

# 基于 Python 的圆形截面配筋计算方法研究

朱亚萍, 马朋涛

(中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710075)

**摘要:** Python 语言是目前最热门、最受欢迎的程序设计语言之一, Python 语言具有高效、易用、可扩展性强, 而且免费、开源, 有大量扩展库可用等特点。在最新颁布的 JTG 3362—2018《公路钢筋混凝土与预应力混凝土桥涵设计规范》中, 圆形截面按承载能力计算及按裂缝宽度计算的公式都进行了大幅度的调整, 还新增了圆形截面偏心受拉的承载力计算公式。该文基于 Python 语言, 对新规范计算圆形截面配筋时的相关算法进行了研究分析, 经过不断的尝试, 得到一套有效的计算方法。

**关键词:** Python 语言; 圆形截面; 承载力; 配筋

## 1 概述

### 1.1 Python 语言

Python 语言于 1989 年由 Guido 开发, 目前, Python 有两个版本影响最为广泛, 2.x 版及 3.x 版。该文相关代码都采用 3.7 版的 Python 编写。

Python 语言的核心包含数字、字符串、列表、字典、文件等常见类型和函数, 同时 Python 还提供了一个很强大的标准库, 用于实现系统管理、网络通信、文本处理等额外的功能。而 Python 更强大之处在于社群为其提供的庞大的第三方模块。这些第三方模块的使用方式与标准库类似, 它们的功能覆盖科学计算、Web 开发、数据库接口、图形系统多个领域。由于第三方模块可以使用 Python 或者 C 语言编写, 其他语言也常常将自身的程序库转化为 Python 模块, 因而 Python 常被用做其他语言与工具之间的“胶水”语言。

该文除了使用 Python 自身的基本核心和标准库之外, 还使用了 numpy、pandas、matplotlib 等第三方模块。numpy 是 Python 进行科学计算的基础软件

包; pandas 是一个强大的分析结构化数据的工具集, 可以与电子表格(excel)进行数据交换; matplotlib 则是一个 Python 的 2D 绘图库。这些模块的功能丰富, 具体的使用办法该文不赘述。

### 1.2 圆形截面配筋公式

圆形截面是桥梁下部结构最常使用的截面形式, 比如柱式桥墩的墩柱和桩基础。

JTG 3362—2018《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范》于 2018 年 11 月 1 日正式实施, 以下简称“JTG 3362”。其在第 5、6 章中对圆形截面承载能力和裂缝验算的相关内容进行了较大的调整。

根据条文说明 JTG 3362 第 5.3.8 条, 圆形截面的承载能力计算公式尽管进行了修改, 与 JTG D62—2004《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥梁设计规范》(简称 JTG D62)相比, 两者公式推导的基本原理是一致的, 不同的简化处理方法, 导致不同的表达式。

在 JTG D62 第 6.4 条中, 钢筋混凝土构件裂缝宽度验算公式进行了调整, 同时在 JTG D62 第 6.4.4 条和 6.4.5 条中对圆形截面相关的计算公式进行了调整。

该文对相关计算公式进行分析研究, 根据不同的

- \*\*\*\*\*
- [3] 许俊. 斜拉索力简化精度计算中的精度分析[J]. 同济大学学报, 2001(5).
  - [4] 段波, 曾德波, 卢江. 关于斜拉桥索力测定的分析[J]. 重庆交通学院学报, 2005(4).
  - [5] 苏成, 徐郁峰, 韩大建. 频率法测量索力中的参数分析与

索抗弯刚度的识别[J]. 公路交通科技, 2005(5).

- [6] 毛亚娜, 刘世忠, 叶丹. 基于频率法对系杆拱桥吊杆索力测试的分析[J]. 兰州交通大学学报, 2010(1).
- [7] 冉志红, 李乔. 提高斜拉索索力估算精度的一种新方法[J]. 公路交通科技, 2007(8).

收稿日期: 2020—09—10(修改稿)

作者简介: 朱亚萍, 女, 大学本科, 高级工程师. E-mail: 7857116@qq.com

计算模式将公式进行变形,得到相应的计算模型,采用Python语言编写代码加以实现,得到最终所需的截面承载力或配筋。

## 2 计算公式研究及代码

### 2.1 圆形截面抗压承载力计算公式

JTG 3362 第 5.3.8 条,沿周边均匀配置纵向钢筋的圆形截面钢筋混凝土偏心受压构件(图 1),其正截面抗压承载力计算应符合下列规定:

$$\gamma_0 N_d \leq N_{ud} = \alpha f_{cd} A \left[ 1 - \frac{\sin(2\pi\alpha)}{2\pi\alpha} \right] + (\alpha - \alpha_t) \cdot f_{sd} A_s \quad (1)$$

$$\gamma_0 N_d \eta e_0 \leq M_{ud} = \frac{2}{3} f_{cd} A r \frac{\sin^3(\pi\alpha)}{\pi} + f_{sd} A_s r_s \cdot \frac{\sin(\pi\alpha) + \sin(\pi\alpha_t)}{\pi} \quad (2)$$

式中:各参数意义详见 JTG 3362。

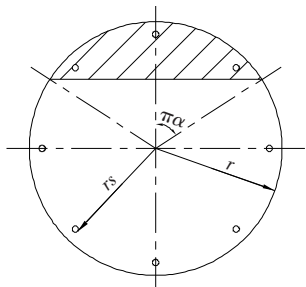


图 1 沿周边均匀配筋的圆形截面

为了方便求解,避免符号冲突,将式(1)、(2)中圆形截面的面积由“ $A$ ”改为“ $A_0$ ”。同时,令  $\rho = A_s/A_0$ ,  $g = r_s/r$ , 令:

$$\begin{cases} A = \alpha - \frac{\sin(2\pi\alpha)}{2\pi} \\ B = \frac{2}{3} \frac{\sin^3(\pi\alpha)}{\pi} \\ C = \alpha - \alpha_t \\ D = \frac{\sin(\pi\alpha) + \sin(\pi\alpha_t)}{\pi} \end{cases} \quad (3)$$

由于式(3)中  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  4 个参数只与参数  $\alpha$  相关,均可表示为  $\alpha$  的函数。这里  $\alpha$  的意义与规范一致,对应于受压区混凝土截面面积的圆心角(rad)与  $2\pi$  的比值。为方便起见,在程序中设置了函数  $A(\alpha)$ 、 $B(\alpha)$ 、 $C(\alpha)$ 、 $D(\alpha)$  来计算这几个参数。

JTG 3362 附录 F 的条文解释取  $g = \frac{r_s}{r} = 0.9$ , 为

了更具一般性,该文保留了这个参数,具体计算讨论时取  $g = 0.9$ 。

根据上述定义,式(1)、(2)可以改写为:

$$\gamma_0 N_d \leq N_{ud} = (A f_{cd} + C f_{sd} \rho) A_0 \quad (4)$$

$$\gamma_0 N_d \eta e_0 \leq M_{ud} = (B f_{cd} + D f_{sd} \rho g) A_0 r \quad (5)$$

令:

$$n_u = \frac{\gamma_0 N_d}{A_0 f_{cd}} \quad (6)$$

$$\rho_r = \frac{f_{sd}}{f_{cd}} \rho \quad (7)$$

$$e_r = \frac{\eta e_0}{r} \quad (8)$$

则式(4)、(5)中的等式部分可进一步改写为:

$$n_u = A + C \rho_r \quad (9)$$

$$n_u e_r = B + D \rho_r g \quad (10)$$

观察式(6)、(7)、(8)可以发现: $n_u$ 、 $\rho_r$ 、 $e_r$  均为无量纲参数,这样式(9)、(10)所表示的圆形截面承载力公式就更具有—般性意义。

#### 2.1.1 竖向承载力计算

对配筋已知的截面,保持竖向荷载偏心距不变,求截面最大的竖向承载力。按式(9)、(10)可描述为已知  $\rho_r$ 、 $e_r$ , 求  $n_u$ 。

由式(9)、(10)可得:

$$e_r = \frac{B + D \rho_r g}{A + C \rho_r} \quad (11)$$

由于  $\rho_r$ 、 $e_r$  均为已知,则式(11)为关于  $\alpha$  的方程。由于方程中包含关于  $\alpha$  的正弦函数项,方程无法直接求解,可以通过试算迭代的方法求解。为了确定求解算法,可以将式(11)的右边看成关于  $\alpha$  的函数  $e_r(\alpha)$ , 分别取  $\rho_r$  为 0.30、0.60、0.90、1.20, 绘制  $e_r(\alpha)$  的函数曲线,如图 2 所示,图中曲线均采用 Matplotlib 进行绘制。

由图 2 可以看出: $e_r(\alpha)$  为类似双曲函数的曲线,有两条渐近线  $e_r = 0$  和  $\alpha = \alpha_{asym}$ 。

当  $\alpha < \alpha_{asym}$  时,  $e_r(\alpha) < 0$ ; 当  $\alpha > \alpha_{asym}$  时,  $e_r(\alpha) > 0$ 。 $e_r(\alpha)$  函数在两段定义域内都是单调递减的,因此可以考虑使用二分法求解。基于  $e_r(\alpha)$  函数的特点,考虑到所求的  $e_r$  值必为正值,因此在迭代过程中需要进行特别的处理。

JTG 3362 附录 F 表 F.0.1(表 1)中的每个数值均可以采用上述  $n_u(\cdot)$  函数进行计算,将计算数值采用 pandas 模块保存于 F01.xlsx 文件中(表 2)。

与表 1 进行对比,表 2 大部分计算值均与规范吻合,很少部分数值误差在万分之一左右。

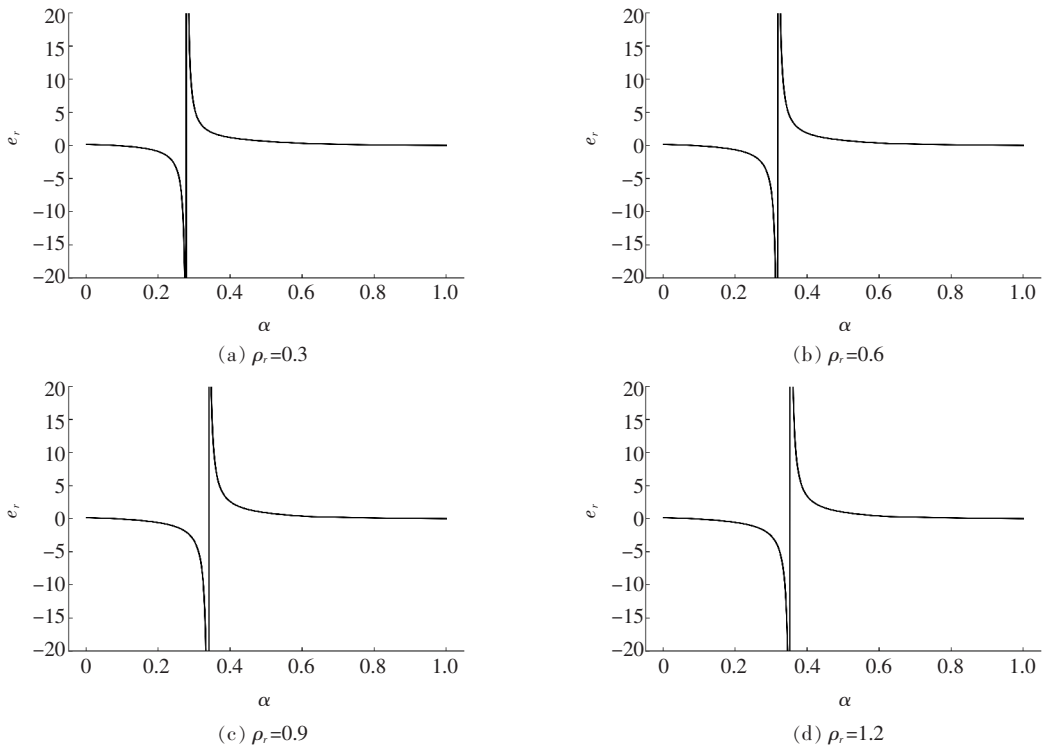


图 2  $e_r(\alpha)$  的函数曲线

表 1 JTG 3362 表 F.0.1

$\frac{\eta e_0}{r}$	不同 $\rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}}$ 值时的 $n_u$ 规范值										
	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
0.06	1.048 7	1.003 1	0.943 8	0.882 7	0.820 6	0.758 9	0.700 3	0.643 2	0.587 8	0.534 6	0.483 9
0.09	1.078 3	1.031 6	0.971 1	0.909 0	0.845 8	0.782 9	0.724 7	0.668 4	0.614 2	0.562 4	0.513 3
0.12	1.107 9	1.060 1	0.998 4	0.935 2	0.870 9	0.806 7	0.748 6	0.692 8	0.639 3	0.588 4	0.540 3
0.15	1.137 5	1.088 5	1.025 7	0.961 4	0.896 0	0.830 2	0.772 1	0.716 5	0.663 5	0.613 2	0.565 7
0.18	1.167 1	1.116 9	1.052 9	0.987 5	0.921 0	0.854 0	0.795 3	0.739 7	0.686 9	0.636 9	0.589 8
0.21	1.196 8	1.145 4	1.080 2	1.013 6	0.946 0	0.877 8	0.818 1	0.762 5	0.709 7	0.659 9	0.613 0
0.24	1.226 4	1.173 8	1.107 4	1.039 6	0.970 9	0.901 6	0.840 8	0.784 9	0.732 0	0.682 2	0.635 4
0.27	1.256 1	1.202 2	1.134 5	1.065 6	0.995 8	0.925 4	0.863 2	0.807 0	0.754 0	0.704 1	0.657 3
0.30	1.285 7	1.230 6	1.161 7	1.091 6	1.020 6	0.949 1	0.885 5	0.829 0	0.775 7	0.725 5	0.678 6
0.40	1.384 6	1.325 4	1.252 1	1.178 1	1.103 3	1.027 9	0.959 0	0.900 8	0.846 1	0.794 9	0.747 0
0.50	1.483 5	1.420 1	1.342 3	1.264 3	1.185 6	1.106 3	1.031 6	0.971 2	0.914 7	0.861 9	0.812 6
0.60	1.582 4	1.514 8	1.432 5	1.350 3	1.267 7	1.184 5	1.103 6	1.040 8	0.982 2	0.927 5	0.876 5
0.70	1.681 3	1.609 5	1.522 6	1.436 2	1.349 6	1.262 5	1.175 2	1.109 7	1.048 9	0.992 1	0.939 3
0.80	1.780 2	1.704 2	1.612 7	1.522 0	1.431 3	1.340 4	1.249 1	1.178 3	1.115 0	1.056 1	1.001 2
0.90	1.879 1	1.798 9	1.702 7	1.607 7	1.513 0	1.418 0	1.322 8	1.246 5	1.180 7	1.119 5	1.062 5
1.00	1.978 0	1.893 7	1.792 7	1.693 4	1.594 5	1.495 6	1.396 4	1.314 5	1.246 1	1.182 5	1.123 3
1.10	2.076 9	1.988 4	1.882 6	1.779 0	1.676 0	1.573 1	1.469 9	1.382 4	1.311 3	1.245 2	1.183 8
1.20	2.175 8	2.083 1	1.972 6	1.864 6	1.757 4	1.650 4	1.543 3	1.450 0	1.376 2	1.307 7	1.244 1

2.1.2 弯矩承载力计算

对配筋已知的截面,保持竖向荷载不变,求截面承

受的最大弯矩。按式(9)、(10)可描述为已知  $\rho_r$ 、 $n_u$ , 求  $e_r$ 。

由式(9)可知,由于 $\rho_r$ 、 $n_u$ 均为已知,可以将式(9) 0.60、0.90、1.20,绘制 $n_u(\alpha)$ 的函数曲线,如图3的右边看成关于 $\alpha$ 的函数 $n_u(\alpha)$ ,分别取 $\rho_r$ 为0.30、 所示。

表 2 抗压承载能力  $n_u$  计算值

$\frac{\eta e_0}{r}$	不同 $\rho \frac{f_{sd}}{f_{cd}}$ 对应的 $n_u$ 计算值										
	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
0.06	1.048 71	1.003 13	0.943 78	0.882 72	0.820 61	0.758 87	0.700 28	0.643 16	0.587 83	0.534 62	0.483 88
0.09	1.078 26	1.031 62	0.971 12	0.908 96	0.845 78	0.782 92	0.724 75	0.668 43	0.614 23	0.562 44	0.513 25
0.12	1.107 87	1.060 05	0.998 44	0.935 21	0.870 95	0.806 66	0.748 66	0.692 81	0.639 31	0.588 45	0.540 30
0.15	1.137 49	1.088 50	1.025 69	0.961 33	0.896 00	0.830 17	0.772 13	0.716 53	0.663 47	0.613 16	0.565 68
0.18	1.167 09	1.116 94	1.052 97	0.987 47	0.921 04	0.853 95	0.795 28	0.739 71	0.686 89	0.636 89	0.589 84
0.21	1.196 78	1.145 37	1.080 16	1.013 55	0.945 99	0.877 81	0.818 12	0.762 48	0.709 70	0.659 88	0.613 02
0.24	1.226 42	1.173 78	1.107 34	1.039 64	0.970 92	0.901 62	0.840 78	0.784 91	0.732 03	0.682 23	0.635 44
0.27	1.256 05	1.202 22	1.134 53	1.065 63	0.995 82	0.925 38	0.863 24	0.807 07	0.754 02	0.704 09	0.657 24
0.30	1.285 72	1.230 65	1.161 70	1.091 61	1.020 62	0.949 08	0.885 53	0.828 97	0.775 66	0.725 54	0.678 55
0.40	1.384 61	1.325 36	1.252 08	1.178 05	1.103 25	1.027 87	0.959 03	0.900 77	0.846 10	0.794 88	0.746 96
0.50	1.483 54	1.420 07	1.342 32	1.264 27	1.185 54	1.106 35	1.031 62	0.971 19	0.914 72	0.861 92	0.812 61
0.60	1.582 41	1.514 76	1.432 53	1.350 27	1.267 65	1.184 57	1.103 59	1.040 76	0.982 20	0.927 51	0.876 52
0.70	1.681 34	1.609 53	1.522 61	1.436 23	1.349 56	1.262 51	1.175 19	1.109 74	1.048 85	0.992 15	0.939 26
0.80	1.780 17	1.704 22	1.612 64	1.522 01	1.431 32	1.340 33	1.249 12	1.178 31	1.114 98	1.056 05	1.001 16
0.90	1.879 10	1.798 95	1.702 65	1.607 77	1.512 97	1.418 01	1.322 86	1.246 53	1.180 69	1.119 47	1.062 47
1.00	1.978 02	1.893 65	1.792 68	1.693 40	1.594 53	1.495 59	1.396 46	1.314 55	1.246 07	1.182 50	1.123 32
1.10	2.076 91	1.988 36	1.882 64	1.779 02	1.675 98	1.573 07	1.469 93	1.382 36	1.311 28	1.245 22	1.183 83
1.20	2.175 78	2.083 09	1.972 58	1.864 61	1.757 44	1.650 44	1.543 35	1.450 02	1.376 25	1.307 73	1.244 06

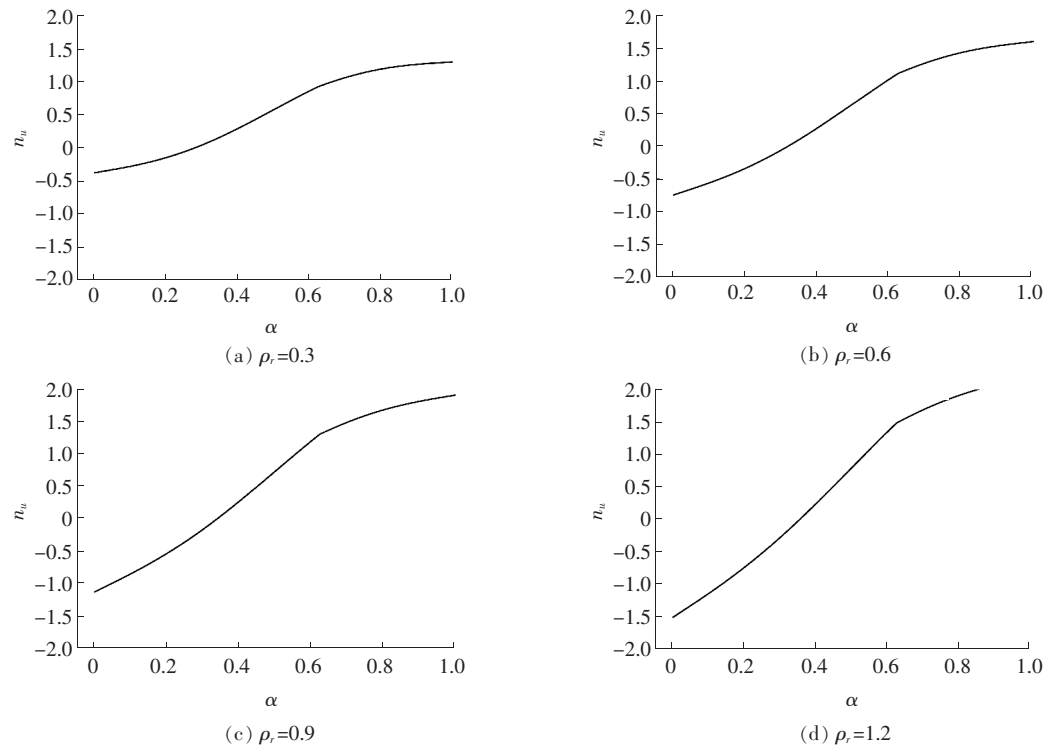


图 3  $n_u(\alpha)$  的函数曲线

由图 3 可以看出:  $n_u(\alpha)$  函数在定义域内是单调递增的, 因此可以考虑使用二分法求解。

### 2.1.3 按承载力计算配筋

作用于圆形截面的轴力和弯矩已知, 求截面所需的配筋。按式(9)、(10)可描述为已知  $n_u$ 、 $e_r$ , 求  $\rho_r$ 。

由式(9)、(10)可知:

$$\rho_r = \frac{B - Ae_r}{Ce_r - Dg} \quad (12)$$

将式(12)代入式(9)得:

$$n_u = \frac{B \cdot C - A \cdot Dg}{Ce_r - Dg} \quad (13)$$

由于  $e_r$  为已知, 可以将式(13)的右边看成关于  $\alpha$  的函数  $n_u(\alpha)$ , 分别取  $e_r$  为 0.01、0.05、0.25、1.25、6.25, 绘制  $n_u(\alpha)$  的函数曲线, 如图 4 所示。

由图 4 可以看出:  $n_u(\alpha)$  的函数曲线比较复杂, 局部与双曲线类似, 存在多组渐近线。考虑  $n_u$  的取值应为正值, 关注  $n_u(\alpha)$  函数曲线大于 0 的部分可发现, 这部分函数都是单调递增的, 还是可以采用二分法进行求解, 遇到负值的情况需要特殊处理。

将 JTG 3362 表 F.0.1 中的  $n_u$ 、 $e_r$  代入  $\rho_r(\alpha)$  函数中, 即可验证代码执行的正确性。经过测试,  $\rho_r(\alpha)$  函数工作正常, 这里不再赘述。

## 2.2 圆形截面裂缝宽度验算公式

JTG 3362 第 6.4.3 条规定, 钢筋混凝土构件的最大裂缝宽度应满足:

$$W_{cr} = C_1 C_2 C_3 \frac{\sigma_{ss}}{E_s} \left( \frac{c+d}{0.36+1.7\rho_{te}} \right) \quad (14)$$

其中:

$$\sigma_{ss} = \frac{0.6 \left( \frac{\eta_s e_0}{r} - 0.1 \right)^3}{\left( 0.45 + 0.26 \frac{r_s}{r} \right) \left( \frac{\eta_s e_0}{r} + 0.2 \right)^2} \frac{N_s}{A_s} \quad (15)$$

$$\rho_{te} = \frac{\beta A_s}{\pi(r^2 - r_1^2)} \quad (16)$$

$$r_1 = r - 2a_s \quad (17)$$

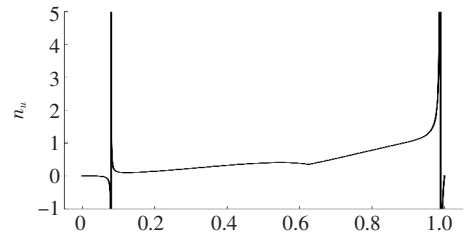
$$\beta = (0.4 + 2.5\rho) \left[ 1 + 0.353 \left( \frac{\eta_s e_0}{r} \right)^{-2} \right] \quad (18)$$

由于已知截面荷载及配筋, 将相关数据代入公式求解裂缝宽度即可。

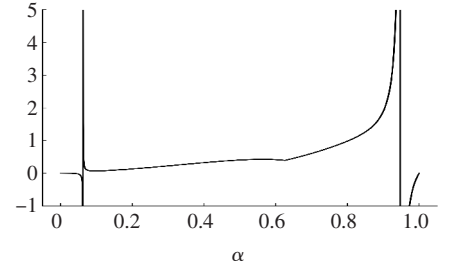
以下讨论已知截面荷载、根据给定的裂缝宽度计算截面配筋的情形。

令:

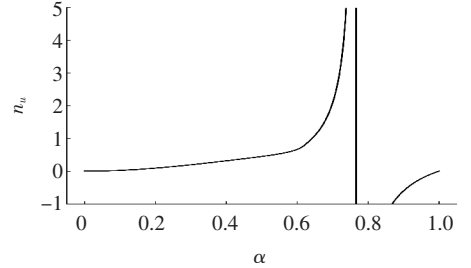
$$A_{te} = \pi(r^2 - r_1^2) = 4g(1-g)\pi r^2 \quad (19)$$



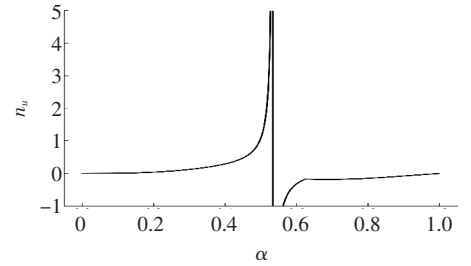
(a)  $e_r=0.01$



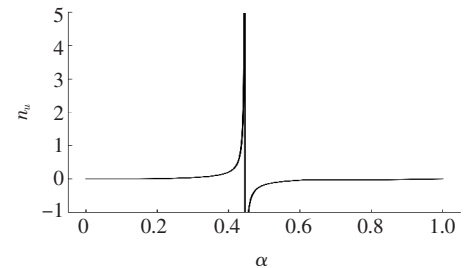
(b)  $e_r=0.05$



(c)  $e_r=0.25$



(d)  $e_r=1.25$



(e)  $e_r=6.25$

图 4  $n_u(\alpha)$  的函数曲线

$$\beta_r = 1 + \frac{0.353}{e_r^2} \quad (20)$$

将  $A_s = \rho\pi r^2$  以及式(18)、(19)、(20)分别代入式(15)、(16), 整理得:

$$\sigma_{ss} = \frac{0.6(e_r - 0.1)^3}{(0.45 + 0.26g)(e_r + 0.2)^2} \frac{N_s}{\rho\pi r^2} \quad (21)$$

$$\rho_{te} = \frac{(0.4 + 2.5\rho)\beta_r}{4g(1-g)}\rho \quad (22)$$

令:

$$\sigma_c = \sigma_{ss}\rho = \frac{0.6(e_r - 0.1)^3}{(0.45 + 0.26g)(e_r + 0.2)^2} \cdot \frac{N_s}{\pi r^2} \quad (23)$$

将式(22)、(23)代入式(14)得:

$$W_{cr} = C_1 C_2 C_3 \frac{\sigma_c}{E_s \rho} \cdot \frac{c+d}{0.36 + 1.7 \frac{(0.4 + 2.5\rho)\beta_r}{4g(1-g)}\rho} \quad (24)$$

将式(24)整理为关于 $\rho$ 的方程得:

$$4.25\beta_r\rho^3 + 0.68\beta_r\rho^2 + 1.44g(1-g)\rho - 4g \cdot (1-g)C_0 = 0 \quad (25)$$

其中:

$$C_0 = C_1 C_2 C_3 \frac{\sigma_c}{E_s} \cdot \frac{c+d}{W_{cr}}$$

求解式(25)关于 $\rho$ 的方程即可求得截面配筋率。

根据JTG 3362要求,纵向受拉钢筋的有效配筋率 $\rho_{te}$ ,当 $\rho_{te} > 0.1$ 时, $\rho_{te} = 0.1$ ;当 $\rho_{te} < 0.01$ 时, $\rho_{te} = 0.01$ 。故应对上述计算所得的截面配筋率代入式(22)进行验证。若不满足要求,则可假定 $\rho_{te} = 0.1$ 或 $\rho_{te} = 0.01$ ,代入式(24)重新计算截面配筋率 $\rho$ ,直到找到满足条件的截面配筋率。

### 3 算例

以某 $\phi 200$  cm的圆柱形桥墩为例,墩柱计算长度为28.5 m,基本组合 $N_u = 12\,000$  kN, $M_u = 9\,000$  kN·m;频遇组合 $N_s = 10\,000$  kN, $M_s = 8\,000$  kN·m,计算该截面所需要的纵向主筋面积。墩柱采用C30混凝土,纵向主筋采用直径28 mm的HRB400钢筋,主筋中心到混凝土表面距离为9 cm,结构重要性系数 $\gamma_0 = 1.0$ ,最大裂缝宽度为0.15 mm。

按承载力计算, $n_u = \frac{\gamma_0 N_d}{A_0 f_{cd}} = 0.276\,79$ , $e_r = \frac{\eta e_0}{r} = 1.048\,35$ , $g = 0.91$ ,采用rho\_r()函数计算,得 $\rho_r = 0.200\,288$ ,配筋面积 $A_s = 263.13$  cm<sup>2</sup>。采用查表的

方法对计算结果进行验算, $\frac{\eta e_0}{r} = 1.05$ , $\rho_r = 0.2$ ,查表内插可得, $n_u = 0.275\,1$ ,误差仅为0.6%。

裂缝宽度采用rho\_()函数计算,求解方程 $6.114\,726\,8\rho^3 + 0.978\,356\,3\rho^2 + 0.117\,936\,0\rho - 0.001\,345\,484 = 0$ ,得 $\rho = 0.010\,445$ ,配筋面积 $A_s = 328.13$  cm<sup>2</sup>, $0.01 < \rho_{te} = 0.019\,5 < 0.1$ ,设计配筋采用54根直径28 mm的钢筋,配筋面积为332.51 cm<sup>2</sup>。按裂缝宽度计算公式对计算结果进行验算,钢筋应力 $\sigma_{ss} = 110.6$  MPa, $W_{cr} = 0.148$  mm $< 0.15$  mm,满足要求。

### 4 结语

Python作为目前最受欢迎的编程语言之一,入门简单,功能强大。该文采用Python实现了一种解决圆形截面配筋的计算方法,能够按承载能力的相关公式计算截面的承载力及配筋,也可以按裂缝宽度验算的相关公式计算截面的配筋。采用Python语言实现的计算方法代码简洁易读,还可以结合图形实现算法优化,非常方便。

### 参考文献:

- [1] JTG 3362—2018 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].
- [2] 刘宇宙. Python3.5 从零开始学[M]. 北京:清华大学出版社,2017.
- [3] 刘大成. Python 数据可视化之 matplotlib 实践[M]. 北京:电子工业出版社,2018.
- [4] Magnus Lie Hetland. Python 基础教程[M]. 北京:人民邮电出版社,2018.
- [5] 魏巍巍,黄金鑫,李龙. 圆形截面钢筋混凝土构件裂缝宽度的计算[J]. 水利水运工程学报,2008(3).
- [6] GB 50010—2010 混凝土结构设计规范(2015版)[S].
- [7] 叶见曙. 结构设计原理[M]. 北京:人民交通出版社,2018.
- [8] JTG D62—2004 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S].