

附属设施对桥梁颤振临界风速的影响

牛华伟, 周子祺, 陈政清

(湖南大学 风工程与桥梁工程湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410082)

摘要:该文旨在研究桥梁栏杆和行人观光通道两类附属设施对颤振临界风速的影响。首先介绍了颤振分析的方法;然后基于强迫振动法识别的颤振导数,分析了两类附属设施对颤振导数的影响作用;最后通过二维颤振分析研究了两类附属设施对典型桥梁颤振临界风速和颤振能量分配比例的影响。结果表明:钝体边主梁断面斜拉桥增加桥面不透风混凝土防撞护栏后颤振临界风速可降低约22%,而桁梁悬索桥下底面增设透风率为68%的行人观光通道后,颤振临界风速反而提高了约75%,不同附属设施对桥梁颤振特性的影响需要专门研究。

关键词:桥梁;颤振;附属设施;临界风速;能量比

桥梁颤振是一种发散性的自激振动,通常表现为振幅不断增大的扭转振动或者弯扭耦合振动,直至结构彻底破坏,因此桥梁抗风设计时必须避免发生颤振。

随着桥梁工程的兴建和风洞试验技术的发展,人们对主梁断面的总体颤振性能逐渐有了清楚认识,但现在桥梁附属设施形式多样,如栏杆布置、行人观光通道等,这些附属设施使桥梁主梁的气动外形发生改变,从而对桥梁的颤振稳定性产生影响。Luca等研究了桥面上栏杆等构件对箱梁气动力的影响,得出栏杆的位置和透风率对梁体颤振性能有很大影响的结论;夏锦林等发现双开槽箱梁防撞栏杆的有无对其颤振临界风速影响显著;童庞等研究发现对于某些流线箱梁桥截面在加设栏杆后,其扭转正阻尼增大,而负阻尼基本不变,有利于其颤振稳定性;符键采用数值模拟方法研究了不同栏杆透风率和检修轨道的有无对扁平钢箱梁颤振的影响,发现加设栏杆等设施后临界风速下降且栏杆透风率越大可能越有利于颤振稳定性;近期Andrija等研究了多孔挡风玻璃对颤振的影响,证实附属设施可能显著影响颤振性能。

研究桥梁结构颤振稳定性性能的手段之一是二维颤振分析。1940年美国旧Tacoma悬索桥发生颤振破坏后,人们主要通过节段模型试验和二维颤振分析方法来研究主梁断面的颤振性能;1971年Scanlan首先创立了适合桥梁钝体断面的分离流颤振理论,通过风洞试验测试的非流线形钝体模型的颤振导数表示桥梁

结构的气动自激力。很多学者在Scanlan的基础之上对二维颤振分析方法进行了研究。杨詠昕等推导了二维三自由度耦合的颤振问题分析方法;许福友等提出了一种搜索平板颤振临界风速的追赶法,而后他又提出了一种完全解耦的三自由度颤振分析方法;郑史雄、朱进波、唐煜等提出了一种以遗传混合算法为理论依据的分析方法,他们将此法应用到了二维两自由度的耦合颤振分部分析中;最近方根深、杨詠昕、葛耀君借助节段模型风洞试验并结合二维三自由度颤振分析理论方法,进行了大跨度桥梁PK箱梁断面成桥状态颤振性能研究。

该文采用二维颤振分析方法研究附属栏杆和观光通道对桥梁颤振临界风速的影响。首先推导二维颤振分析的三自由度复模态单参数搜索方法,然后以一座三塔斜拉桥和一座悬索桥的设计方案为例,基于强迫振动法测试的桥梁断面18个颤振导数,采用二维三自由度颤振分析方法研究两类附属设施对桥梁设计方案颤振临界风速的影响,研究方法和相关结果可以为工程人员在大桥设计中提供参考。

1 二维三自由度复模态颤振分析

复模态分析方法是一种常用的桥梁颤振分析方法。该文仅采用复模态方法分析颤振临界状态,理论推导的前提是基于以下两条假定,将结构振动控制在

线性范围内:

(1) 假定在桥梁结构未达到颤振临界状态时,系统做振动很小的简谐振动。

(2) 假定当桥梁结构达到颤振临界状态时,桥梁结构做振幅很小的等幅值简谐运动。

基于这两点假定,可将主梁节段的二维三自由度自激振动方程写为:

$$m[\ddot{h} + 2\xi_h\omega_h\dot{h} + \omega_h^2h] = L_{se} \quad (1a)$$

$$m[\ddot{p} + 2\xi_p\omega_p\dot{p} + \omega_p^2p] = D_{se} \quad (1b)$$

$$I[\ddot{\alpha} + 2\xi_a\omega_a\dot{\alpha} + \omega_a^2\alpha] = M_{se} \quad (1c)$$

式中: m 为单位长度质量; I 为惯性矩; ω_i ($i = h, \alpha, p$) 为竖弯、扭转、侧向运动的频率; h, α, p 分别为竖弯运动、扭转运动、侧向运动。

自激力为:

$$L_{se} = \rho U^2 B [KH_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KH_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 H_3^* \alpha + K^2 H_4^* \frac{h}{B} + KH_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 H_6^* \frac{p}{B}] \quad (2a)$$

$$D_{se} = \rho U^2 B [KP_1^* \frac{\dot{p}}{U} + KP_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 P_3^* \alpha + K^2 P_4^* \frac{p}{B} + KP_5^* \frac{\dot{h}}{U} + K^2 P_6^* \frac{h}{B}] \quad (2b)$$

$$M_{se} = \rho U^2 B^2 [KA_1^* \frac{\dot{h}}{U} + KA_2^* \frac{B\dot{\alpha}}{U} + K^2 A_3^* \alpha + K^2 A_4^* \frac{h}{B} + KA_5^* \frac{\dot{p}}{U} + K^2 A_6^* \frac{p}{B}] \quad (2c)$$

$$\begin{bmatrix} s^2 \left(1 + \frac{\rho B^2}{m} C_{Lh} \right) + s(2\xi_h\omega_h) + \omega_h^2 & \frac{s^2 \rho B^2}{m} C_{Lp} & \frac{s^2 \rho B^3}{m} C_{La} \\ \frac{s^2 \rho B^2}{m} C_{Dh} & s^2 \left(1 + \frac{\rho B^2}{m} \right) C_{Dp} + s(2\xi_p\omega_p) + \omega_p^2 & \frac{s^2 \rho B^3}{m} C_{Da} \\ \frac{s^2 \rho B^3}{I} C_{Mh} & \frac{s^2 \rho B^3}{I} C_{Mp} & s^2 \left(1 + \frac{\rho B^4}{I} C_{Ma} \right) + s(2\xi_a\omega_a) + \omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ p_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} \cdot e^{st} = 0 \quad (7)$$

由矩阵方程式(7)有非零解可得,其系数行列式为零,因而可得到关于复特征根 s 的一元六次项方程:

$$R_6 s^6 + R_5 s^5 + R_4 s^4 + R_3 s^3 + R_2 s^2 + R_1 s + R_0 = 0 \quad (8)$$

在求解式(8)的过程中,在每个折减风速下均能求出 6 个复特征值,其形式为 $s = \omega \cdot (-\xi + i)$,当解的虚部大于零时才有物理意义,从而得到颤振方程的解。由各个折减风速下所对应的 3 个复特征值可求出振动系统的阻尼比与模态频率,当迭代到一个实部是零的根时就认为达到了颤振临界状态,此时根的形式为 s

式中: H_i^*, A_i^*, P_i^* ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) 为无量纲颤振导数。

假定桥梁节段模型在运动中各个方向的自由度都做简谐运动,那么式(2)的自激振动方程可写成:

$$\begin{aligned} L_{se} &= \omega^2 \rho B^2 (C_{Lh} h + BC_{La} \alpha + C_{Lp} p) \\ D_{se} &= \omega^2 \rho B^2 (C_{Dh} h + BC_{Da} \alpha + C_{Dp} p) \\ M_{se} &= \omega^2 \rho B^3 (C_{Mh} h + BC_{Ma} \alpha + C_{Mp} p) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: C_{Li}, C_{Di}, C_{Mi} ($i = h, p, \alpha$) 为复气动导数,其与 Scanlan 气动导数的关系为:

$$\begin{aligned} C_{Lh} &= H_4^* + iH_1^*, C_{La} = H_3^* + iH_2^*, C_{Lp} = H_6^* + iH_5^* \\ C_{Mh} &= A_4^* + iA_1^*, C_{Ma} = A_3^* + iA_2^*, C_{Mp} = A_6^* + iA_5^* \\ C_{Dh} &= P_6^* + iP_5^*, C_{Da} = P_3^* + iP_2^*, C_{Dp} = P_4^* + iP_1^* \end{aligned} \quad (4)$$

令:

$$h = h_0 e^{st}, \alpha = \alpha_0 e^{st}, p = p_0 e^{st} \quad (5)$$

式中: α_0, h_0, p_0 分别为扭转、竖向、侧向运动位移的振幅, $s = (-\xi + i)\omega$ 为复特征值。

由于桥梁结构的阻尼比极小可以忽略,所以导出振动系统的复特征值和振动圆频率的近似表达式为:

$$\omega = -is \quad (6a)$$

$$\omega^2 = -s^2 \quad (6b)$$

值得注意的是,当结构处于颤振临界状态时,系统做等幅值的简谐运动,此种情况下以上近似对求解过程不会产生影响,式(6)会完全成立。

将式(3)、(4)、(5)、(6)代入式(1),并写成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} s^2 \left(1 + \frac{\rho B^2}{m} C_{Lh} \right) + s(2\xi_h\omega_h) + \omega_h^2 & \frac{s^2 \rho B^2}{m} C_{Lp} & \frac{s^2 \rho B^3}{m} C_{La} \\ \frac{s^2 \rho B^2}{m} C_{Dh} & s^2 \left(1 + \frac{\rho B^2}{m} \right) C_{Dp} + s(2\xi_p\omega_p) + \omega_p^2 & \frac{s^2 \rho B^3}{m} C_{Da} \\ \frac{s^2 \rho B^3}{I} C_{Mh} & \frac{s^2 \rho B^3}{I} C_{Mp} & s^2 \left(1 + \frac{\rho B^4}{I} C_{Ma} \right) + s(2\xi_a\omega_a) + \omega_a^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ p_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} \cdot e^{st} = 0 \quad (7)$$

$= \omega_f \cdot i + 0, \omega_f$ 为颤振圆频率。此时的颤振临界风速可由下式求得:

$$U_{cr} = \left[\frac{U}{fB} \right]_{cr} \cdot \left(\frac{\omega_f}{2\pi} \right) \cdot B \quad (9)$$

式中: U 为颤振临界风速; f 为频率; B 为迎风面高度。

对于颤振临界状态,将特征根 $s = 0 + i \cdot \omega_f$ 代入式(7)中求出模态振型矢量:

$$\begin{pmatrix} h_0 \\ p_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_h + ib_h \\ a_p + ib_p \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |q_h| e^{-i\varphi_h} \\ |q_p| e^{-i\varphi_p} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中: $\varphi_h = \tan^{-1}(b_h/a_h)$ 、 $|q_h| = \sqrt{a_h^2 + b_h^2}$ 与 $\varphi_p = \tan^{-1}(b_p/a_p)$ 、 $|q_p| = \sqrt{a_p^2 + b_p^2}$ 分别代表了竖向运动和侧向运动相对于扭转运动的相位差与幅值比。

此时,各向振动所占的能量即为以下各式:

$$E_h = \frac{1}{2} m \dot{h}_{\max}^2 = \frac{1}{2} m h_0^2 \omega_f^2 = \frac{1}{2} m |q_h|^2 \omega_f^2 \quad (11a)$$

$$E_p = \frac{1}{2} m \dot{p}_{\max}^2 = \frac{1}{2} m p_0^2 \omega_f^2 = \frac{1}{2} m |q_p|^2 \omega_f^2 \quad (11b)$$

$$E_a = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}_{\max}^2 = \frac{1}{2} I a_0^2 \omega_f^2 = \frac{1}{2} I (1)^2 \omega_f^2 \quad (11c)$$

可进一步估算出 3 向振动占有的能量百分比为:

$$r_{ei} = \frac{E_i}{E_h + E_a + E_p} \times 100\% \quad (12)$$

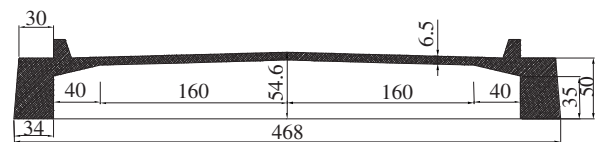
式中: $i = h, a, p$ 。

按上述方法编制 Matlab 程序,仅须对折减风速或者折减频率单个参数进行搜索即可求得颤振方程的解,从而得到颤振临界风速和各自自由度能量参与百分比。

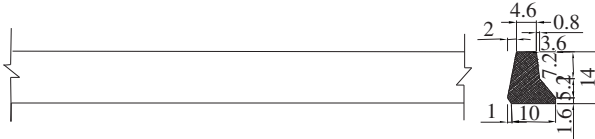
2 带附属设施桥梁节段模型设计

为研究桥梁结构不同桥面附属设施对颤振特性的影响,选择某三塔斜拉桥边主梁断面研究栏杆形式的影响,而以某山区大跨度悬索桥加劲梁为对象研究附属观光通道的影响作用,两种断面形式在大跨度桥梁中常见,栏杆和行人观光通道为实际工程采用方案。

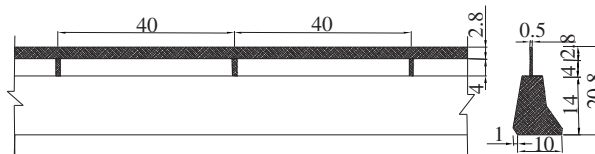
两座桥梁设计方案的主梁断面形式如图 1、2 所



(a) 边主梁模型横断面栏杆位置(单位:mm)

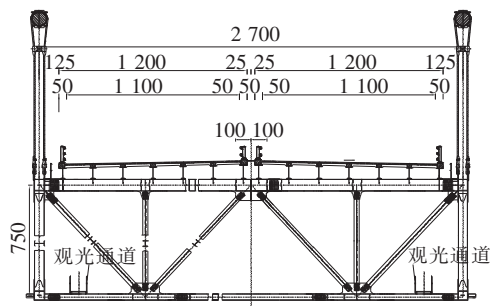


(b) 模型混凝土防撞护栏外形图(单位:cm)

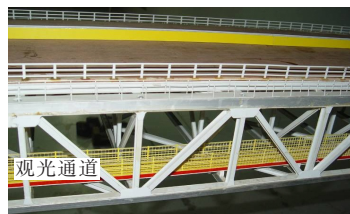


(c) 模型混凝土护栏+钢扶手外形图(单位:cm)

图 1 斜拉桥附属设施布置图



(a) 悬索桥桁梁及人行观光通道横断面布置图(单位:cm)



(b) 安装在模型上的悬索桥人行观光通道

图 2 悬索桥附属设施布置图

示。图 1 为三塔斜拉桥钝体边主梁断面,栏杆的下部为混凝土防撞护栏,上部为钢扶手。图 2 为大跨钢桁梁悬索桥方案,其观光通道附加在梁底,观光通道栏杆的透风率为 68%。两种节段模型设计参数见表 1。

3 不同附属设施断面的颤振导数

两类断面的 18 个颤振导数均通过三自由度耦合强迫振动法得到,强迫振动测试参数如表 2 所示。测试工况为:钝体边主梁断面 3 种试验工况 DT-1、DT-2、DT-3 分别对应光桥面、桥面+混凝土护栏、桥面+混凝土护栏+钢扶手状态;钢桁加劲梁断面 AZ 两种试验工况 AZ-1、AZ-2 分别对应未设人行观光通道、加设人行观光通道后的方案。

不同工况下颤振导数识别结果见图 3~5。

由图 3 可见,边主梁模型, $A_1^* \sim A_6^*$ 都随着桥面附属设施的变化而改变,工况 DT-2 的 A_2^* 测试曲线相较于 DT-1、DT-3 变化明显;相对于扭转颤振导数而言,随着附属设施形式的变化,6 个竖向颤振导数改变相对较小;侧向颤振导数对栏杆的外形十分敏感,相对于光桥面 DT-1 而言,工况 DT-2、DT-3 增加栏杆时的颤振导数 P_3^* 发生了变号现象,颤振导数由正变负,并且其他的侧向导数如 P_2^* 、 P_5^* 也都随栏杆形式的改变而发生显著变化。

而对于钢桁加劲梁,扭转颤振导数中的 A_1^* 、 A_2^* 、 A_4^* 在加设人行通道后变化很大, A_2^* 由正变负表现

表 1 节段模型设计参数

| 桥型 | $B/$ m | $m/$ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1}$) | $I/(\text{kg} \cdot$ $\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-1})$ | 缩尺比 | $f_h/$ Hz | $f_a/$ Hz | $f_p/$ Hz | 频率比 | ξ_h | ξ_a | ξ_p | 风速比 |
|-----|-----------|---|---|--------|--------------|--------------|--------------|------|---------|---------|---------|-----------|
| 斜拉桥 | 0.595 | 9.250 | 0.372 1 | 1 : 75 | 1.848 | 3.512 | 0.728 | 2.65 | 0.005 0 | 0.005 0 | 0.005 | 1 : 28.30 |
| 悬索桥 | 0.540 | 13.715 | 0.543 0 | 1 : 50 | 1.465 | 2.759 | 0.650 | 9.21 | 0.004 6 | 0.003 5 | 0.004 | 1 : 5.43 |

表 2 节段模型强迫振动测试参数

| 测试工况 | 强迫振动频率/Hz | | | 强迫振动幅值 | | |
|----------|-----------|-------|-------|--------------|--------------|--------------------------|
| | f_h | f_p | f_a | h/m | p/m | $\alpha/(\text{^\circ})$ |
| DT-1、2、3 | 1.77 | 1.08 | 2.47 | 0.012 | 0.012 | 2 |
| AZ-1、2 | 1.10 | 1.60 | 2.10 | 0.012 | 0.012 | 2 |

为气动阻尼由正变负,而反映气动刚度的 A_3^* 几乎没有差别;竖向颤振导数 H_1^* 、 H_3^* 变化较大,其他颤振导数的变化较小;而 6 个侧向颤振导数在加设人行观光通道前后都有明显变化,其中 P_3^* 、 P_5^* 在加设人行观光通道后都由正变负。

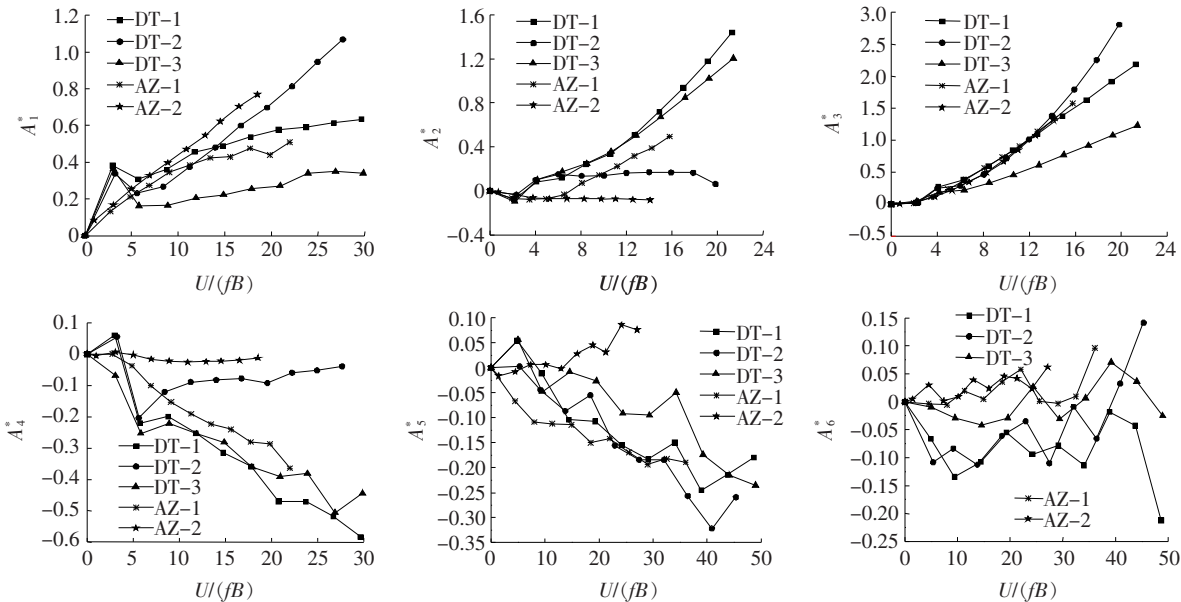


图 3 5 种工况的扭转颤振导数比较

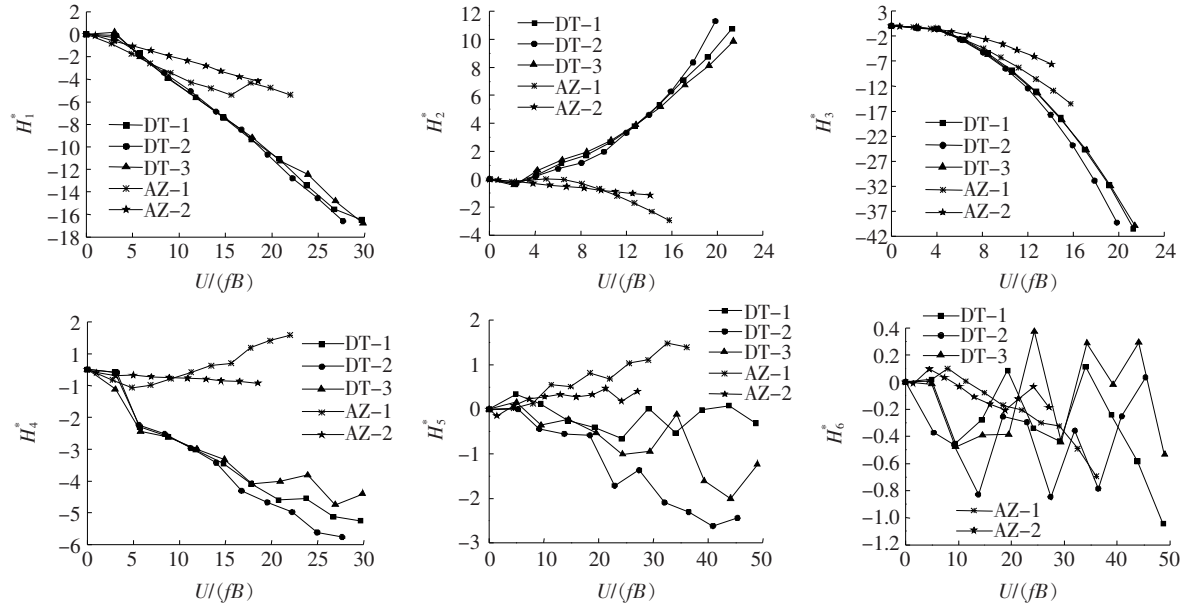


图 4 5 种工况的竖向颤振导数比较

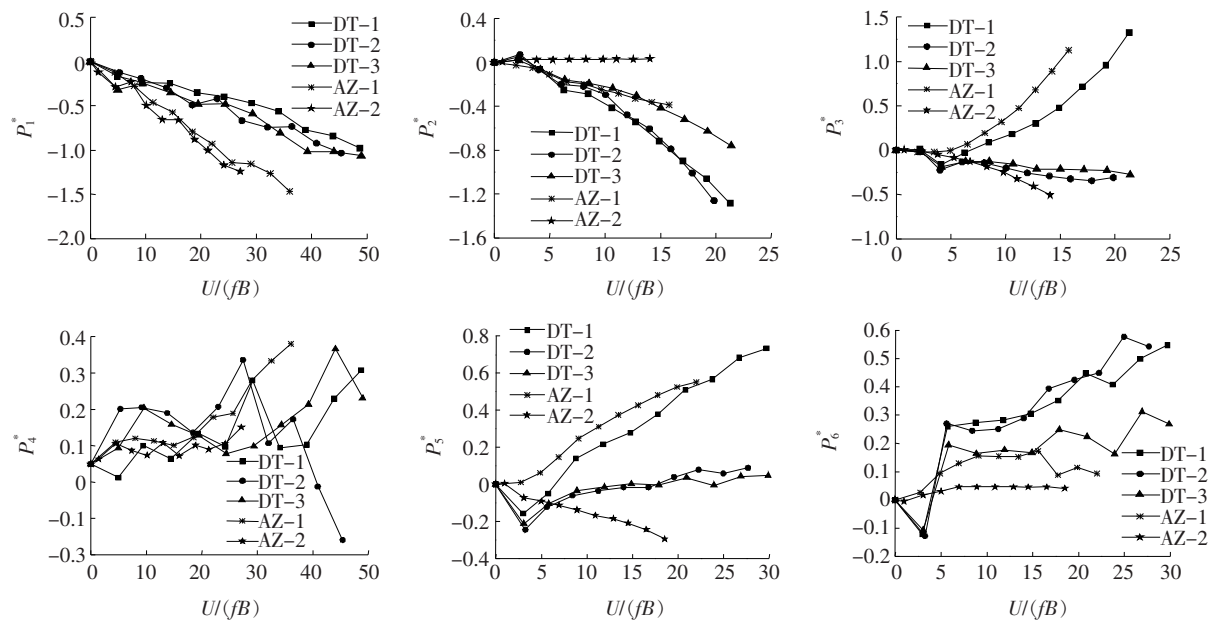


图 5 5 种工况的侧向颤振导数比较

据上述分析可知,桥面栏杆及人行观光通道等附属物的变化,可能会显著影响桥梁断面的颤振导数,导致颤振导数随断面的变化产生趋势性改变,反映了桥面附属设施对桥梁断面自激力分量及其特性的影响。

4 桥梁节段模型的二维颤振分析

采用二维三自由度复模态单参数搜索方法及前述颤振导数对 5 种断面形式进行颤振分析,得到的临界

风速和颤振频率如表 3 所示,发生颤振时各自由度的能量占比如表 4 所示。

为了验证表 3 中采用二维分析方法由颤振导数识别的颤振临界风速准确性,针对 AZ-2 工况增加了弹性悬挂直接测量颤振临界风速试验。测振试验模型参数与表 1 的节段模型一致,直接测得实桥颤振临界风速约为 65 m/s,与采用颤振导数识别的颤振临界风速 66.87 m/s 相差小于 3%,因此可以证明表 3 中数据的真实可靠。

表 3 5 种断面形式计算颤振临界风速和颤振频率

| 附属设施位置 | 断面类型 | 8 个颤振导数识别 | | 18 个颤振导数识别 | | 颤振频率/Hz | |
|--------|------|-----------|------------------------|------------|------------------------|---------|---------|
| | | 颤振临界风速 | 对应实桥风 | 颤振临界风速 | 对应实桥风 | 8 个颤振导 | 18 个颤振导 |
| | | $U/(fB)$ | 速/($m \cdot s^{-1}$) | $U/(fB)$ | 速/($m \cdot s^{-1}$) | 数识别 | 数识别 |
| 桥面系 | DT-1 | 3.581 0 | 101.34 | 3.581 0 | 101.34 | 3.397 9 | 3.398 2 |
| | DT-2 | 2.793 0 | 79.04 | 2.791 0 | 78.99 | 3.441 4 | 3.441 7 |
| | DT-3 | 3.201 0 | 90.59 | 3.498 0 | 98.99 | 3.426 9 | 3.427 0 |
| 桥面以下 | AZ-1 | 7.049 0 | 38.28 | 7.044 0 | 38.25 | 2.651 8 | 2.651 9 |
| | AZ-2 | 12.314 0 | 66.87 | 12.947 0 | 66.83 | 2.527 3 | 2.527 5 |

为了比较,表中还列出了选用 18 个颤振导数和 8 个主要颤振导数 $A_1^* \sim A_4^*, H_1^* \sim H_4^*$ 进行计算的结果,可见结果差别微小,这与一些进行三维全桥颤振分析的结果并不相同,一方面可能由于侧向力和侧向运动对应的侧向颤振导数对两种研究方案桥梁的影响较小;另一方面,或许体现了二维颤振分析的一种局限性,不能有效展现这些颤振导数与多模态耦合共同作

用的效应。

对比发现,边主梁断面加混凝土护栏后(DT-2)比光桥面(DT-1)的颤振临界风速下降 20% 以上,而同时加钢扶手和混凝土护栏后(DT-3)临界风速反而比 DT-1 工况略低、比 DT-2 工况稍高,反映了边主梁断面的颤振临界风速对气动外形十分敏感,附属栏杆形式也会对其颤振临界风速产生影响;桁梁断面增

表 4 5 种断面形式颤振临界状态时各
自由度能量参与百分比

| 附属设 施位置 | 断面类型 | 能量参与百分比/% | | |
|------------|------|-----------|----------|---------|
| | | 竖弯运动 | 扭转运动 | 侧弯运动 |
| 桥面系 | DT-1 | 1.512 9 | 98.469 0 | 0.018 1 |
| | DT-2 | 0.612 3 | 99.368 5 | 0.019 2 |
| | DT-3 | 1.622 6 | 98.350 1 | 0.027 3 |
| 桥面以下 | AZ-1 | 10.451 1 | 89.530 1 | 0.018 8 |
| | AZ-2 | 29.222 9 | 70.721 7 | 0.055 4 |

设行人观光通道后比未加前颤振临界风速明显提高, AZ-2 的颤振临界风速比 AZ-1 的颤振临界风速提高了约 75%。

从能量角度分析,所有工况的侧向运动能量参与比例都很小,然而 5 种断面的竖向和扭转自由度颤振能量占比存在显著区别。对于边主梁断面 3 种测试状态的扭转振动占比均大于 98%,竖弯振动能量与其相比则很小,颤振发生时竖弯和扭转几乎不存在耦合效应,栏杆等附属设施对能量分配和占比的影响很小。对于桁梁断面,颤振发生时存在明显的弯扭耦合效应,增设行人观光通道后显著改变了能量占比关系,将竖弯与扭转振动能量比由 1:9 变化为 3:7,从而引起颤振临界风速的变化,这也为桁梁悬索桥提高颤振耗能性提供了一个思路。

根据能量占比结合颤振导数变化推测颤振临界风速的主要影响因素。由扭转运动能量占比最大可知,扭转颤振导数对临界风速的改变发挥重要作用。这 5 种工况中与扭转角 α 有关的颤振导数 H_2^* 、 H_3^* 、 A_3^* 均未发生明显改变,但 A_2^* 却发生了趋势性改变,说明不论是 DT 边主梁断面还是 AZ 桁梁断面,气动阻尼项 A_2^* 都是影响颤振临界风速的重要因素。而 AZ 桁梁桥中竖弯振动能量占比达 10%~30%不可忽视,与竖弯振动相关的颤振导数为 H_1^* 、 H_4^* 、 A_1^* 、 A_4^* ,其中 H_1^* 、 A_1^* 都没有明显变化,而 A_4^* 、 H_4^* 则发生了变号的趋势性改变,因此推测 A_4^* 、 H_4^* 也是影响 AZ 桁架梁断面临界风速改变的重要因素。

5 结论

对两座桥梁方案的不同附属设施情况进行了颤振分析研究,得到以下主要结论:

(1) 不论是钝体边主梁断面还是桁架梁断面,附属设施形式的改变可能引起主要颤振导数曲线变化,

其中发生趋势性改变的气动阻尼项 A_2^* 可能是导致颤振临界风速改变的重要因素。此外对于桁架梁断面 A_4^* 、 H_4^* 也是影响颤振临界风速的因素。

(2) 与光桥面状态相比,边主梁断面斜拉桥增加混凝土护栏时的颤振临界风速可降低 20%以上;而桁梁断面悬索桥在增设行人观光通道后临界风速提高了约 75%。说明附属设施对桥梁颤振可能产生重要影响,在抗风设计阶段必须进行仔细研究。

(3) 对于钝体边主梁断面,有无附属栏杆对竖弯、扭转颤振时的能量比影响很小;而桁梁断面在增设行人观光通道后,竖弯/扭转振动能量比由 1/9 变化为 3/7,从而显著提高了颤振临界风速,这为桁梁悬索桥颤振耗能性设计提供了一个思路。

参考文献:

- [1] 陈政清. 工程结构的风致振动、稳定与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [2] Luca B, Giuseppe M. Importance of Deck Details in Bridge Aerodynamics[J]. Structural Engineering International, 2002, 12 (4): 289-294.
- [3] 夏锦林, 曹丰产, 葛耀君. 双开槽箱梁断面悬索桥的抗风性能及气动措施研究[J]. 振动与冲击, 2017(10).
- [4] 童庞, 杨炯, 姚勇, 等. 近似流线箱型断面桥梁颤振影响因素研究[J]. 四川建筑科学研究, 2009(6).
- [5] 符健. 大跨度悬索桥颤振特性风洞试验研究与数值模拟[D]. 重庆大学硕士学位论文, 2016.
- [6] Andrija B, Hrvoje K, Stanislav P, et al. Flutter and Galloping of Cable-Supported Bridges with Porous Wind Barriers[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2017, 171: 304-318.
- [7] Scanlan R H, Tomko J. J. Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1971, 97(6): 1 171-1 737.
- [8] 杨咏昕, 葛耀君, 项海帆, 等. 大跨度桥梁典型断面颤振机理[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2006(4).
- [9] 许福友, 陈艾荣, 王达磊. 搜索平板颤振临界风速的追赶法[J]. 工程力学, 2005(5).
- [10] XU Fu-you. System Decoupling Approach for 3-DOF Bridge Flutter Analysis [J]. Journal of Structural Engineering, 2015, 141(7): 1-12.
- [11] 郑史雄, 朱进波, 唐煜, 等. 基于遗传混合算法的二维耦合颤振方法[J]. 西南交通大学学报, 2018(1).
- [12] 胡建华, 廖建宏. 多塔斜拉桥关键技术研究[J]. 中外公路, 2002(3).
- [13] 方根深, 杨咏昕, 葛耀君. 大跨度桥梁 PK 箱梁断面颤振性能研究[J]. 振动与冲击, 2018(9).