

改进邓肯一张模型及其在软岩填料中的应用

刘江波¹, 刘凯², 田军³, 刘晓明⁴

(1. 海口市市政工程设计研究院, 海南 海口 570100; 2. 中交第二航务工程勘察设计院有限公司;

3. 湖南省张桑高速公路建设开发有限公司; 4. 湖南大学 土木工程学院)

摘要:邓肯一张模型具有参数意义明确且易于确定的优点,在土工构筑物数值分析中应用广泛。在高围压下,压实填土的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 关系曲线形式为双曲线,满足邓肯一张模型 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 关系为双曲线的假定基础,但随着围压降低,其关系曲线逐渐偏离至差异显著,故需对原有的关系方程进行改进。研究发现:在双曲线方程中加入一个反映压实条件的参数,可以消除曲线与实测数据系统差异,结合不同最大粒径软岩填料制样过程和试验结果,提出对原邓肯一张模型的改进和新参数确定方法,在此基础上推导得到改进的邓肯一张模型。将改进模型应用到压实软岩填料的三轴试验数据分析中,结果证明改进模型显著提高了模型预测精度,说明该模型适用于压实填料,有望用于压实填土构筑物的数值分析中。

关键词:邓肯一张模型; 软岩填料; 压实条件参数; 压实填土

自土力学建立以来,国内外研究者对土建立了众多各具特色的本构模型,基于偏应力—应变关系为双曲线形式假定推导得到的邓肯一张非线性弹性模型是其中的一个。虽然将土视为弹性材料不尽合理,但是由于邓肯一张双曲线模型具有物理意义明确,参数确定容易等优势,其应用的广泛程度反而超过许多理论严密的模型,是各种岩土工程商业数值分析软件必备的模型,对其进行持续研究和改进仍具有重要实用价值。罗刚、张嘎等针对邓肯一张对土体剪胀性描述不足方面进行改进;孔德志等则讨论了多种考虑中主应力影响的改进邓肯一张模型的合理性;沈启鹏等基于钙质结合土的应力应变特性,对邓肯一张进行修正;杨爱武、王立忠、王晓妮在改进模型中考虑了土体结构性的影响。

压实填土是道路、大坝等构筑物的主体,其变形对构筑物的正常工作具有重要意义,在压实填土的变形分析中,邓肯一张模型也得到了广泛应用。但是,三轴试验表明:与邓肯一张模型推导时所依据的正常固结土试验数据不同,压实填土或是因受到强力机械压实作用的原因,其 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 关系曲线形态与双曲线的符合程度随围压不同显现出不同差异:在高围压下接近双曲线,随围压降低逐渐偏离至差异显著。将邓肯一张模型直接应用在压实填土构筑物的数值分析中时,可导致填筑体体积应力小的部分(填筑体上部)变

形计算结果不准确,而这部分正是填筑体直接承受外荷载作用的部分。

软岩填料属于典型压实填料,它是由大块软岩经人工重复破碎和压实而形成,其颗粒大小随重复破碎次数不同而不同。为了研究软岩填料变形和强度特性随颗粒粒径不同的变化规律,该文对最大粒径分别为2、10、20 mm软岩压实填料试样进行三轴试验,在试验中发现,粒径越大,试样击实到相同密度所用能量越大,而击实能量越大的试样 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 关系与双曲线差异也越大;另一方面,相同粒径条件下围压越小时 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 曲线形态与双曲线差异也越大。试验说明填料压实过程和围压对试验结果有重要影响,邓肯一张模型中并没有能反映该影响的参数。经过研究,该文在邓肯一张模型的基础上,加入一个能反映填料压实程度和围压大小的参数,改善 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 曲线形态与试验结果的符合程度,改进的模型不仅完全保留了邓肯一张模型意义明确、参数易于确定的优势,而且其更适用于压实填料,有望用于各类压实填土构筑物的变形数值分析中。

1 改进邓肯一张模型

1.1 邓肯一张E-B模型

邓肯一张E-B模型是在常规三轴试验结果上建

立的,首先假定 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 满足双曲线关系,可用式(1)表示,并在此基础上推得切线模量 E_t 的表达式如式(2),接着假定切线体积模量 B_t 与应力水平无关,仅随围压 σ_3 而变,其关系满足式(3)。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (1)$$

$$E_t = K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3) (1 - \sin \varphi)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 \quad (2)$$

$$B_t = K_b p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (3)$$

式中: E_t 为切线模量; B_t 为切线体积模量; p_a 为大气压;而内摩擦角 φ 、黏聚力 c 、破坏比 R_f 、 K 、 n 、 K_b 、 m 为邓肯一张($E-B$)模型中的7个参数,可以由常规三轴试验得出。

1.2 模型曲线方程的改进

填土在压实过程中会受到强外力作用,可导致其 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 关系与双曲线出现差异,对多组典型压实填土的三轴试验结果进行分析,发现了如下规律:

(1) $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 曲线形态与围压相关,围压较高时与双曲线较接近,围压降低渐渐偏离双曲线至差异显著。

(2) 在围压较低时的 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 曲线会出现明显的转折点,该点之前偏应力随轴向应变上升较快,之后接近水平。

为准确描述该变形规律,同时保留原始 $E-B$ 模型的优点,在式(1)右边增加一项 $l\varepsilon_1^2$ [如式(4)所示,作者原创],曲线形态就可以得到调整(图1),其中:当 $l=0$ 时,为双曲线;当 $l \rightarrow \infty$ 时,曲线逼近双折线。

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1 + l \cdot \varepsilon_1^2}{a + b \cdot (\varepsilon_1 + l \cdot \varepsilon_1^2)} \quad (4)$$

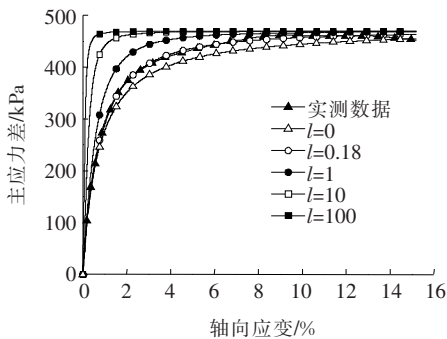


图1 l 值对 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 曲线形态的影响

1.3 改进的邓肯一张模型

由于改变了 $(\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 曲线方程,需在式(4)基础上重新推导切线模量 E_t 的表达式。在常规三轴压

缩试验中,由于 $d\sigma_2 = d\sigma_3 = 0$,所以根据式(4)可求得切线模量为:

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = \frac{a \cdot (2l\varepsilon_1 + 1)}{[a + b \cdot (l\varepsilon_1^2 + \varepsilon_1)]^2} \quad (5)$$

$$\text{令 } \varepsilon_1 = 0, \text{ 则 } E_i = \frac{1}{a}; \varepsilon_1 \rightarrow \infty, \text{ 则 } (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \frac{1}{b},$$

可以看出修正后的邓肯一张模型参数 a 、 b 与原邓肯一张模型的意义相同,因此改进的模型保留了原模型参数意义明确、易于确定的优势。同样的有:

$$E_i = \frac{1}{a} \quad (6)$$

$$b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} = \frac{R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (7)$$

由式(4)变换,可以得到 ε_1 的表达式:

$$\varepsilon_1 = \frac{b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) - 1}{2l \times [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} + \frac{\sqrt{[1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)] \times [(4al - b) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) + 1]}}{2l \times [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} \quad (8)$$

将式(8)代入式(5)得到:

$$E_t = \frac{[1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]^{\frac{3}{2}}}{a} \times \frac{\sqrt{(4al - b) \cdot (\sigma_1 - \sigma_3) + 1}}{a} \quad (9)$$

将式(6)和(7)式代入式(9)得到:

$$E_t = E_i \times [1 - R_f \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}]^{\frac{3}{2}} \times \frac{\sqrt{[1 - R_f \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} + \frac{4l \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{E_i}]} }{a} \quad (10)$$

根据莫尔-库仑强度准则,有:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (11)$$

初始模量 E_i 与围压满足关系:

$$E_i = K \cdot p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (12)$$

将式(11)、(12)代入式(10),得到:

$$E_t = K \cdot p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \cdot (1 - A)^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{(1 - A) + B} \quad (13)$$

其中:

$$A = R_f \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \varphi)}{2c \cdot \cos \varphi + 2\sigma_3 \cdot \sin \varphi}$$

$$B = \frac{4l \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{K \cdot p_a} \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^{(-n)}$$

式(13)为改进邓肯一张模型切线模量的计算表达式,其中参数 l 是与填土压实过程及试验围压有关的参数,其确定方法和意义在下文分析。

2 软岩填料三轴试验曲线特征

2.1 试样制备

为了研究软岩填料变形和强度特性随颗粒粒径不同的变化规律,对最大粒径分别为 2、10、20 mm 填料试样进行了三轴试验。软岩填料基本性质为:岩块天然抗压强度为 24.0 MPa;破碎后形成的填料,实测天然含水量为 9%、现场压实后干密度为 1.79 g/cm³。按现场级配进行缩尺,得到不同最大粒径的软岩缩尺填料,缩尺填料最大粒径 d_{\max} 分别为 2、10、20 mm,实测级配曲线如图 2 所示。

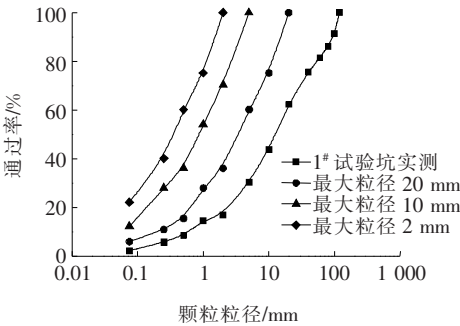


图 2 现场填料及缩尺填料的颗粒级配曲线

然后按现场密实度(干密度 1.79 g/cm³)将不同最大粒径填料人工击实成直径 101 mm、高 200 mm 的标准中三轴试样。记录击实过程中不同试样所用能量如表 1 所示。表 1 说明试样粒径越大击实到同一干密度所需能量越大。

表 1 压实填料制样过程中的击实功

$d_{\max}/$ mm	落锤重/ N	落锤高/ m	平均击实 次数/次	击实功/ J
2	24.4	0.28	65	444.08
10	24.4	0.28	120	819.84
20	24.4	0.28	160	1 093.12

2.2 三轴试验结果

将制备好的中三轴试样饱水后,在 4 种围压(100、200、300、400 kPa)下进行固结排水剪切(CD)试验,试验剪切速率取 0.024 mm/min,加载到轴向变形为 15%时停止试验。得到不同最大粒径试样的应力应变关系如图 3 所示。

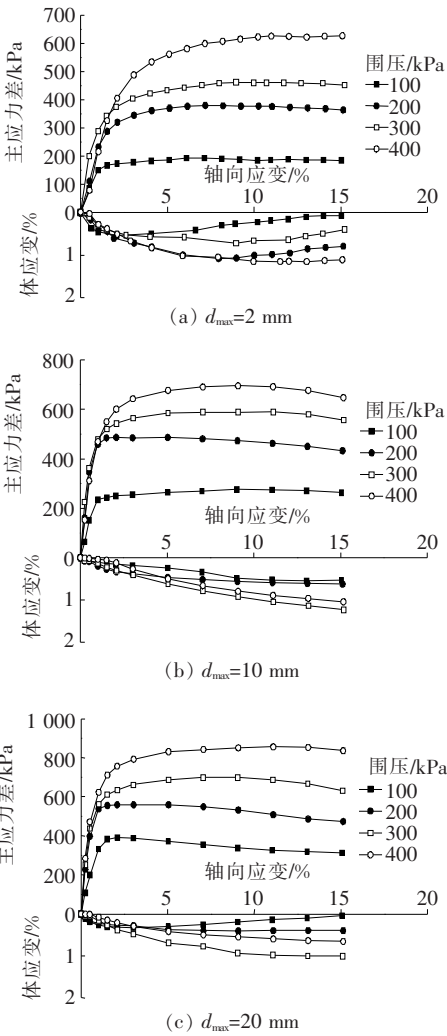


图 3 三轴试验的应力应变关系曲线

由图 3 可知:不同最大粒径软岩填料试样应力应变曲线总的形态特征基本相似: $\epsilon_1 - \epsilon_v$ 曲线均显示低围压下试样先剪缩后剪胀,高围压下一直剪缩; $(\sigma_1 - \sigma_3) - \epsilon_1$ 曲线在高围压下接近双曲线,而随着围压减小 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 曲线形态与双曲线差异越来越大。

取偏应力峰值点或 15%轴向应变对应的偏应力为峰值强度,绘制摩尔应力圆并拟合强度包线,得到不同最大粒径的试样摩尔库仑强度指标见表 2。表 2 表明:试样的黏聚力 c 和内摩擦角 φ 随着试样最大粒径的增大而增大。

表 2 不同最大粒径试样的强度参数

$d_{\max}/$ mm	c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$
2	21.4	24.30
10	51.5	24.97
20	74.0	26.26

3 参数 l 的物理意义和确定方法

根据式(4)对试验结果进行非线性拟合反演得到参数 l 如表 3 所示。

表 3 参数 l 的反演计算结果

σ_3 /kPa	不同最大粒径 d_{\max} (mm)时的 l 值		
	2	10	20
100	0.23	2.43	4.55
200	0.18	1.33	2.34
300	0.14	0.71	1.43
400	0.11	0.35	1.04

从表 3 可知: l 值随着围压的增大而减小,随着粒径的增大而增大。试样在低围压下表现出剪胀特征,说明压实填土在低围压下表现出一定的结构性土的特征,从围压角度看, l 值在一定程度上反映了试样的超固结性质;另一方面,结合表 1 击实过程中试样所需击实能量可知,击实土样因为受到强力机械作用,随着粒径越大试样在形成过程中吸收的能量越大,试样可以获得更紧密的结构,在低围压试验时,可呈现弱超固结的性质。可见 l 是一个反映压实填料压实过程的参数,该文称之为压实条件参数,该参数为无量纲参数。

据此,可假定 l 符合式(14)形式:

$$l=\omega\left(\frac{\sigma_3}{p_0}\right)^{\chi}$$

(14)

式中: p_0 为先期固结压力; σ_3 为围压大小; χ 、 ω 为材料常数,与压实后的材料性质相关。

要依据式(14)确定压实条件参数 l ,首先要知道试样的先期固结压力。为此,该文开展了不同最大粒径试样的等压固结试验。为使文章简洁,不再赘述试验过程和数据处理过程,仅将最终得到的先期固结压力 p_0 以及压缩指数 C_c 的结果列于表 4。

表 4 各向等压固结试验结果

d_{\max} /mm	p_0 /kPa	C_c
2	104.3	0.084
10	121.6	0.029
20	130.1	0.020

根据表 3、4 结果,分别拟合式(14)中的材料参数,结果如表 5 所示。

基于表 5 所得参数,将式(14)计算结果与试验结果绘制于图 4 中。结果表明:用式(14)确定参数 l 是合理的。

表 5 各参数的反演结果

d_{\max} /mm	ω	χ	R^2
2	0.23	-0.48	0.914
10	2.01	-1.11	0.893
20	3.47	-1.03	0.974

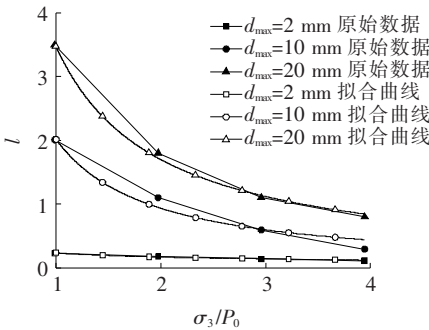


图 4 公式(14)对 l 的拟合效果

4 改进邓肯—张模型效果

将式(14)代入式(13)中,得到完整的改进邓肯—张模型切线模量计算公式如式(15)所示:

$$E_t=K \cdot p_a\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \cdot (1-A)^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{(1-A+B)}$$

(15)

其中:

$$A=R_f \frac{(\sigma_1-\sigma_3)(1-\sin \varphi)}{2 c \cdot \cos \varphi+2 \sigma_3 \cdot \sin \varphi}$$
$$B=\frac{4 \omega\left(\frac{\sigma_3}{p_0}\right)^{\chi} \cdot\left(\sigma_1-\sigma_3\right)}{K \cdot p_a} \cdot\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^{(-n)}$$

改进邓肯—张模型参数共 9 个,分别为 K 、 n 、 φ 、 c 、 R_f 、 K_b 、 m 、 χ 、 ω ,比原邓肯—张模型参数多 2 个。其中 7 个参数的意义与邓肯—张模型相同。

为说明改进模型的效果,该文分别采用邓肯—张 $E-B$ 模型和改进邓肯—张模型对前述软岩填料缩尺试验数据进行整理,得到模型参数如表 6、7 所示。由于不同最大粒径试样分析结果相似,限于篇幅,该文仅将 $d_{\max}=20 \text{ mm}$ 的结果列出。

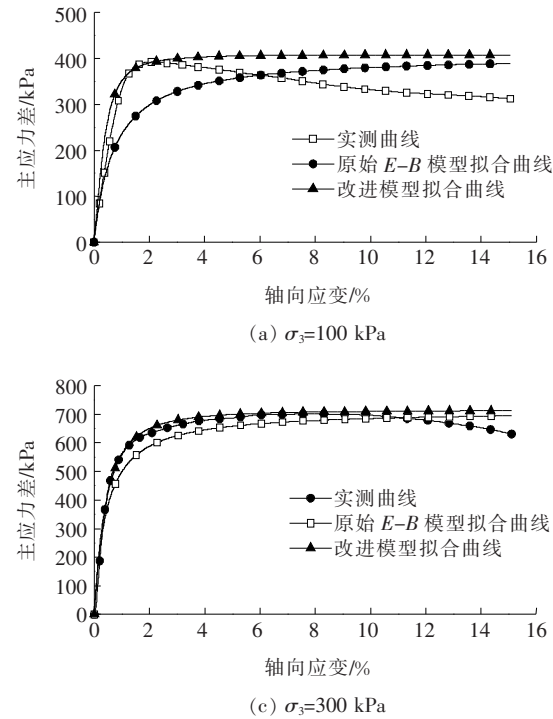
表 6 $E-B$ 模型参数($d_{\max}=20 \text{ mm}$)

c /kPa	φ / $^{\circ}$	R_f	K
74.0	26.3	0.772	6.223
n		K_b	m
1.033		431.82	0.452 6

表 7 改进邓肯一张模型参数($d_{\max}=20\text{ mm}$)

c/kPa	$\varphi/(\text{^\circ})$	R_f	K	n
74.0	26.3	0.98	6.44	0.76
K_b	m	ω	χ	
431.82	0.45	3.47	-1.03	

然后,将两个模型的预测结果与试验数据绘制在



图中比较两个模型的效果,如图 5 所示。

图 5 表明:相比于邓肯一张模型,新模型显著地提高了各围压(尤其是低围压)下填料的应力应变曲线预测效果,是对邓肯一张模型的改进。改进后模型是对邓肯一张模型的微调,保留了邓肯一张模型意义明确、参数易于确定优势的同时,更适用于压实填料。

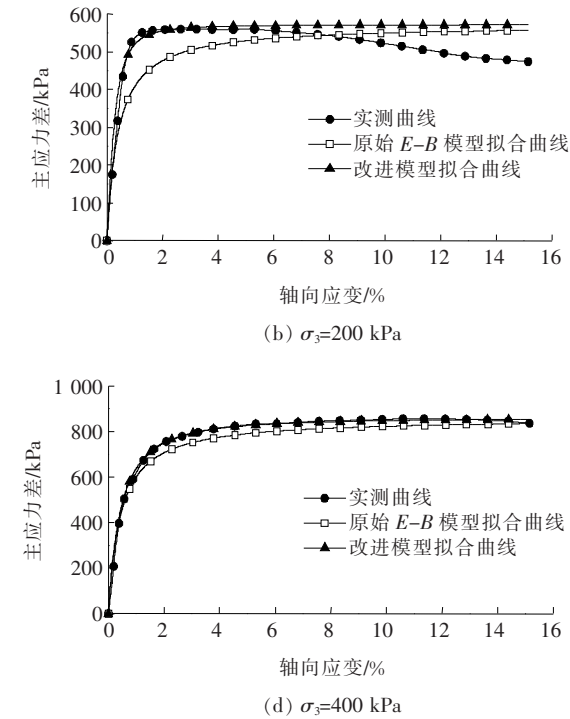


图 5 E-B 模型和改进模型预测效果($d_{\max}=20\text{ mm}$)

5 结语

针对邓肯一张模型不能反映压实土的 $(\sigma_1-\sigma_3)-\epsilon_1$ 关系曲线在低围压下不符合双曲线情况,在邓肯一张模型中加入一个压实条件参数 l ,得到新的 $(\sigma_1-\sigma_3)-\epsilon_1$ 关系方程,基于此重新推导切线模量 E_t 的计算公式,结合不同最大粒径软岩填料制样过程和三轴试验结果,提出了新参数确定方法,得到了改进的邓肯一张模型,最后将改进模型应用到压实软岩填料的三轴试验数据分析中,证明改进模型合理可行。该文提出的改进模型仅对邓肯一张模型进行了微调,保留了邓肯一张模型意义明确、参数易于确定、在数值软件中易于修改的优势,更适用于压实填料。

参考文献:

[1] Duncan J M,Chang C-Y. Nonlinear Analysis of Stress

and Strain in Soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE,1970(5):1 629-1 653.
[2] 牛玺荣,姚仰平,陈忠达. 吕梁山压实花岗岩风化土的强度特性及本构模型[J]. 岩土力学,2017(10).
[3] 罗刚,张建民. 邓肯一张模型和沈珠江双屈服面模型的改进[J]. 岩土力学,2004(6).
[4] 张嘎,张建民. 粗颗粒土的应力应变特性及其数学描述研究[J]. 岩土力学,2004(10).
[5] 孔德志,朱俊高. 邓肯一张模型几种改进方法的比较[J]. 岩土力学,2004(6).
[6] 沈启鹏,吴道祥,胡雪婷,等. 基于应力应变曲线类型的邓肯一张模型修正[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版),2017(9).
[7] 杨爱武,梁超. 基于邓肯一张模型的结构土应力应变关系研究[J]. 水文地质工程地质,2014(4).
[8] 王立忠,赵志远,李玲玲. 考虑土体结构性的修正邓肯一张模型[J]. 水利学报,2004(1).
[9] 王晓妮,卢廷浩,王伟. 土体非线性模型的分段切线模量研究[J]. 河海大学学报(自然科学版),2006(2).