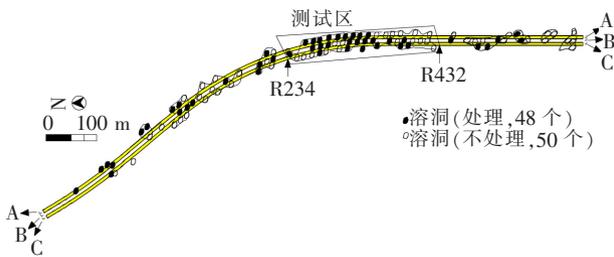


图1 区间沿线溶洞分布图

从图1可以看出,溶洞分布很不均匀,有的地方密集,有的地方稀疏甚至没有溶洞。

图2为溶洞分布剖面图,共勘测到98个溶洞,溶洞主要分布在隧道下方,埋深随机分布,每个钻孔可钻到不止一个溶洞。这些溶洞稳定存在,有些无填充,有些填充粉土或者砂土。溶洞腔内充满水,这些水会和砂层中或周围土体中的水联系,形成通道。如果不处理,这些溶洞的存在会对后续盾构的安全推进产生很大的威胁。根据《广州市轨道交通九号线岩溶处理设计总体技术要求》<sup>[14]</sup>的规定,这98个溶洞中有48个溶洞需要处理。

中国大部分地区有石灰钙质或硫酸钙质石灰岩岩溶地层发育情况,岩溶地层在地下水与地表水冲刷的长期作用下,大部分地层中均有岩溶发育。岩溶随着时间缓慢变化,形状多样,包括覆盖型和裸露型<sup>[2]</sup>。该文主要针对覆盖型岩溶进行研究。李苍松<sup>[15]</sup>通过论述岩溶在微观和宏观上的发育规律,认为溶洞从节理、裂隙至溶缝、溶槽,到溶管、溶洞和暗河的形态发育具

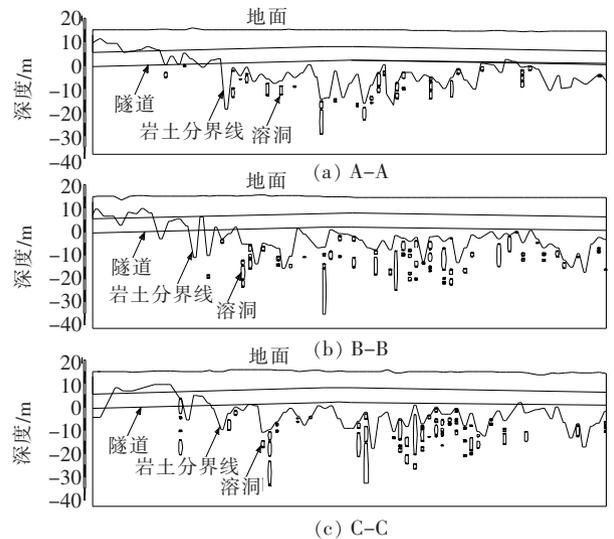


图2 区间沿线溶洞分布剖面图

备分形的必要条件,并应用分形理论研究了岩溶元的分形生长机理。一方面,在宏观上,虽然单个溶洞的形状、尺寸千差万别,但其发育都是水对可溶性岩石的化学溶蚀作用造成的,就某一区域的溶洞而言,其结构特征是自相似的;另一方面,溶洞无论将其放大还是缩小,它的形态、复杂程度、不规则性都不发生变化,呈现标度不变性。因此,根据分形理论<sup>[12]</sup>,某一地区溶洞的分布具有分形特征,可以用分形理论对其进行研究<sup>[16-18]</sup>。

## 2 基于分形理论的隧道沿线溶洞体积估算方法

根据目前中国岩溶地区溶洞的揭露情况可知,溶洞的形状、分布很不规则,在工程建设前需对该地段进行地质勘探,探明溶洞的分布。目前,溶洞探测的手段包括CT探测、瑞雷波、地质雷达探测、地质钻探等<sup>[19-20]</sup>。考虑到经济、可操作性等因素,在隧道工程实践中,常采用地质钻探来勘探溶洞的分布、埋深。某隧道的地质钻孔及溶洞分布示意图见图3。

由图3(a)可知:地质钻孔沿隧道线路均匀分布,地质钻孔的密度、深度按设计要求布置。在地质钻探结束后,通过钻孔取芯土样判断该钻孔是否钻到溶洞。如图3(b)为地质勘探得到的溶洞分布示意图,还可根据地质勘探结果得到每个钻孔探到溶洞的埋深、填充情况。由研究可知:溶洞的分布满足分形规律,根据前人对矿床储量规模分布<sup>[21]</sup>、气田数量和储量的预测<sup>[22]</sup>、矿石储量和品位的分析模型<sup>[13]</sup>的研究可知,利

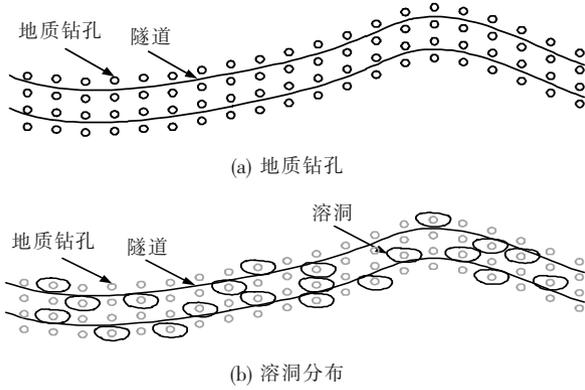


图 3 某隧道的地质钻孔和溶洞分布示意图

用分形理论通过地质钻探得到的参数可预估该隧道沿线区域溶洞体积。溶洞的填充物一般是软塑状黏性土或砂性土,厚度不均,为了简化,该文提出的隧道沿线溶洞体积估算方法不考虑溶洞填充物影响。

隧道沿线溶洞体积估算的推导过程如下:在水平方向上,地质钻孔垂直隧道轴线方向的间距为  $a$ ,沿隧道轴线方向的间距为  $b$ 。假设每个地质钻孔钻到溶洞是一个独立溶洞,不与其他溶洞连通。图 4 为某隧道工程溶洞的投影图。假设每个溶洞在地面的投影均为长和宽为  $a$  和  $b$  的长方形,那么在水平面上该工程影响隧道沿线区域的溶洞为若干个长方形,长方形的总数为钻到溶洞的地质钻孔数。长方形的面积  $A_i$  为:

$$A_i = ab \tag{1}$$

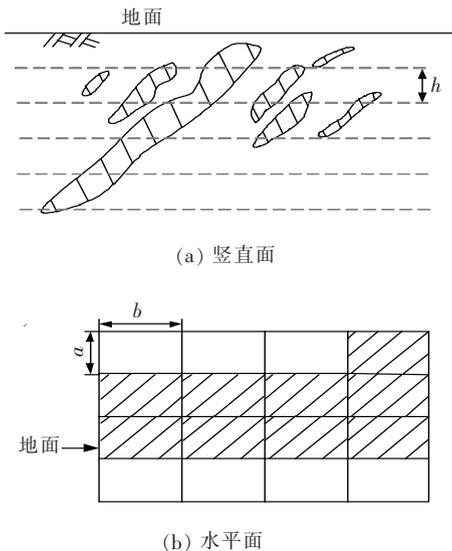


图 4 某隧道溶洞的投影图

溶洞的分布满足分形原理,基于 Number-Size 分形模型,该隧道沿线地质钻孔的个数和地质钻孔得到的溶洞高度满足式(2):

$$N = Ch^{-D_f} \tag{2}$$

式中: $h$  为地质钻孔探测到的溶洞高度,即溶洞顶板与底板的标高差; $N$  为高度大于  $h$  的长方形的累计个数, $N$  的最大值为总有效钻探个数; $C$  为常数,其值等于溶洞高度最小时的地质钻孔数; $D_f$  为分形维数,可采用做直线的方法求出,对于单一分形, $D_f$  为直线的斜率,对于多重分形, $D_f$  对应每段直线的斜率。

如果长方形  $a$  和  $b$  的值足够小,也就是钻孔的密度非常大,可认为钻孔得到的溶洞分布与真实的溶洞分布非常接近,假设溶洞的高度  $h$  连续变化,可通过积分的方法求得溶洞的体积。对于单一分形模型,溶洞的体积可由下式计算:

$$V = \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} ab \frac{dN(\geq h)}{dh} h dh = \frac{AD_f}{(1-D_f)h_{\min}^{D_f}} (h_{\max}^{1-D_f} - h_{\min}^{1-D_f}) \tag{3}$$

式中: $V$  为溶洞体积; $h_{\max}$  为溶洞最大高度; $h_{\min}$  为溶洞最小高度; $A$  为所有长方形的面积之和。

对于多重分形模型,溶洞的体积可由下式计算:

$$V = \int_{h_{\min}}^{h_{\max}} ab \frac{dN(\geq h)}{dh} h dh = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{abC_i D_{f(i)}}{1-D_{f(i)}} \cdot (H_{i+1}^{1-D_{f(i)}} - H_i^{1-D_{f(i)}}) = \frac{abC_1 D_{f(1)}}{1-D_{f(1)}} (H_2^{1-D_{f(1)}} - H_1^{1-D_{f(1)}}) + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{abC_i D_{f(i)} \prod_{j=1}^{i-1} H_j^{D_{f(j)}-D_{f(j-1)}}}{1-D_{f(i)}} (H_{i+1}^{1-D_{f(i)}} - H_i^{1-D_{f(i)}}) \tag{4}$$

$$C_n = C_i \prod_{j=1}^{n-1} H_j^{D_{f(j)}-D_{f(j-1)}} \tag{5}$$

将式(1)代入式(4),可得如下计算公式:

$$V = AH_1^{D_{f(1)}} \left[ \frac{D_{f(1)} (H_2^{1-D_{f(1)}} - H_1^{1-D_{f(1)}})}{1-D_{f(1)}} + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{D_{f(i)} \prod_{j=2}^{i-1} H_j^{D_{f(j)}-D_{f(j-1)}}}{1-D_{f(i)}} (H_{i+1}^{1-D_{f(i)}} - H_i^{1-D_{f(i)}}) \right] \tag{6}$$

式中: $H_1 = h_{\min}$  为溶洞最小高度; $H_2 = h_{\max}$  为溶洞最大高度; $H_i$  为第  $i$  个溶洞的高度。

综上所述,该文提出的基于分形理论的溶洞体积估算方法可通过以下步骤实现,① 在隧道沿线内进行地质钻探,得到溶洞的相关参数( $h$  为溶洞高度, $N$  为钻孔数);② 用分形理论计算溶洞分布规律的特征参数( $D_f$ );③ 根据公式(3)或(6)计算溶洞体积。

### 3 隧道溶洞注浆量预测

根据 GB 50307—2012《城市轨道交通岩土工程勘

察规范》<sup>[23]</sup>和《广州市轨道交通九号线岩溶处理设计总体技术要求》<sup>[14]</sup>,盾构隧道施工区的地质勘察钻孔深度为45 m,垂直隧道方向的钻孔间距为13 m,沿隧道线路方向的钻孔间距为16 m。图5为某地铁区间地质钻孔剖面图,在隧道中心和两侧进行间距为13 m的地质勘察钻孔,得到溶洞分布图和溶洞分布剖面图(图1、2),共勘测到98个溶洞。

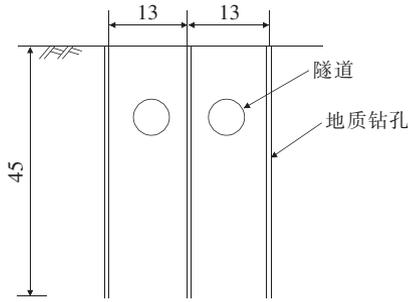


图5 地质钻孔剖面图(单位:m)

研究用3组数据对区间隧道的溶洞体积进行预估:①采用98个地质勘探钻孔数据估算隧道沿线区域总的溶洞体积,垂直隧道方向的钻孔间距为13 m,沿隧道线路方向的钻孔间距为16 m,由于每个钻孔得到的结果仅能说明该钻孔下是否有溶洞,不能确定多个钻孔下的溶洞是否连通,故假设每个地质钻孔探得的溶洞不相互连通;②采用48个需要处理的溶洞地质勘探钻孔数据估算需要处理的溶洞体积;③采用937个溶洞注浆钻孔数据估算需要处理的溶洞体积,溶洞注浆钻孔是溶洞注浆处理施工前,以地质探孔为中心逐步向四周打的勘察孔,从而确定溶洞在水平面上的边界,之后再通过勘测孔向溶洞内注浆。垂直隧道方向和沿隧道线路方向的注浆钻孔间距均为2 m,溶洞注浆钻孔是在地质勘探钻到溶洞的基础上,在地质钻孔周围打更多的孔来确定溶洞的实际范围,钻孔密度比地质钻探大(图6)。

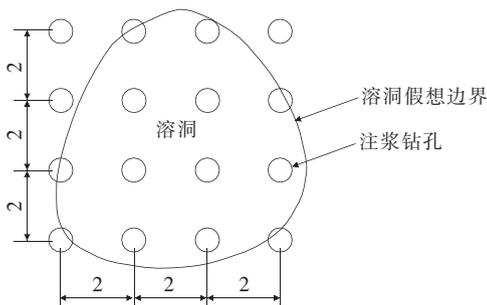


图6 溶洞注浆孔布置图(单位:m)

工况1:采用地质钻孔估算。根据地质勘察结果可知有效钻孔98个,溶洞的高度为0.2~9.6 m。统计小于某溶洞直径的累计钻孔个数,以溶洞高度为横坐标、累计钻孔个数为纵坐标绘制关系图。图7为根据地质勘察钻孔数据绘制的溶洞高度和累计钻孔个数关系图。该分形关系属于多重分形。

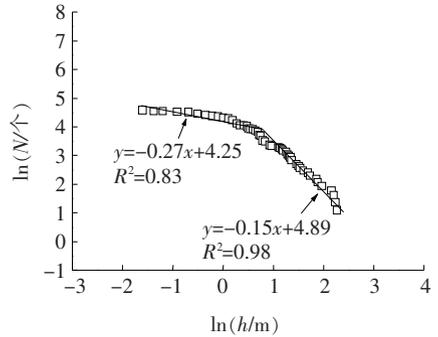


图7 地质钻孔个数与溶洞高度分形关系图

从图7可以看出:溶洞的高度越小,对应的钻孔个数越多。假设每个钻孔在地面的投影面积为98个13 m×16 m的长方形面积和,那么探测的总面积为20 384 m<sup>2</sup>。ln h和ln N关系可用下式表示:

$$\begin{cases} \ln N = -0.27 \ln h + 4.25 \\ \ln N = -0.15 \ln h + 4.89 \end{cases} \quad (7)$$

上述分析得到的分形参数如表1所示。溶洞高度的最小值为 $H_1$ ,溶洞高度的最大值为 $H_{max}$ ,两直线交点对应的溶洞高度为 $H_2$ ,两直线的斜率分别为 $D_{f(1)}$ 和 $D_{f(2)}$ 。将所得参数代入式(6),可算得采用地质勘探钻孔数据估算的溶洞体积。

工况2:采用需要后续进行溶洞注浆处理的地质钻孔估算。98个溶洞中有48个溶洞需要处理,图8为后续进行溶洞注浆处理的地质钻孔个数和溶洞高度的分形关系图,该分形关系属于多重分形。溶洞在地面的投影面积为48个13 m×16 m的长方形面积和,那么探测的总面积为9 984 m<sup>2</sup>。ln h和ln N关系可用

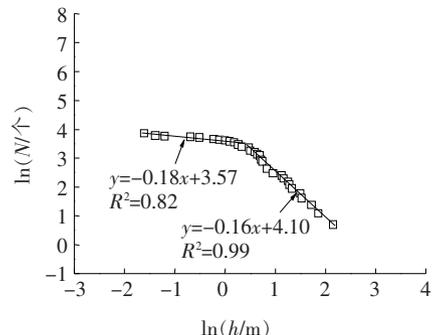


图8 地质钻孔个数(注浆处理)与溶洞高度分形关系图

下式表示:

$$\begin{cases} \ln N = -0.18 \ln h + 3.57 \\ \ln N = -0.16 \ln h + 4.10 \end{cases} \quad (8)$$

上述分析得到的分形参数如表 1 所示。将所得参数代入式(6),可算得采用后续进行溶洞注浆处理的地质钻孔数据估算的需要注浆的溶洞体积。

工况 3:采用溶洞注浆钻孔估算。区间溶洞注浆孔共 937 个,溶洞的高度为 0.1~11.5 m,探测的总面

积为 3 748 m<sup>2</sup>。图 9 为溶洞注浆钻孔个数与该钻孔溶洞高度的分形关系图,该分形关系属于多重分形。 $\ln h$  和  $\ln N$  关系可用下式表示:

$$\begin{cases} \ln N = -0.10 \ln h + 6.82 \\ \ln N = -13.11 \ln h + 34.35 \end{cases} \quad (9)$$

上述分析的分形参数和溶洞体积估算结果如表 1 所示。将所得参数代入式(6),可算得采用溶洞注浆钻孔数据估算需要注浆的溶洞体积。

表 1 溶洞体积预估计算结果

| 计算工况              | 面积/<br>m <sup>2</sup> | 分形参数           |                   |                |                   |                  | 溶洞体积<br>V/m <sup>3</sup> | 实际注浆<br>量 R <sub>c</sub> /m <sup>3</sup> | V <sub>R</sub> |
|-------------------|-----------------------|----------------|-------------------|----------------|-------------------|------------------|--------------------------|--|----------------|
|                   |                       | H <sub>1</sub> | D <sub>f(1)</sub> | H <sub>2</sub> | D <sub>f(2)</sub> | H <sub>max</sub> |                          |  |                |
| 工况 1(98 个地质钻孔)    | 20 384                | 0.20           | 0.27              | 1.6            | 0.15              | 9.6              | 20 446.9                 |  | 0.11           |
| 工况 2(48 个需处理地质钻孔) | 9 984                 | 0.12           | 0.18              | 1.5            | 0.16              | 8.6              | 8 742.2                  | 2 292.1                                  | 0.26           |
| 工况 3(937 个注浆钻孔)   | 3 748                 | 0.10           | 0.10              | 7.9            | 13.11             | 11.5             | 2 083.7                  |  | 1.10           |

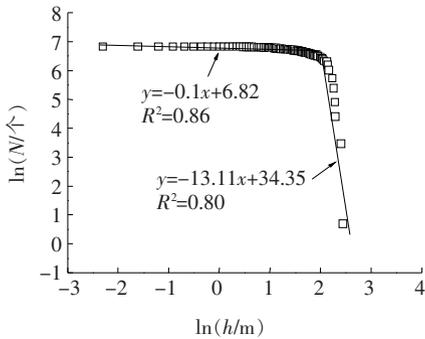


图 9 注浆钻孔个数与溶洞高度分形关系图

由图 8、9 可以看出:溶洞钻孔密度越大,探测到的小溶洞越多,分形规律越能反映溶洞真实的分布情况。由于工况 1 估算的溶洞体积包括了不需注浆处理的溶洞,而工况 2 仅估算需要注浆处理的溶洞体积,从而工况 1 的估算结果远远大于工况 2。而工况 2 中投影到地面的微元为 13 m×16 m,大于工况 3 中的 2 m×2 m,因而工况 2 计算的溶洞平面面积和溶洞体积大于工况 3。溶洞注浆系数可用式(10)确定:

$$V_R = \frac{R_c}{V} \quad (10)$$

式中:V<sub>R</sub> 为溶洞注浆系数;R<sub>c</sub> 为实际注浆量;V 为溶洞的体积。

将溶洞总体积和实际注浆量进行比较发现(表 1),溶洞实际注浆量分别是工况 1、工况 2、工况 3 估算的 0.11 倍、0.26 倍、1.10 倍。溶洞注浆钻孔估算的溶洞体积小于实际注浆量,原因可能是注浆过程中,浆液流入地层缝隙中,或者是溶洞与其他溶洞连通,造成浆

液流失。

从表 1 中工况 2、3 也可以看出:钻孔越多,对溶洞的勘探越详细,对溶洞体积的预测也就越准确,计算得到的溶洞体积越接近真实体积。如果能够在某隧道沿线区域得到更多的探测数据,建立溶洞钻孔数和溶洞高度的分形模型,则得到的结果更具一般性,可为该隧道沿线区域的溶洞处理提供参考,然而在实际工程中很难进行大密度的探测。该文提出的溶洞注浆量估算虽然仅为通过区间的实际工况算出,但也可同类工程参考。

在隧道施工前进行溶洞注浆体积估算时,可根据地质勘查钻孔数据得到隧道沿线溶洞分布,根据设计要求判断哪些溶洞需要处理,并根据上文中提到的方法估算溶洞的体积,然后根据该文得到的溶洞注浆量与溶洞体积的比例系数 0.26 计算该隧道沿线区域的溶洞注浆量。中国的岩溶地形分布非常广泛,今后会有越来越多的地下工程在埋藏型岩溶地层中建设,溶洞体积和注浆量势必是岩溶处理工程中工程师最关心的问题之一,因此该文提出的方法可供相关工程参考。

## 4 结论

(1) 在某特定隧道沿线区域,岩溶地层中溶洞的发育特征具有自相似性的特点,且复杂性不随溶洞的大小发生变化,符合分形理论的标度不变性特征。溶洞的分布有着显著的分形规律。

(2) 该文提出在少量钻探数据的基础上利用分形

理论找到隧道沿线区域内溶洞发育的分布规律,然后基于该规律估算隧道沿线区域的溶洞体积,进而计算需要的注浆量。具体步骤是:①在设定隧道沿线区域的小范围内进行地质钻探,得到溶洞分布的相关数据;②用分形理论计算溶洞分布规律的分形特征参数;③根据分形特征参数计算溶洞体积;④根据现场注浆量统计现场注浆系数;⑤计算整个隧道沿线区域的现场注浆量。

(3)以某地铁隧道实例为依托,采用地质钻孔数据和溶洞注浆钻孔数据分别计算隧道沿线区域溶洞体积,详细介绍了隧道沿线区域溶洞体积估算方法。将隧道沿线区域溶洞体积与实际注浆量进行比较,得到了供工程实际参考的隧道沿线区域溶洞注浆量系数。采用需要进行溶洞处理的地质钻孔数据(钻孔间距为 $13\text{ m}\times 16\text{ m}$ )估算,溶洞实际注浆量是估算的溶洞体积的0.26倍,即隧道沿线区域溶洞注浆量系数为0.26;采用溶洞注浆钻孔数据(钻孔间距为 $2\text{ m}\times 2\text{ m}$ )估算,溶洞实际注浆量是估算的溶洞体积的1.1倍,即隧道沿线区域溶洞注浆量系数为1.1。在工程施工前进行区间隧道溶洞注浆量估算时,可根据地质钻孔参数算出溶洞的体积,然后根据该文得到的溶洞注浆量与溶洞体积的比例系数0.26计算该隧道沿线区域的溶洞注浆量。

#### 参考文献:

- [1] 袁道先. 中国岩溶学[M]. 北京:地质出版社,1993.
- [2] 卢耀如. 中国岩溶[M]. 北京:高等教育出版社,2010.
- [3] CUI Q L, WU H N, SHEN S L, et al. Chinese Karst Geology and Measures to Prevent Geohazards during Shield Tunnelling in Karst Region with Caves[J]. *Natural Hazards*, 2015, 77(1): 129—152.
- [4] 蒋小珍. 岩溶塌陷中水压力的触发作用[J]. *中国地质灾害与防治学报*, 1998, 9(3): 42—47.
- [5] THARP T M. Mechanics of Upward Propagation of Cover-Collapse Sinkholes[J]. *Engineering Geology*, 1999, 52(1/2): 23—33.
- [6] MILANOVIC P. Prevention and Remediation in Karst Engineering [C]. *Sinkholes and the Engineering and Environmental Impacts of Karst*, 2003.
- [7] DRUMM E C, AKTÜRK Ö, AKGÜN H, et al. Stability Charts for the Collapse of Residual Soil in Karst [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2009, 135(7): 925—931.
- [8] 李春. 岩溶区桩基极限承载力有限元上限分析[J]. *中外公路*, 2019, 39(2): 28—32.
- [9] 王鹏, 杜文涛, 汤明, 等. 复杂岩溶区特大断面小净距隧道洞口塌方处治技术[J]. *中外公路*, 2019, 39(2): 215—217.
- [10] 郭双喜, 金平, 汲广坤, 等. 复合地层盾构上方建筑物沉降特征及原因[J]. *中外公路*, 2020, 40(3): 16—21.
- [11] 徐继光, 翁贤杰, 张龙生. 浅埋隧道超前注浆导致地表隆起规律现场试验研究[J]. *中外公路*, 2021, 41(2): 241—246.
- [12] MANDELBROT B B. *The Fractal Geometry of Nature* [M]. San Francisco: W. H. Freeman, 1982.
- [13] WANG Q F, DENG J, LIU H, et al. Fractal Models for Ore Reserve Estimation [J]. *Ore Geology Reviews: Journal for Comprehensive Studies of Ore Genesis and Ore Exploration*, 2010, 37(1): 2—14.
- [14] 广州地铁设计研究院有限公司. 广州市轨道交通九号线岩溶处理设计总体技术要求[Z], 2010.
- [15] 李苍松. 岩溶地质分形预报方法的应用研究[D]. 成都:西南交通大学, 2006.
- [16] 李文兴. 岩溶洞穴的分形弯曲度[J]. *中国岩溶*, 1995, 14(3): 241—245.
- [17] 胡章喜, 沈继方. 岩溶形态系统的分形特征及其机理探讨[J]. *地球科学(中国地质大学学报)*, 1994, 19(1): 102—107.
- [18] PARDO-IGÚZQUIZA E, DURÁN J J, ROBLEDO-ARDILA P A, et al. Fractal Modeling and Estimation of Karstconduit Porosity [J]. *Hydrogeological and Environmental Investigations in Karst Systems*, 2015(1): 271—276.
- [19] 刘建航, 侯学渊. 盾构法隧道[M]. 北京:中国铁道出版社, 1991.
- [20] 陈秋南. 隧道工程[M]. 北京:机械工业出版社, 2007.
- [21] 万丽, 邓军, 王庆飞, 等. 矿床储量规模分布的分形模型及其分维的数理分析[J]. *华南地质与矿产*, 2005, 21(3): 35—37.
- [22] 刘晓东, 徐景祯, 王兴涛. 分形方法预测气田数量及其储量[J]. *石油学报*, 2000, 21(2): 42—45.
- [23] 北京规划委员会. 城市轨道交通岩土工程勘察规范: GB 50307—2012[S]. 北京:中国计划出版社, 2012.