

# 腐蚀拉索钢丝的双蚀坑应力强度因子研究

许红胜,任凯\*,颜东煌

(长沙理工大学 土木工程学院,湖南 长沙 410114)

**摘要:**目前针对腐蚀钢丝剩余疲劳寿命的理论研究,通常采用将点蚀坑模拟为单裂纹,计算其应力强度因子,通过线弹性断裂力学的计算方法进行。由于腐蚀钢丝中往往出现多个典型蚀坑相邻的情况,有必要研究多蚀坑分布情况下应力强度因子的变化问题。该文研究了拉索钢丝双蚀坑裂纹的相互影响行为。考虑了两条裂纹在钢丝不同轴向距离以及周向不同角度分布的情况,利用有限元软件计算出不同分布状态下主裂纹裂纹尖端各积分点的应力强度因子,对比分析与单蚀坑裂纹应力强度因子的参数关系,得到了相互影响系数在不同状态下的分布情况。在单裂纹应力强度因子计算基础上,提出了引入修正系数来计算双蚀坑裂纹应力强度因子的简化计算思路,进一步拟合了其简化计算公式,且拟合程度良好。研究表明:当裂纹轴向间距大于主裂纹深度3.8倍时,裂纹之间不存在相互影响作用,两条裂纹投影面重叠部分应力强度因子减弱,其余部分加强,加强部分应力强度因子计算可采用该文拟合公式,为双蚀坑裂纹的计算分析提供了更加简便的计算方法。

**关键词:**桥梁结构;双蚀坑;应力场耦合;应力强度因子;相互影响系数

## 1 前言

斜拉索作为斜拉桥主要的承重构件,其运营使用状态相应决定着斜拉桥的运营安全性。斜拉索在长期的运营期中,由于外防护套管破损,原有索体防护体系缺陷等原因,拉索钢丝会出现腐蚀病害,严重影响斜拉索的安全运营寿命。

拉索钢丝腐蚀病害中,点蚀蚀坑参数是与剩余疲劳寿命评估最直接相关的腐蚀病害参数。目前针对拉索钢丝剩余疲劳寿命评估的理论研究,一般采用将点蚀蚀坑简化为单蚀坑裂纹,通过计算裂纹的应力强度因子,利用线弹性断裂力学的方法进行评估。

针对单蚀坑裂纹应力强度因子的计算,国内外学者进行了很多的研究。Daoud等运用有限元法在二维条件下计算了钢筋蚀坑裂纹的应力强度因子并探究了其对其扩展寿命的影响;肖顺等对比分析了J积分、交互积分法、扩展有限元法计算三维裂纹尖端应力强度因子有效性,为复杂结构应力强度因子计算提供了参考;俞树荣等采用三维奇异等参单元建立计算模型,

给出了数值模拟模型尺寸及网格大小的取值范围;茹忠亮等通过典型案例分析,得到了将扩展有限元法与水平集法相结合的改进XFEM算法。

工程实际中,点蚀往往是多个蚀坑在相邻位置一起出现,但蚀坑之间的相对位置是不规则的;当蚀坑的应力场之间发生耦合影响时,简单简化为单蚀坑裂纹计算应力强度因子不够准确。针对多裂纹应力场耦合影响的研究,刘钧玉等提出了比例边界有限元计算多裂纹应力强度因子的新算法;马文涛等分析了3个平面应力状态下的多裂纹问题,提出了修正的内部基扩充无网Galerkin法;陈景杰等基于平板模型,提出了基于最大张口位移量确定平行双裂纹尖端应力强度因子的方法。

总的来说,目前针对腐蚀拉索钢丝多点蚀坑分布情况下的应力强度因子的计算,还缺少系统和深入的研究。该文采用数值模拟的方法,研究主、从蚀坑不同位置分布对主蚀坑裂纹应力强度因子的影响,并进一步提出考虑双蚀坑影响的应力强度因子的简化计算方法。

收稿日期:2020-06-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(编号:51878073)

作者简介:许红胜,男,博士,副教授.E-mail:hongsheng74@163.com

\*通信作者:任凯,男,硕士研究生.E-mail:18390933824@163.com

## 2 单裂纹应力强度因子公式

应力强度因子手册总结了 Shak. R. C 等研究成果,给出了基于边界积分法的半椭圆表面裂纹应力强度因子的计算公式。一垂直于物体表面的半椭圆形裂纹,垂直于裂纹表面作用有均匀拉伸应力  $p$ ,裂纹前缘各点的应力强度因子计算公式为:

$$K_I = Mp \frac{\sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[ \sin^2 \theta + \left( \frac{a}{b} \right)^2 \cos^2 \theta \right]^{1/4} \quad (1)$$

式中:  $E(k)$  为第二类完全椭圆积分,  $k = \sqrt{1 - \frac{a^2}{b^2}}$ ;  $a$  为短半轴;  $b$  为长半轴; 系数  $M$  可根据角度查得。

由式(1)可知:  $K_{I_{\max}}$  在椭圆短半轴,对含裂纹构件的起裂和断裂起着极为重要的控制作用。其中:

$$K_{I_{\max}} = Mp \frac{\sqrt{\pi a}}{E(k)} \quad (2)$$

## 3 计算模型的确定

根据文献[14],该文选椭圆形蚀坑作为研究对象,深宽比为 0.8 左右,选定蚀坑尺寸为长 4 mm、宽 2.7 mm、深 1.6 mm。计算模型为包含裂纹的 50 mm 钢丝基体,直径为 7 mm,弹性模量为  $E = 2.05 \times 10^5$  MPa,泊松比为  $\nu = 0.3$ 。引用文献[15]的研究成果,将三维蚀坑等效为蚀坑中部截面的半椭圆面裂纹,即等效为长半轴为 4 mm、短半轴为 1.6 mm 的半椭圆平面型裂纹。图 1 为含有两条裂纹的钢丝模型,其中  $C_1$  为主裂纹,  $C_2$  为从裂纹,  $l$  为两条裂纹中心竖向投影点间的周向弧长,  $d$  为两条裂纹间沿钢丝长度方向的距离,定义 A、B 为  $C_1$  上的两个脚点,其中 A 点为两条裂纹接近的点, B 点为两条裂纹距离较远的点。定义裂纹尖端对应点间  $K$  值的比值为影响系数  $f = K_{\text{双}}/K_{\text{单}}$ , 两条裂纹间沿钢丝长度方向的距离  $d$  与主裂纹深度  $a_1$  的比值  $B_d = \frac{d}{a_1}$ , 从裂纹深度  $a_2$  与主裂纹

深度  $a_1$  的比例  $B_a = \frac{a_2}{a_1}$ , 两条裂纹中心竖向投影点间的周向距离  $l$  与裂纹长半轴之和比  $B_l = \frac{l}{b_1 + b_2}$ 。该文通过改变  $B_d$ 、 $B_a$ 、 $B_l$  大小,采用有限元法对不同组合情况下  $C_1$  裂纹尖端的应力强度因子进行计算,对比分析其变化情况,进而得到影响系数  $f$  的分布规律。

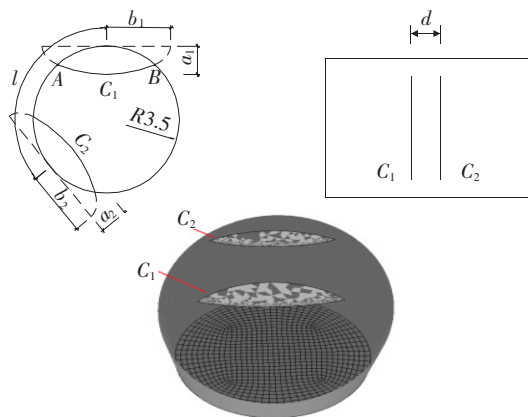


图1 含两条裂纹的钢丝模型

有限元分析软件采用 Franc 3D 和 Abaqus 相结合。对模型划分网格时,沿轴向单元尺寸为 0.5 mm,圆截面布置尺寸分别为 0.3 mm 和 0.2 mm,裂纹前端划分单元尺寸为 0.05 mm,荷载大小采用 650 MPa,边界条件约束轴向转动,固定 X、Y 方向位移。

## 4 影响系数的计算与分析

为了验证数值模拟的准确性,将数值计算与理论计算的结果进行比较分析。按照设计尺寸对单裂纹模型进行设置后施加荷载进行计算,计算结果如图 2 所示,  $K_{I_{\max}} = 1479.28 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{1/2}$ 。按照式(2)进行积分计算,查得参数  $M = 1.14$ ,理论值  $K_{I_{\max}} = 1457.29 \text{ MPa} \cdot \text{mm}^{1/2}$ 。数值计算与理论值误差为 1.4%,由此可知数值模拟计算结果可靠。

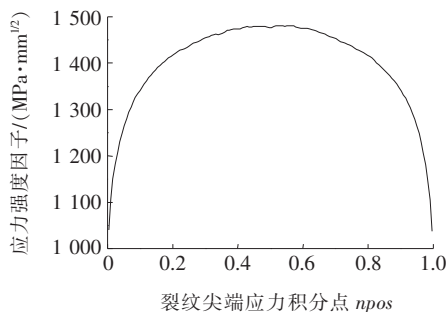


图2 单裂纹数值计算结果

### 4.1 轴向距离的影响

为了研究轴向距离的影响,需控制周向间距不变,进而通过改变  $B_d$ 、 $B_a$  的大小来探究  $f$  的变化情况。该文设置  $B_d$  变化范围为 0.2~6.0,即轴向间距为裂纹深度的 0.2~6.0 倍,  $B_a$  的变化范围为 0.2~1.0 即从裂纹大小为主裂纹的 0.2~1.0 倍。由于计算数据过多,该文只列举部分数据,如图 3 所示。

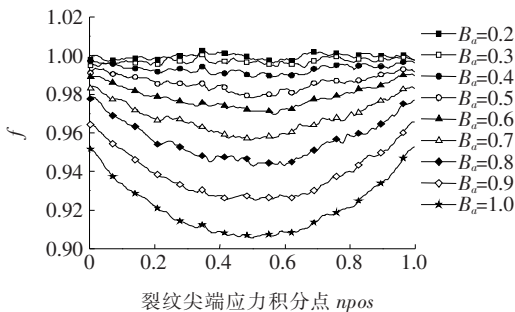


图 3  $B_d=2$  裂纹尖端各点  $f$  值

由图 3 可知:不论  $B_d$ 、 $B_a$  如何变化,共线双裂纹的  $f$  值基本小于等于 1.0,即在共线情况下从裂纹的存在,降低了主裂纹裂尖的应力强度因子值,每条裂纹裂尖的  $f$  值大致为规则的曲线形状。用尖端最深点代表每条曲线,将不同裂纹比绘制成关于轴向间距比的曲线,如图 4 所示。由图 4 可知,当  $0.4 \leq B_a \leq 0.9$  时,随着  $B_d$  的增加, $f$  值的变化趋势大概呈现先减少后增加的情况,而且  $B_a$  越大其曲线极小值点对应的横坐标越小,即从裂纹越大,其对主裂纹产生的影响减小的相对轴向间距越小,但影响程度还是随着从裂纹的增大而增大;当  $0.2 \leq B_a \leq 0.4$  时, $f$  值不随轴向距离的变化而变化;而  $B_a = 1.0$  时的  $f$  值则从开始的 0.72 呈现出逐渐增加的趋势。该文在文献[16]的基础上,规定当  $0.98 < f < 1.05$  时认为裂纹之间不会相互影响,当  $B_d \geq 4$  时,即裂纹之间的轴向间距不小于 4 倍的裂纹深度时,裂纹之间不会相互影响。

由于共线双裂纹之间应力强度因子相互削弱,工程实际中可按单蚀坑裂纹计算,结果偏于安全,该文仅对影响趋势做描述,相互影响系数拟合不做赘述。

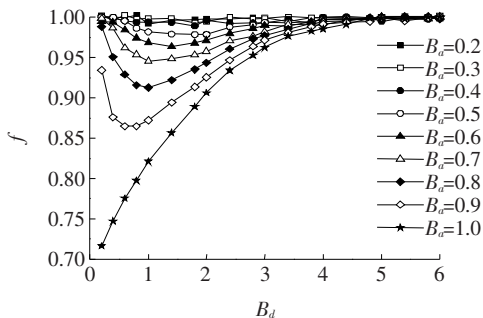


图 4  $B_a-B_d$  曲线

## 4.2 周向距离的影响

研究周向距离  $l$  对  $f$  的影响,设定不同的从裂纹大小在一定的轴向距离比条件下( $B_d = 0.2, 0.4, \dots, 4.4, 4.8$ ),改变  $B_l$  的大小,计算对应的  $f$  值。设置  $B_l$  变化范围为  $0.2, 0.3, \dots, 1.2, 1.4$  共 11 组,按照周

向距离比换算成主从裂纹中心与钢丝圆心所形成的角度,实现从裂纹在模型中的定位,其中  $B_l = 0.7$  为  $90^\circ$ ,  $B_l = 1.4$  为  $180^\circ$ ,按照逆时针分布。

### 4.2.1 等长裂纹的影响

控制从裂纹与主裂纹大小一致,在不同的轴向距离下改变周向距离的大小,计算出每条裂纹裂尖的应力强度因子值,进而求出其  $f$  值。将同周向距离,不同轴向距离裂纹的  $f$  值绘制在同一图上,共得 11 组数据,一组数据图如图 5 所示。

由图 5 可知,无论两裂纹周向距离  $B_l$  (中心夹角)如何变化,与  $f=1.0$  轴交点左右侧,各曲线大致按照顺序依次排列,即从裂纹对主裂纹的增强或削弱效应都随轴向距离的增加而逐渐减小,但  $B_d \geq 4$  (轴向距离不小于 4 倍主裂纹深度)的曲线均为  $f=1.0$  附近的平直线,即两裂纹之间互不影响。当  $B_l < 0.7$  时,各曲线与  $f=1.0$  轴的交点随着周向距离的增加逐渐向 A 点靠拢,交点左边  $f < 1.0$ ,表现为削弱影响,交点右边  $f > 1.0$ ,表现为加强作用;当  $0.7 \leq B_l \leq 1.4$  时,各曲线与  $f=1.0$  轴交点由 B 点附近向 A 点移动,交点左边  $f > 1.0$ ,表现为加强作用,交点右边  $f < 1.0$ ,表现为削弱影响;最终当两裂纹为对侧分布( $B_l = 1.4$ )时,各曲线与  $f=1.0$  轴再无交点,不再存在增强效果。

以裂纹尖端节点为横坐标, $f$  为纵坐标,在  $B_d$  相同的情况下,绘制出不同周向间距的裂纹曲线,部分结果如图 6 所示。

由图 6 可知:当  $0.2 \leq B_l < 0.6$  时,曲线都与  $f=1.0$  轴有一个交点,交点左侧(靠近 A 点)  $f < 1.0$ ,随着轴向距离的增加  $f$  值逐渐增加,从裂纹对主裂纹的削弱作用逐渐减小;交点右侧  $f > 1.0$ ,且随着轴向距离的增加  $f$  值逐渐减小,从裂纹对主裂纹的增强作用逐渐减小。随着  $B_l$  的增加,交点逐渐左移,大致与两条裂纹重合点位置接近,即随着两裂纹中心夹角的增加,裂纹投影面重合位置越来越靠近 A 点,重合区域  $f < 1.0$ ,重合区域外  $f > 1.0$ ;当  $0.7 \leq B_l < 1.4$  时,即两条裂纹中心夹角大于等于  $90^\circ$  时,曲线与  $f=1$  轴的交点从 B 点附近开始,逐渐向 A 点移动,将  $C_2$  按照  $C_1$  与圆心的对称轴对称到  $C_2$  的位置后,交点与 B 点的距离大致等于  $C_1$  与  $C_2$  投影区域长度,且重合区域  $f < 1.0$ ,重合区域外  $f > 1.0$ ;当  $B_l = 1.4$  时,各条曲线大致相互平行,与  $f=1.0$  轴不再有交点,  $0.2 \leq B_d \leq 3$  时,从裂纹对主裂纹存在削弱现象,且随着  $B_d$  的增加,削弱现象逐渐减弱。

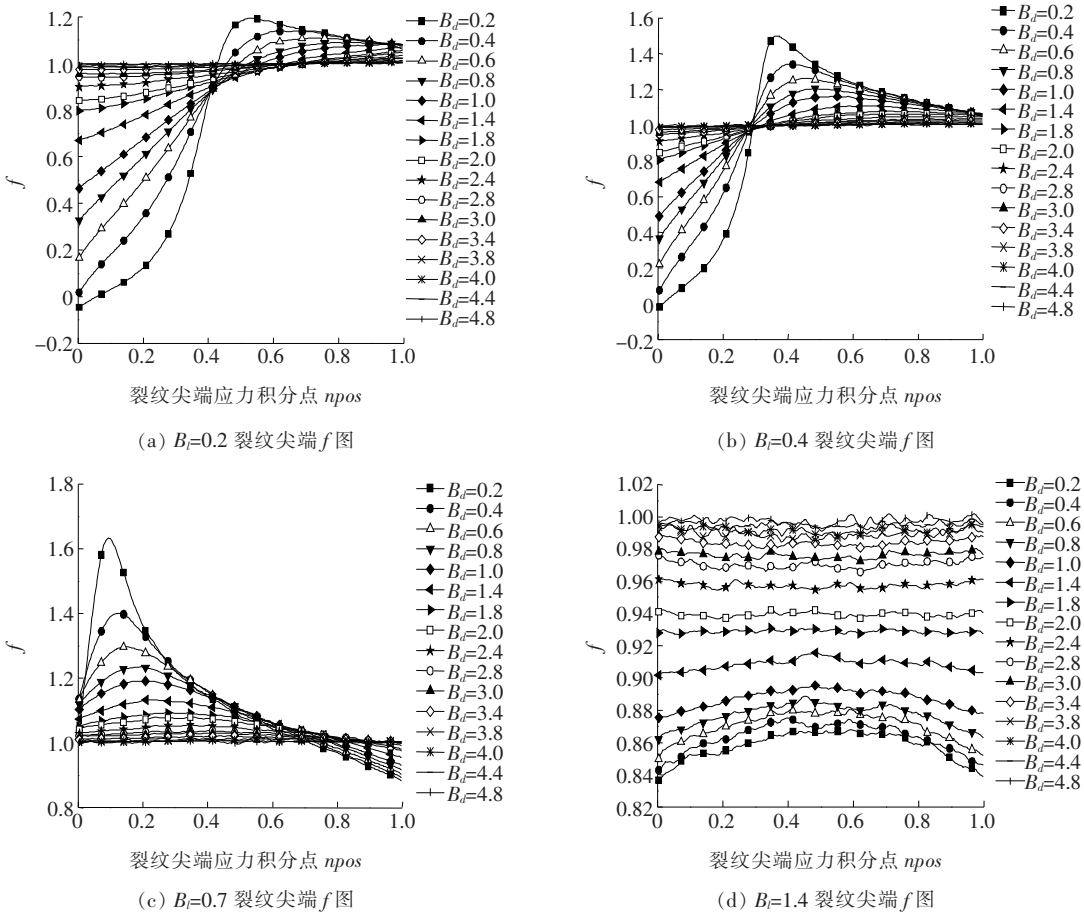


图 5  $B_i=0.6$  裂纹尖端  $f$  图

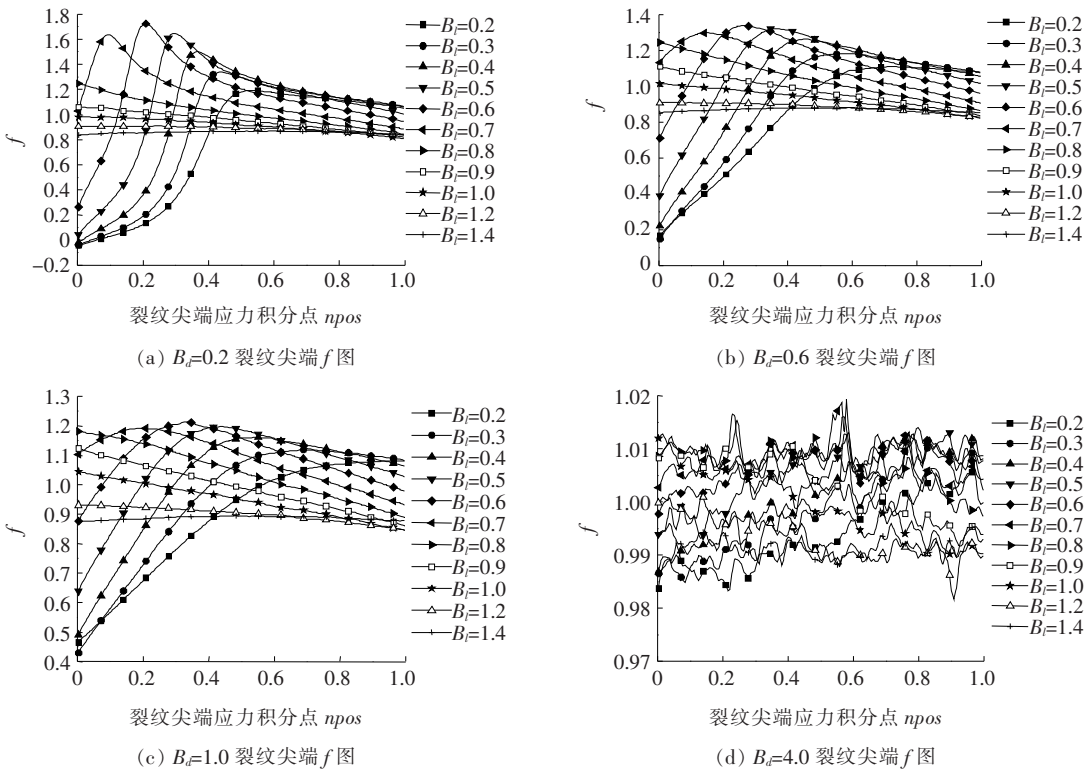


图 6 不同  $B_d$  时,周向距离影响下  $f$  值曲线



对于  $B_l = 0.2 \sim 0.7$  的曲线,当  $0.2 \leq B_d \leq 1.8$  时,呈现出先增加后减少的趋势,不再像单蚀坑那样为规则的对称形状,曲线存在一个极大值点,极值点随着  $B_l$  的增加先增大后减小,  $B_l = 0.6$  时的极值最大;当  $B_d > 1.8$  时,  $B_l = 0.2 \sim 0.7$  的曲线不存在极值点,成为从 A 点到 B 点逐渐增加的曲线;对于  $B_l = 0.8 \sim 1.4$  的曲线,曲线大概呈从 A 点到 B 点逐渐降低的曲线;随着  $B_d$  的增加,双裂纹的削弱和加强影响都逐渐降低,曲线向  $f = 1.0$  轴靠拢。当  $B_d \geq 3.8$  时,曲线在  $0.98 \sim 1.02$  范围内波动,可认为裂纹之间不存在相互影响。

4.2.2 不等长裂纹的影响

结合轴向距离影响一节计算数据分析,从裂纹对主裂纹的影响随着从裂纹的增大而增大。该节考虑不等比从裂纹的影响,除从裂纹尺寸外,其他均与等比裂纹尺寸相同。分别以  $B_d = 0.2, 0.5, 0.8$  为例,计算了不同状态下裂尖应力强度因子变化情况。如图 7 所示为  $B_d = 0.4$  情况下,裂尖应力强度因子相对单裂纹应力强度因子变化情况。

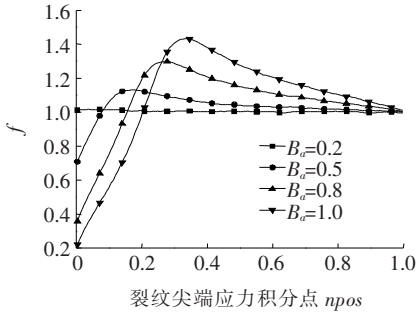


图 7  $B_l = 0.5, B_d = 0.4$  裂纹尖端  $f$  图

观察可知:对于同一  $B_l$ ,随着从裂纹尺寸的增加,其对主裂纹的影响也逐渐增大,  $f_{\max}$  也逐渐增大。当从裂纹尺寸足够小时,其对主裂纹的影响可以忽略。由此可知,当存在从裂纹比主裂纹小时,其对主裂纹的影响可按同等大小的从裂纹来计算,且结果偏安全。

5 双裂纹应力强度因子简化算法

对于含有双裂纹的构件最大应力强度因子需要考虑裂纹间的相互影响,而且裂纹之间的相互影响使得主裂纹裂尖的应力强度因子曲线形状不规则,导致整条裂纹的  $K$  值计算较为复杂。在工程计算中主要考虑裂尖最大应力强度因子值,因此,为简化计算,该文提出以下计算思路:

(1) 按照单蚀坑裂纹计算  $K_{\text{Imax}}$ 。

(2) 考虑裂纹间相互影响,规定双裂纹与单裂纹裂尖最大应力强度因子比值为修正系数  $f'$ :

$$f' = K_{\text{Imax双}} / K_{\text{Imax单}} \tag{3}$$

(3) 对式(2)进行修正为:

$$K_{\text{Imax}} = f' M p \frac{\sqrt{\pi a}}{E(k)} \tag{4}$$

(4) 计算  $K_{\text{Imax}}$  对应点的位置。

按照上述步骤可以算出从裂纹作用下,主裂纹尖端最大应力强度因子值及其位置。

为了计算  $N$  值,用每条裂纹尖端  $K_{\text{Imax}}$  值代表一条裂纹,绘制出  $B_l - B_d$  曲线,如图 8 所示。

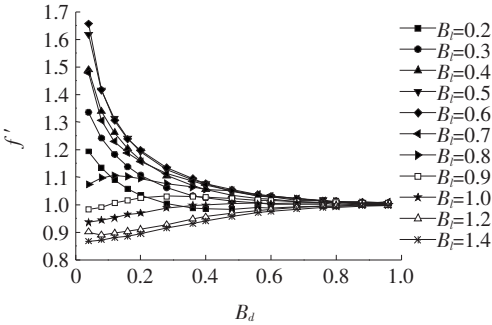


图 8  $B_l - B_d$  曲线

由图 8 可知:对于  $0.8 < B_l \leq 1.4$ ,曲线都小于 1.05,表明裂纹  $K_{\text{Imax}}$  值几乎与单裂纹最大值相等,可按单裂纹计算;对于  $0.2 \leq B_l \leq 0.7$ ,曲线存在大于 1.05 的区段,说明裂纹  $K_{\text{Imax}}$  值大于单裂纹最大值,且各条曲线形状大致走势相同,逐渐递减,说明随着周向距离的增大,主裂纹  $K_{\text{Imax}}$  值逐渐减小。将曲线数据进行相关性拟合,得到式(5),参数见表 1。值得注意的是,当按照式(5)计算的  $N$  值小于 1.05 时,需按照单裂纹式(2)计算主裂纹  $K_{\text{Imax}}$ 。

$$f' = D_1 x + D_2 x^2 + D_3 x^3 + D_4 x^4 + C \tag{5}$$

表 1 修正系数公式参数

$B_d$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$	$C$
0.2	-0.361 4	0.171 6	-0.034 4	0.002 5	1.255 5
0.3	-0.493 4	0.226 5	-0.046 0	0.003 4	1.414 3
0.4	-0.727 6	0.360 1	-0.079 7	0.006 4	1.598 6
0.5	-0.968 9	0.503 2	-0.115 2	0.009 5	1.758 9
0.6	-1.065 8	0.572 9	-0.134 1	0.011 2	1.800 8
0.7	-0.750 2	0.408 7	-0.097 7	0.008 3	1.578 5
0.8	0.103 5	-0.094 4	0.025 5	-0.002 2	1.064 3

用数据处理软件 Origin 进行曲线拟合,同时控制其相关系数在合理范围内,相关系数越大则拟合效果越好,各拟合曲线相关系数分别为:  $R_{0.2} = 0.998\ 65$ 、

$R_{0.3}=0.994\ 7$ 、 $R_{0.4}=0.991\ 89$ 、 $R_{0.5}=0.987\ 14$ 、 $R_{0.6}=0.978\ 04$ 、 $R_{0.7}=0.977\ 31$ 、 $R_{0.8}=0.974\ 66$ 。可见拟合效果良好。

将每个裂纹  $K_{\text{Imax}}$  值所对应的横坐标绘制成关于  $B_d$  的曲线,如图 9 所示,对于  $0.2\leq B_l\leq 0.7$ ,曲线大致先增加后减少,但减少的趋势随着  $B_l$  的增加逐渐减缓;对于  $0.8\leq B_l\leq 1.0$ ,曲线呈逐渐递增趋势,而  $B_l=1.2、1.4$  曲线则基本呈水平直线,其值分别为  $0.43、0.52$ (A 点为 0,B 点为 1)。将曲线数据进行相关性拟合,得到  $K_{\text{Imax}}$  点在裂尖的位置式(6),参数见表 2。各拟合曲线相关系数分别为: $R_{0.2}=0.964\ 26$ 、 $R_{0.3}=0.962\ 87$ 、 $R_{0.4}=0.982\ 95$ 、 $R_{0.5}=0.970\ 21$ 、 $R_{0.6}=0.986\ 67$ 、 $R_{0.7}=0.982\ 37$ 、 $R_{0.8}=0.984\ 43$ 、 $R_{0.9}=0.952\ 23$ 、 $R_{1.0}=0.971\ 1$ 。可见拟合效果良好。

$$L=E_1x+E_2+E_3+E_4+E_5+G$$

(6)

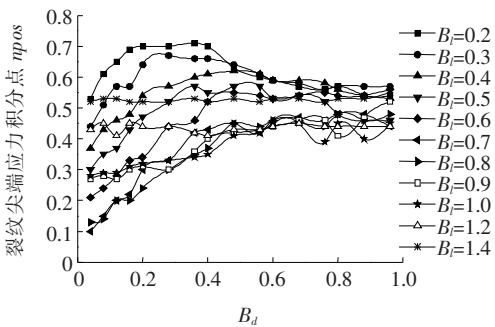


图 9  $K_{\text{Imax}}$  位置曲线

6 结论

(1) 对于共线双蚀坑( $l=0$ ), $B_a\leq 0.4$  时,从裂纹对主裂纹应力强度因子无影响;当  $0.4<B_a\leq 0.9$  时,从裂纹对主裂纹应力强度因子的影响先增大后减小;

表 2  $K_{\text{Imax}}$  位置公式参数

$B_l$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$G$
0.2	0.478 5	-0.260 0	0.036 3	0.002 9	-0.000 7	0.449 2
0.3	0.384 2	-0.116 3	-0.021 3	0.012 2	-0.001 2	0.371 3
0.4	0.263 9	-0.054 2	-0.009 6	0.003 8	-0.000 3	0.323 4
0.5	0.241 4	-0.002 5	-0.032 3	0.007 1	-0.000 4	0.249 8
0.6	0.075 0	0.173 8	-0.099 7	0.019 3	-0.001 2	0.189 6
0.7	0.108 9	0.220 0	-0.157 1	0.037 9	-0.003 1	0.075 2
0.8	0.085 4	0.063 7	-0.019 4	-0.000 6	0.000 4	0.109 2
0.9	0.037 9	-0.050 7	0.065 8	-0.022 3	0.002 2	0.265 4
1.0	0.227 1	-0.301 4	0.187 1	-0.047 0	0.004 0	0.240 1

当  $B_d<4$  时,从裂纹导致主裂纹应力强度因子减小;当  $B_d>4$  时,从裂纹对主裂纹应力强度因子无影响;因此,共线双蚀坑裂纹应力强度因子计算可按照单蚀坑裂纹计算。

(2) 对于不共线双蚀坑( $l\neq 0$ ),两裂纹相交区域内应力强度因子减小,相交区域外增大;当  $B_l$  一定时,随着轴向间距的增大,裂纹间的相互影响逐渐减弱;当  $B_d\geq 3.8$  时,可忽略从裂纹对主裂纹应力强度因子的影响;随着从裂纹尺寸的增加,不论周向间距如何变化,其对主裂纹应力强度因子的影响都随着裂纹尺寸的增加而增加。

(3) 拟合出  $0.2\leq B_l\leq 0.8$  时,双蚀坑裂纹尖端  $K_{\text{Imax双}}$  修正系数  $f'$  与轴向间距的关系式,且拟合程度良好; $0.8<B_l\leq 1.4$  时可按单蚀坑裂纹计算  $K_{\text{Imax双}}$ 。

(4) 拟合出  $0.2\leq B_l\leq 1.0$  时, $K_{\text{Imax双}}$  最大值点的位置曲线,拟合效果良好;给出了双蚀坑裂纹应力强度因子计算思路。

参考文献:

[1] 徐阳. 腐蚀环境下斜拉索高强钢丝退化状态研究[D]. 哈尔滨工业大学硕士学位论文,2014.

[2] H. Li,C. M. Lan,Y. Ju,et al. Experimental and Numerical Study of the Fatigue Properties of Corroded Parallel Wire Cables[J]. Journal of Bridge Engineering, 2012, 17(2): 211-220.

[3] 潘晓宇,谢旭,李晓章,等. 锈蚀高强度钢丝的力学性能与评级方法[J]. 浙江大学学报(工学版),2014(11).

[4] 叶华文,黄云,王义强,等. 基于临界域法的桥梁钢丝腐蚀疲劳寿命[J]. 西南交通大学学报,2015(2).