

# 基于矩法的重力式挡土墙可靠度设计方法研究

贾良<sup>1</sup>, 伦培元<sup>2\*</sup>

(1. 陕西铁路工程职业技术学院, 陕西 渭南 714000; 2. 深圳大学 土木与交通工程学院, 广东 深圳 518060)

**摘要:**为了研究矩法在重力式挡土墙中的应用,建立重力式挡土墙结构抗滑动和抗倾覆极限状态的功能函数,发展基于三阶矩方法的单一失效模式的可靠度分析方法。分析结果表明:与蒙特卡洛法(MCS)和一次二阶矩法(FOSM)相比,采用矩法进行挡土墙稳定性可靠度分析能够在保证计算精度的前提下提高计算效率,而且可以得到功能函数的前三阶统计矩;然后基于矩法进行挡土墙结构可靠度指标与设计参数之间的敏感度分析;最后基于矩法得到抗滑动和抗倾覆极限状态方程的分项系数,与其他两种方法得到的分项系数对比表明,三阶矩法是一种快速高效的可靠度计算方法。

**关键词:**重力式挡土墙;三阶矩法;可靠度指标;分项系数

**中图分类号:** U471+1

**文献标志码:** A

重力式挡土墙是通过自身重力来维持挡土墙在土压力作用下的稳定性<sup>[1]</sup>,这种结构形式在公路和铁路边坡更为常见。在进行挡土墙稳定性分析时,结构及岩土存在诸多不确定因素,为此众多学者从可靠度角度对重力式挡土墙开展了一系列的研究,并为可靠度计算方法在工程中的应用提供了研究基础。Murarka<sup>[2]</sup>作为第一人将可靠度理论用于挡土墙稳定分析,扩展了可靠度的研究思路;张建仁<sup>[3]</sup>和王良等<sup>[4]</sup>基于一次二阶矩“中心点法”对挡土墙稳定性模型进行了可靠度分析,发展了一次二阶矩法在工程中的应用;吴敏敏等<sup>[5]</sup>、蔡阳等<sup>[6]</sup>采用蒙特卡罗法计算重力式挡土墙抗滑动和抗倾覆稳定性的可靠度指标和失效概率,验证了蒙特卡罗法的精确度;马勇等<sup>[7]</sup>、杜永峰等<sup>[8]</sup>采用一次二阶矩中的验算点法对3种失效模型进行了可靠度分析;刘昌清等<sup>[9]</sup>从重力式挡土墙极限状态设计角度开展了目标可靠度指标、关键因素确定和分项系数的研究。可靠度计算方法在路基路面、桩基沉降方面也都有广泛的应用<sup>[10-11]</sup>。

虽然一次二阶矩“中心点法”和验算点法具有较广的应用范围,但其存在求迭代确定验算点的弊端,且随着功能函数的复杂程度大大增加迭代次数而导致结果不收敛;与其他方法相比,蒙特卡罗法作为一种经典的可靠度计算方法,具有很高的精确度,但其计算量大,增加了计算的成本和时间。所以选择一种计算相对简

便且统计概念清晰同时在保证精度前提下计算效率高的可靠度计算与分析方法对公路和铁路工程具有一定的实际意义。

鉴于此,该文进行基于三阶矩法重力式挡土墙结构稳定性可靠度研究。采用7点估计求解功能函数的前三阶矩,并通过可靠度公式得到功能函数的可靠度指标及相应失效概率;然后对影响挡土墙可靠度指标的设计参数进行敏感度分析;最后采用三阶矩法计算得到抗滑动和抗倾覆的抗力和荷载分项系数。

## 1 重力式挡土墙稳定性极限状态

根据重力式挡土墙可能存在的失效模式概率问题,在挡土墙进行可靠度分析时,该文主要对常规地区挡土墙抗滑和抗倾覆稳定性两个方面开展研究。

### 1.1 重力式挡土墙抗滑动稳定性的功能函数

在进行挡土墙水平滑动的失效模式分析中,挡土墙满足抗滑稳定性要求,即公式  $F_R \geq F_S$ ,  $F_R$ 、 $F_S$  分别为抗滑力和滑动力。其中重力式挡土墙计算示意图见图1。

根据库仑土压力理论<sup>[12]</sup>,主动土体压力  $E_a$  可采用如下公式计算:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a \quad (1)$$

式中: $K_a$  为库仑主动土压力系数; $H$  为挡土墙背高

收稿日期:2021-06-15

基金项目:深圳市科技计划项目(编号:JCYJ20190808112019066);陕西铁路工程职业技术学院基金项目(编号:KY2021-32)

作者简介:贾良,男,硕士,副教授。E-mail: tiankexueya521@126.com

\* 通信作者:伦培元,男,博士,副研究员。E-mail: lpysci@szu.edu.cn

度(m); $\gamma$ 为填土重度(kN/m<sup>3</sup>)。

整理公式,建立重力式挡土墙抗滑动稳定性功能函数如下:

$$g_1(F_R, F_S) = F_R - F_S = (G_n + E_{an})f - (E_{at} - G_t) = G(f \cos \alpha_0 + \sin \alpha_0) + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a [f \sin(\alpha + \alpha_0 + \delta) - \cos(\alpha + \alpha_0 + \delta)] \quad (2)$$

式中: $G$ 为挡土墙的自重(kN); $E_a$ 为墙背土体压力(kN); $f$ 为土对挡土墙基底的摩擦系数; $\alpha_0$ 为挡土墙的基底倾角; $\alpha$ 为墙背倾角; $\delta$ 为墙背摩擦角。

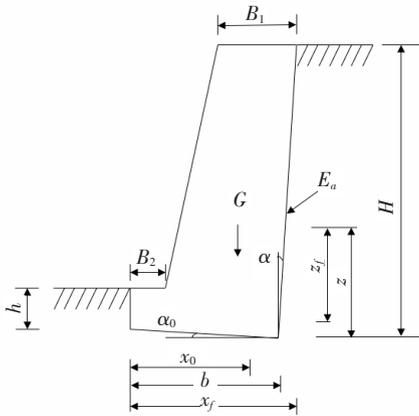


图 1 重力式挡土墙计算示意图

## 1.2 重力式挡土墙抗倾覆稳定性的功能函数

在进行挡土墙抗倾覆稳定性分析时,一般要求墙身不产生绕墙趾的倾覆破坏,由公式  $M_R \geq M_S$  来表示, $M_R$ 、 $M_S$  分别为抗倾覆力矩、倾覆力矩。整理相关公式,得到如下函数:

$$g_2(M_R, M_S) = M_R - M_S = Gx_0 + E_{az}x_f - E_{ax}z_f = Gx_0 + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a [x_f \sin(\alpha + \delta) - z_f \cos(\alpha + \delta)] \quad (3)$$

$$E_{ax} = E_a \cos(\alpha + \delta), E_{az} = E_a \sin(\alpha + \delta) \quad (4)$$

$$x_f = b - z \tan \alpha, z_f = z - b \tan \alpha \quad (5)$$

式中: $E_{ax}$ 、 $E_{az}$  分别为墙背土体压力水平、垂直分力(kN); $x_0$ 、 $z_f$ 、 $x_f$  分别为重力、土压力的水平分力、垂直分力到墙趾的力臂(m)。

## 2 挡土墙可靠度分析的三阶矩方法

### 2.1 $m$ 点估计计算功能函数前三阶矩的基本思想

对于重力式挡土墙功能函数,可以采用标准正态空间上的  $m$  点估计函数的前三阶矩:

$$\mu_G = \sum_{i=1}^n \prod_{c_i} P_{c_i} \{G[T^{-1}(u_{c_1}, u_{c_2}, \dots, u_{c_n})]\} \quad (6a)$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \prod_{c_i} P_{c_i} \{G[T^{-1}(u_{c_1}, u_{c_2}, \dots, u_{c_n})] - \mu_G\}^2 \quad (6b)$$

$$\alpha_{3G} = \frac{1}{\sigma_G^3} \sum_{i=1}^n \prod_{c_i} P_{c_i} \{G[T^{-1}(u_{c_1}, u_{c_2}, \dots, u_{c_n})] - \mu_G\}^3 \quad (6c)$$

式中: $n$ 为随机变量的个数; $m$ 为估计点次数; $c_i$ 为  $c$  的第  $i$  项; $u_{c_i}$  为第  $c_i$  个估计点; $P_{c_i}$  为  $u_{c_i}$  对应的权重; $T^{-1}(\cdot)$  表示逆正态转换<sup>[13]</sup>; $\mu_G$ 、 $\sigma_G$ 、 $\alpha_{3G}$  分别为功能函数的均值、标准差和偏度。

随着随机变量个数的增加,公式计算的次数会呈幂级增大。在保证计算精度的前提下,Zhao<sup>[14]</sup> 提出基于  $m$  点估计的一维减维方法来提高计算效率。

$$Z = G(X) \cong \sum_{i=1}^n (G_i - G_\mu) + G_\mu \quad (7a)$$

$$G_\mu = G(\mu) \quad (7b)$$

$$G_i = G[\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{i-1}, T^{-1}(u_i), \mu_{i+1}, \dots, \mu_n] \quad (7c)$$

式中: $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n]^T$ ,  $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$  为随机变量均值; $u_i$  为标准正态空间随机变量( $i = 1, 2, \dots, n$ ); $G_i$  为仅含有参数  $u_i$  的单变量函数。

功能函数  $G(X)$  前三阶矩可表示为:

$$\mu_G = \sum_{i=1}^n \mu_{G_i} + (n-1)G(\mu) \quad (8a)$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_{G_i}^2 \quad (8b)$$

$$\alpha_{3G} \sigma_G^3 = \sum_{i=1}^n \alpha_{3G_i} \sigma_{G_i}^3 \quad (8c)$$

式中: $\mu_{G_i}$ 、 $\sigma_{G_i}$ 、 $\alpha_{3G_i}$  分别为单变量函数  $G_i$  的前三阶矩,表达式如下:

$$\mu_{G_i} = \sum_{k=1}^m p_k G[\mu_1, \dots, T^{-1}(u_{ik}), \dots, \mu_n] \quad (9a)$$

$$\sigma_{G_i}^2 = \sum_{k=1}^m p_k [G(\mu_1, \dots, T^{-1}(u_{ik}), \dots, \mu_n - \mu_{G_i})]^2 \quad (9b)$$

$$\alpha_{3G_i} = \frac{1}{\sigma_{G_i}^3} \sum_{k=1}^m p_k [G(\mu_1, \dots, T^{-1}(u_{ik}), \dots, \mu_n) - \mu_{G_i}]^3 \quad (9c)$$

式中: $u_{ik}$  ( $k = 1, \dots, m; i = 1, 2, \dots, n$ ) 为  $u_i$  的第  $k$  个估计点; $T^{-1}(u_{ik})$  为第  $i$  个随机变量的第  $k$  个逆正态转换值; $p_k$  为相应的权重。

采用标准正态空间中的 7 点估计求解功能函数的前三阶矩,其估计点和权重如表 1 所示。

表1 7点估计对应的估计点和权重

估计点 $u_k$	权重 $p_k$
$u_0 = 0$	$p_0 = 0.45714$
$u_{1+} = -u_{1-} = 1.15441$	$p_{1+} = p_{1-} = 0.24012$
$u_{2+} = -u_{2-} = 2.36676$	$p_{2+} = p_{2-} = 0.03076$
$u_{3+} = -u_{3-} = 3.75044$	$p_{3+} = p_{3-} = 5.48269 \times 10^{-4}$

## 2.2 三阶矩可靠度指标及失效概率计算

将重力式挡土墙抗滑动和抗倾覆稳定功能函数  $Z=G(X)$  定义为下式:

$$Z_s = \frac{Z - \mu_G}{\sigma_G} \quad (10)$$

采用 Rosenblatt 变换方法<sup>[15-16]</sup>将原随机空间( $X$ 空间)转换到独立的标准正态空间( $U$ 空间),因此标准正态随机变量  $U$  可以表示为:

$$U = \frac{\text{Sign}(\alpha_{3G})}{\sqrt{\ln A}} \ln \left[ \sqrt{A} \left( 1 - \frac{Z_s}{u_b} \right) \right] \quad (11)$$

其中:

$$A = 1 + \frac{1}{U_b^2}, \quad u_b = (a+b)^{\frac{1}{3}} + (a-b)^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{\alpha_{3G}} \quad (12a)$$

$$a = \frac{1}{\alpha_{3G}} \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha_{3G}^2} \right), \quad b = -\frac{1}{2\alpha_{3G}^2} \sqrt{\alpha_{3G}^2 + 4} \quad (12b)$$

$$\text{Prob}[z \leq 0] = \text{Prob} \left[ z_u \leq \frac{\mu_G}{\sigma_G} \right] = \text{Prob} [z_u \leq -\beta_{2M}] \quad (13)$$

因此,基于三阶矩法重力式挡土墙抗滑动和抗倾覆的可靠度指标和失效概率可表示为:

$$\beta_{3M} = -\frac{\text{Sign}(\alpha_{3G})}{\sqrt{\ln A}} \ln \left[ \sqrt{A} \left( 1 + \frac{\beta_{2M}}{u_b} \right) \right] \quad (14)$$

$$P_{f3M} = \Phi(-\beta_{3M}) \quad (15)$$

## 3 重力式挡土墙的可靠度计算

### 3.1 可靠度计算及对比分析

选取一般地区重力式挡土墙进行可靠度计算<sup>[8]</sup>,采用三阶矩法计算挡土墙结构稳定性的可靠度指标,并选用蒙特卡洛法(MCS)和一次二阶矩验算点法<sup>[17]</sup>(FOSM)进行对比求证。

参考相关文献<sup>[8]</sup>得到重力式挡土墙的基本信息:墙高  $H=4.5$  m,  $\alpha=8.5^\circ$ ,  $\alpha_0=8.5^\circ$ ,这3个参数为确定性参数;墙背综合内摩擦角  $\varphi=40^\circ$ ,墙背摩擦角  $\delta=12^\circ$ ,基底摩擦系数  $f=0.5$ ,填土重度  $\gamma=19$  kN/m<sup>3</sup>,这4个参数为随机变量,详细信息如表2所示。

根据理正岩土计算软件建立重力式挡土墙模型,挡土墙自重  $G=91.376$  kN/m,主动土压力  $E_a=42.326$  kN/m,  $x_0=1.144$  m,  $Z_f=1.620$  m,  $x_f=1.475$  m。

表2 随机变量统计特征值

随机变量	单位	分布类型	均值	标准差	变异系数
$\varphi$	(°)	正态分布	40.0	4.00	0.10
$\delta$	(°)	正态分布	12.0	1.80	0.15
$f$		正态分布	0.5	0.10	0.20
$\gamma$	kN/m <sup>3</sup>	正态分布	19.0	1.95	0.05

采用7点估计分别计算得到抗滑动和抗倾覆功能函数的前三阶矩:

抗滑动:  $\mu_G=21.150$ ,  $\sigma_G=13.005$ ,  $\alpha_{3G}=-0.168$

抗倾覆:  $\mu_G=38.576$ ,  $\sigma_G=14.753$ ,  $\alpha_{3G}=-0.484$

将上述求得抗滑动和抗倾覆前三阶矩代入可靠度式(10)~(16)得到功能函数的可靠度指标及失效概率如表3所示。Monte Carlo法模拟1000000次和一次二阶矩法计算得到挡土墙抗滑动和抗倾覆的可靠度指标和失效概率亦示于表3中。

表3 可靠度计算结果对比

可靠度方法	失效模式	可靠度指标	失效概率
三阶矩法	抗滑动	1.586	0.056
	抗倾覆	2.278	0.011
Monte Carlo法	抗滑动	1.587	0.056
	抗倾覆	2.278	0.011
一次二阶矩法	抗滑动	1.603	0.054
	抗倾覆	2.268	0.012

由表3可知:三阶矩法计算结果与Monte Carlo法更为吻合,说明三阶矩法的计算精度可以满足设计要求,同时在运算方面,三阶矩法计算效率更高。

### 3.2 基于矩法的参数敏感度分析

影响重力式挡土墙稳定性的因素很多,从而建立的结构功能函数考虑的随机变量也会增多,如果在计算中将所有变量当作随机变量进行分析,则会大大增加计算量。所以有必要分析每个参数对目标值的影响程度,有效地降低计算量。

该文采用三阶矩法分析随机变量  $\varphi$ 、 $\delta$ 、 $f$ 、 $\gamma$  的变异系数  $V_\varphi$ 、 $V_\delta$ 、 $V_f$ 、 $V_\gamma$  对抗滑动和抗倾覆可靠度指标的影响,计算结果见图2、3。

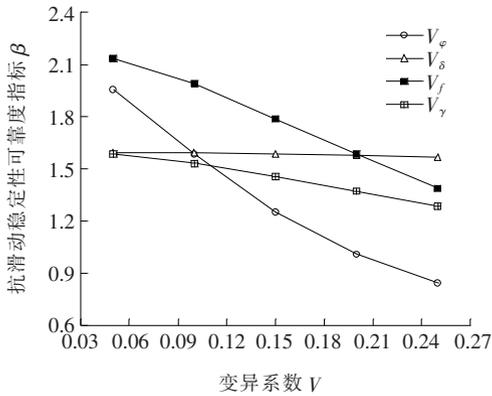


图 2 抗滑动稳定性不同参数影响规律

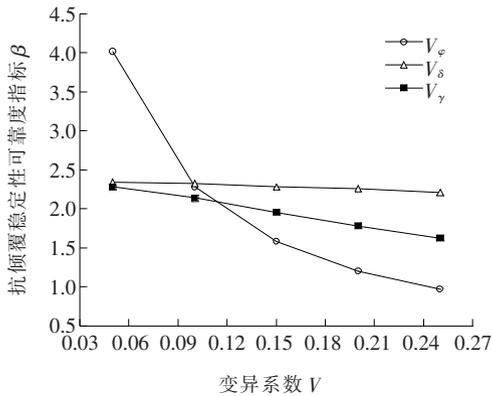


图 3 抗倾覆稳定性不同参数影响规律

由图 2、3 可知:对于抗滑动稳定性可靠度指标,当各个变量的变异系数从 0.05 变化到 0.25 时,它们都发生了不同程度的下降。内摩擦角、墙背摩擦角、基底摩擦系数和填土重度的变异系数对抗滑动稳定性可靠度指标的影响分别下降了 56.90%、1.69%、34.99% 和 18.79%,可以看出内摩擦角对抗滑动稳定性可靠度指标影响最大,墙背摩擦角影响最小,几乎可以忽略不计。对于抗倾覆稳定性可靠度指标,各变量同样由 0.05 变化到 0.25 时,也发生不同程度的下降。且内摩擦角、墙背摩擦角和填土重度的变异系数对抗倾覆稳定性可靠度指标的影响分别下降了 75.86%、5.51% 和 28.71%,它们的影响规律与抗滑动稳定性可靠度指标一致。

### 3.3 安全系数计算

采用安全系数来反映重力式挡土墙的安全程度具有一定的工程应用价值,也在工程上得到了应用,但是定义稳定性安全系数的方法比较多,且每种方法得到的计算结果也不尽相同。而且挡土墙设计参数也存在很大的变异性,结构的破坏过程往往可以看作一个随机过程。挡土墙抗滑动和抗倾覆的安全系数的表达式

如式(16)、(17)所示,其比值要求见文献[18]。

$$K_s = \frac{(G_n + E_{an})f}{E_{at} - G_t} =$$

$$\frac{[G \cos \alpha_0 + E_a \sin(\alpha + \alpha_0 + \delta)]f}{E_a \cos(\alpha + \alpha_0 + \delta) - G \sin \alpha_0} \quad (16)$$

$$K_l = \frac{Gx_0 + E_{az}x_f}{E_{ax}z_f} \quad (17)$$

将 3.1 节采用的设计参数代入式(16)、(17)得到抗滑动稳定性和抗倾覆稳定性安全系数:

$$K_s = \frac{(90.372 + 8.8) \times 0.5}{42.379 - 13.506} = 1.72$$

$$K_l = \frac{91.376 \times 1.144 + 2.548 \times 1.475}{42.247 \times 1.620} = 1.58$$

对比安全系数和可靠度计算结果发现,两者存在较大差别,这是因为不管是抗滑动还是抗倾覆安全系数具有唯一性,而不同设计人员对抗滑动力或抗倾覆力的理解存在偏差,导致得到结果不一致。而且安全系数计算与可靠度计算方式存在较大差别,可靠度计算时,考虑了参数的变异性,这与实际情况也比较吻合。所以安全系数计算与可靠度计算之间没有对比意义,但可靠度计算结果更符合实际工程情况。

## 4 挡土墙荷载抗力分项系数的研究

该文主要研究一般地区抗滑动和抗倾覆稳定性的分项系数,采用一般分离法、一次二阶矩法和三阶矩法分别计算抗力分项系数,并进行 3 种方法之间的对比。

### 4.1 目标可靠度指标确定

确定目标可靠度指标是进行极限状态设计方法研究的前提条件,在几种常用的设计方法中,选取经验校准法<sup>[19]</sup>来确定研究对象的目标可靠度指标,该方法符合工程设计理念。通过反复验算得到重力式挡土墙抗滑动和抗倾覆的目标可靠度指标建议值见表 4。

表 4 一般地区重力式挡土墙目标可靠度指标建议值

指标名称	目标可靠度指标均值	失效概率/%
抗滑动可靠度指标	2.479	0.68
抗倾覆可靠度指标	2.678	0.39

### 4.2 抗滑动稳定性分项系数

对于一般地区的重力式挡土墙,只考虑总荷载和总抗力两部分。

抗滑动稳定性极限状态方程如下:

$$\phi((G+E_y+E_y \tan \alpha_0)f+(G+E_y) \tan \alpha_0) \geq \gamma E_x \quad (18)$$

结合相关设计规范,该文选取重力式挡土墙的具体设计参数为:墙高  $H=3.0$  m,综合内摩擦角  $\varphi=35^\circ$ ,墙背摩擦角  $\delta=17.5^\circ$ ,基底摩擦系数  $f=0.4$ ,填土重度  $\gamma=19$  kN/m<sup>3</sup>;其统计特征如表5所示。

表5 抗滑动稳定性统计特征值

总抗力 均值	总抗力 标准差	总荷载 均值	总荷载 标准差	目标可靠 度指标
58.732	8.546	34.267	6.818	2.479

采用上述3种方法分别计算得到抗滑动稳定性分项系数的结果如表6所示。

表6 基于3种方法计算得到的抗滑动稳定性分项系数

可靠度方法	分项系数	
	拉力 $\phi$	荷载 $\gamma$
分离法	0.692	1.279
一次二阶矩法	0.784	1.430
三阶矩法	0.706	1.263

由表6可知:三阶矩法计算得到的抗滑动稳定性的荷载和抗力分项系数结果都与分离法更为吻合,说明三阶矩法计算精度较一次二阶矩法高,可以很好地满足工程需求。

#### 4.3 抗倾覆稳定性分项系数

抗倾覆稳定性极限状态方程如下:

$$\phi(WZ_w+E_y Z_y) \geq \gamma E_x Z_x \quad (19)$$

该文选取重力式挡土墙的统计特征如表7所示。

采用上述3种方法分别计算得到抗倾覆稳定性分项系数的结果如表8所示。

表7 抗倾覆稳定性统计特征值

总抗力 均值	总抗力 标准差	总荷载 均值	总荷载 标准差	目标可靠 度指标
48.754	2.117	32.396	7.556	2.678

表8 基于3种方法计算得到的抗倾覆稳定性分项系数

可靠度方法	分项系数	
	拉力 $\phi$	荷载 $\gamma$
分离法	0.976	1.477
一次二阶矩法	0.985	1.540
三阶矩法	0.968	1.552

由表8可知:三阶矩法计算得到的抗倾覆稳定性的抗力分项系数结果是3种方法中最小,而荷载分项

系数是3种方法中最大的,但数值上相差不大,而且3种方法计算结果趋势也一致,表明三阶矩法计算精度可以满足工程的需求。

## 5 结论

(1) 发展了三阶矩法的重力式挡土墙结构稳定性的功能函数,计算得到挡土墙的可靠度指标,并通过对对比分析,验证了三阶矩法在精度和效率方面的优势。

(2) 基于三阶矩法对重力式挡土墙结构稳定性功能函数中的参数进行敏感度分析,得到了综合内摩擦角是影响这两种失效模式的关键因素。

(3) 提出了重力式挡土墙两种失效模式所对应的分项系数极限状态方程,采用3种计算方法分别得到了不同的分项系数值并进行对比分析,说明三阶矩法是一种快速高效的可靠度计算方法。

#### 参考文献:

- [1] 李毓林,等. 铁路工程设计技术手册——路基[M]. 北京: 中国铁道出版社,1992.
- [2] HOEG K, MURARCA R P. Probabilistic Analysis and Design of a Retaining Wall[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1974,100(G73):349-366.
- [3] 张建仁. 挡土墙结构稳定性的可靠度分析[J]. 中国公路学报,1997,10(3):53-58.
- [4] 王良,刘元雪. 重力式挡土墙抗滑移的可靠度分析[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版),2005,22(6):609-611.
- [5] 吴敏敏,王仲锦,骆文海. 铁路重力式挡土墙可靠度设计方法的研究[J]. 铁道建筑,2013,54(3):93-96.
- [6] 蔡阳,罗书学,刘昌清. 重力式挡土墙结构稳定性的可靠度分析[J]. 四川建筑,2005,25(4):86-87.
- [7] 马勇,杜秀忠,李川. 基于验算点法重力式挡土墙结构可靠性分析[J]. 广东水利水电,2018(11):96-101.
- [8] 杜永峰,余钰,李慧. 重力式挡土墙稳定性的结构体系可靠度分析[J]. 岩土工程学报,2008,30(3):349-353.
- [9] 刘昌清,罗一农,魏勇幸. 基于极限状态设计法重力式挡墙设计研究[J]. 铁道工程学报,2014,31(9):30-34.
- [10] 张志审. 基于Bayesian原理的基桩沉降可靠度分析[J]. 中外公路,2018,38(4):9-13.
- [11] 马士宾,徐文斌,徐艳伟,等. 基于可靠度的旧沥青路面加铺混凝土结构优化设计研究[J]. 中外公路,2018,38(3):43-47.
- [12] 中铁二院工程集团有限责任公司. 铁路路基挡结构设计规范:TB 10025-2019[S]. 北京:中国铁道出版社有限公司,2019.