

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2021.01.017

# 外倾单肋曲线人行钢拱桥振动舒适度评价

金其莉<sup>1</sup>,陈建兵<sup>1\*</sup>,周晨<sup>2</sup>

(1.苏州科技大学 土木工程学院,江苏 苏州 215011; 2.中交一公局第二工程有限公司)

**摘要:**现代人行桥为追求美观,其设计多采用大跨轻柔的复杂结构形式。基频过低的人行桥易受行人荷载激励产生共振,从而影响行人通行舒适性。为探究人桥共振的舒适度评价机制,该文以外倾单肋曲线人行钢拱桥为研究对象,基于 Midas/Civil 平台对结构进行振型分析;结合德国规范 EN03 建立了不同人流密度下的人群荷载模型,通过时程分析和单自由度方法对比了桥梁振动峰值加速度,两者差值不超过 2%;根据舒适度指标,对桥梁进行综合评价。结果表明:多人荷载数学模型仍需改善;人致振动加速度与行人密度正相关,但行人过密难以走动会引起动力效应的衰减;桥梁在正常运营状态下的振动舒适度满足要求。

**关键词:**外倾单肋;曲线人行拱桥;模态分析;人群荷载模型;振动加速度;振动舒适度

随着轻质高强材料的应用和人们审美要求的提高,城市人行桥的设计呈现大跨轻柔,结构复杂的特点。轻柔结构的自振频率和阻尼较低,若其振动基频处于行人步频范围内,则易引起人桥共振问题,从而影响行人通行舒适性。为避免共振现象的产生,减少行人的不适感,CJJ 69-95《城市人行天桥与人行地道技术规范》限定人行桥的竖向自振频率不得小于 3 Hz。因轻柔大跨人行桥的基频通常难以满足要求,仅靠避开行人频率控制振动的方法偏于保守且效果有限。然而实际上行人荷载引起的振动响应还受到动荷载幅值、结构阻尼以及桥上同步调行走人数的影响。

由于影响因素众多,除了采用频率调整法调整结构本身的基频外,还可通过限制行人荷载激励下的振动响应来保证行人通行舒适性。目前国内外学者针对人致振动舒适度进行了一系列研究。其中,Zoltowski 等为尽量模拟行人过桥的真实环境,通过测量竖向振动环境下的单人脚步荷载,拟合出采用傅里叶级数的前 3 阶谐波近似表达的数学模型;徐海军等研究了大跨度曲线人行桥的人致振动特性,并探讨和比较了耦合振动控制方案;施颖等结合国外规范对三肋式空间异形拱人行桥进行了通行舒适度和振动控制研究;许立言等基于通用有限元程序 MSC. MARC 二次开发的子程序,建立组合人行天桥的纤维模型,对一座大跨

度钢-混凝土组合人行天桥进行了人行桥舒适度评价;乔云强等基于 Ansys 计算了人群荷载和跑步荷载下的单主缆悬索桥人致振动响应,通过调谐质量阻尼器(TMD)控制该桥振动,为单主缆悬索桥减振控制设计提供参考。

由于人行桥结构形式各异、受力特点不同,因此有必要针对不同结构人行桥的行人通行舒适性进行研究。该文以某外倾单肋曲线人行钢拱桥为研究对象,结合德国规范 EN03,利用单自由度法和时程分析法计算基频处于行人步频范围内的共振反应,通过桥面峰值加速度评价指标进行该异形人行桥的振动舒适度评价。

## 1 有限元模型及自振特性分析

### 1.1 工程概况

该外倾单肋曲线人行钢拱桥跨径组合为(12.5+105+12.5) m,中跨为 105 m 的下承式异形钢拱桥,边跨为钢结构曲线箱梁桥。全桥范围内道路平面线形为“S”曲线,总长 131.94 m。主桥桥面系直接承受荷载,采用宽 5 m 的非对称单箱双室钢箱梁结构。异形拱桥造型奇特美观,与周围风景相协调,并具有一定观赏性,其桥型半立面、横断面如图 1、2 所示。

收稿日期:2020-11-10(修改稿)

基金项目:苏州市市级建设系统项目(编号:sz201709);苏州科技大学创新项目(编号:SKCX18-007)

作者简介:金其莉,女,硕士研究生。E-mail:714682038@qq.com

\*通信作者:陈建兵,男,教授。E-mail:1079026561@qq.com

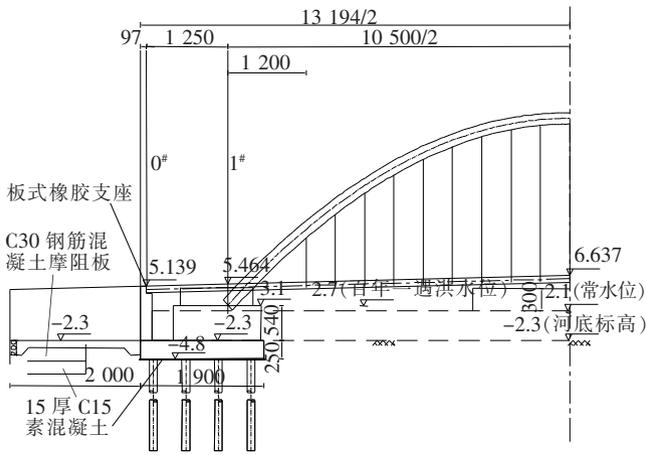


图1 桥梁半立面图(除标高单位为m外,其余:cm)

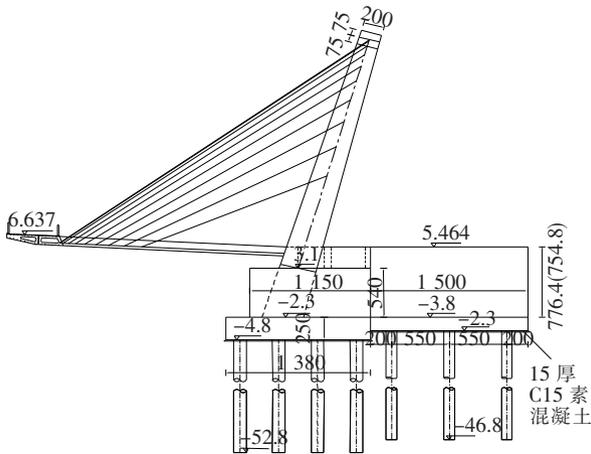


图2 桥梁横断面图(除标高单位为m外,其余:cm)

主跨拱肋为变截面钢箱梁,向外倾斜 $15^\circ$ ,倾斜面内拱轴为二次抛物线,矢高为26.25 m,矢跨比为1:4;为了增大刚度,拱脚在一定高度范围内灌注自密实混凝土,并与墩身固结。主梁通过距两侧梁段16.5 m处的钢横梁和19根间距为4.5 m的吊杆与拱肋连接。边跨桥台为一字式钢筋混凝土台身,上布4个滑动支座。结合桥墩观景平台布置,墩台下承接承台及钻孔灌注桩基础。人行桥实景如图3所示。



图3 人行桥实景

### 1.2 有限元模型

有限元软件 Midas/Civil 建立的上部结构模型如图4所示。全桥共划分为253个节点,243个单元,并用 Ritz 向量法进行结构振型分析。由于桥宽不大,可采用梁单元模拟拱肋与桥面主梁;吊杆采用桁架单元模拟;连接主梁与拱肋的钢横梁采用连接单元模拟;横隔板、栏杆和桥面铺装以荷载形式施加于结构。主梁端部边界仅约束竖向平动自由度,拱脚与桥墩固结端约束平动和转动自由度。

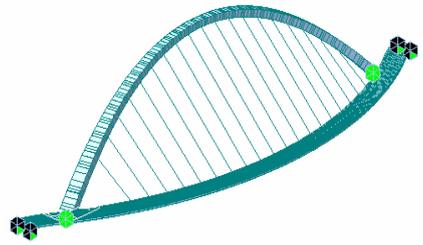


图4 有限元模型

### 1.3 自振特性分析

桥梁前6阶振型频率计算结果如表1所示。

表1 前6阶振型

模态	频率/ Hz	振型描述	
		桥面	拱肋
1	1.174	少量竖弯+扭转	扭转
2	1.758	扭转	扭转
3	2.768	正对称竖弯	正对称横弯
4	3.514	扭转	扭转
5	4.242	扭转	扭转
6	4.871	少量扭转	正对称竖弯+扭转

由表1可知:该人行桥整体抗扭刚度较小,其低阶振型中扭转模态和竖向模态对整个结构响应贡献更大。因为人行桥振动研究更集中于竖向舒适度,其中模态3频率( $f_3 = 2.768$  Hz)位于易引起竖向振动的敏感频率范围,所以需对其进行振动舒适度评价。经过振型分析得到的模态3在X-Y平面和X-Z平面内桥梁振型形状如图5、6所示。

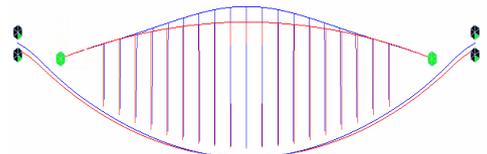


图5 模态3:X-Y平面振型形状

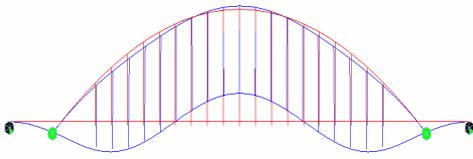


图 6 模态 3: X-Z 平面振型形状

## 2 步行力荷载数学模型

目前人行桥振动响应评价常采用确定性方法和随机性方法,但两者局限性都在于需进行假定。

该文参考德国规范 EN03 确定性模型进行竖向荷载激励,该模型假定为:① 流动的人群恒定均匀地分布于桥面上,其流动速度为 1.5 m/s,且维持桥上总人数不变;② 行人行走活动为稳定周期性活动,行走步频服从正态分布,行人相位差  $\varphi$  均匀分布。

### 2.1 单人荷载

单人荷载经傅里叶变换可表达为静荷载与一系列简谐动荷载之和:

$$F_p(t) = W + W\alpha_i \sum_{i=1}^n \alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \varphi_i) \quad (1)$$

式中:  $f_p$  为行人的步频,即每秒行走总步数(Hz);  $\alpha_i$  为第  $i$  阶简谐动荷载系数,简称 DLF;  $W$  为单个行人重力,  $W\alpha_i$  为动荷载幅值(N);  $\varphi_i$  为第  $i$  阶简谐动荷载初始相位。

由式(1)可以看出:若桥梁模态频率落入行人正常行走步频范围内,会引起人桥共振。就荷载模型而言,动荷载幅值  $W\alpha_i$  影响着整个人桥共振过程。

#### 2.1.1 行人重力

动荷载幅值  $W\alpha_i$  与行人重力正相关。行人作为不可控因素,由于性别、年龄段及职业不同,其重力差异对动荷载幅值有着一定影响。

#### 2.1.2 行人步频

Andriacchi 研究表明:步行频率对竖向动荷载幅值有显著影响,他利用测力板方法绘制出三分量时程曲线,发现人抬落脚瞬间导致竖向力分量有两个波峰和一个波谷,且随着步频增大,竖向力峰值逐渐重叠,幅值也逐渐增大。然而步频与行人行走速度(行进姿态)与步长息息相关,行人之间和人桥相互作用也无法用简单公式精细化体现。但是 Leonard D. 研究表明行人行走步频为 1.7~2.3 Hz,基本集中为 2 Hz 左右。

当前多采用步频  $f_p$  的递增函数计算动荷载系数  $\alpha_i$ ,国外学者给出的单人脚步荷载模型竖向  $\alpha_i$  取值结

果如表 2 所示。

表 2 竖向  $\alpha_i$  取值

作者	考虑谐波的 $\alpha_i$	注释
Blanchard 等	$\alpha_1 = 0.257$	步频较高适当降低
Bachmann 等	$\alpha_1 = 0.4 \sim 0.5$ $\alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$	2.0~2.4 Hz 接近 2.0 Hz
Young	$\alpha_1 = 0.37(f - 0.95) \leq 0.5$ $\alpha_2 = 0.054 + 0.004 4f$ $\alpha_3 = 0.026 + 0.005 0f$ $\alpha_4 = 0.010 + 0.005 1f$	拟合平均值

### 2.1.3 单人荷载模型

因为单人脚步荷载中静载不引起振动反应,且 2 阶以上的分量难以同步,故单人脚步动荷载只需考虑前 2 阶分量。荷载模型使用单人 1 阶动荷载幅值  $W\alpha_1 = 280$  N 为代表值,则 2 阶动荷载幅值相应折减。将式(1)的 1 阶分量简化为下式:

$$F_j(t) = 280 \times \sin(2\pi f_j t - \varphi_j) \quad (2)$$

式中:  $f_j$  为行人的步频;  $\varphi_j$  为行人荷载的相位。

### 2.2 人群荷载模型

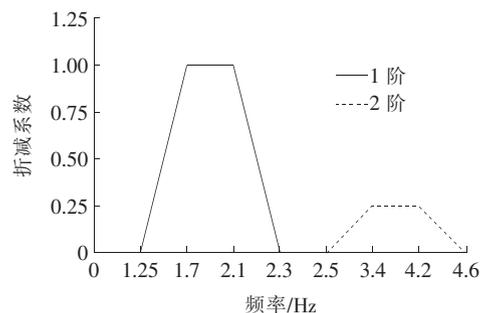
相位差  $\varphi$  和步频  $f_j$  的存在致使桥上行走人群并非处于同步行走的状态。同步调自由行走的人数越多,振动响应越强烈,因此采用等效行人密度来确定桥面上同步调行走人数,并建立了不同加载方向的通用人群荷载模型:

$$P(t) = P \cdot \cos(2\pi f_s t) \times n' \psi \quad (3)$$

式中:  $n'$  为同步行走人数密度,其与自由行走的  $n$  人产生等同振动效应;  $P \cdot \cos(2\pi f_s t) \psi$  为单人谐波动荷载,  $P$  为 1 阶荷载幅值,竖向振动计算选取  $P = 280$  N,且假定  $f_s$  与需验算的频率相等;  $\psi$  为折减系数。

#### 2.2.1 折减系数

荷载模型中折减系数  $\psi$  为考虑到步频接近基频变化范围临界值的概率而引进的一个参数,其竖向振动模态下的计算取值如图 7 所示。

图 7 竖向人群荷载模型折减系数  $\psi$

由图7可知:处于行人频率范围以外的人行桥振型频率难以引起竖向振动,其人群荷载模型的折减系数为0;行人步频服从正态分布,多集中于2 Hz左右,越接近这一区段折减幅度越小。

### 2.2.2 等效行人密度

每个人行桥设计工况需设定一个预期的交通等级

表3 设计工况

工况	交通等级	行人密度 $d/$ (人·m <sup>-2</sup> )	舒适等级	特点描述	出现周期
1	TC2	$d=0.2$	CL2	行人稀少,能自由快步行走	每周
2	TC3	$d=0.5$	CL1	行走不受限制,快走有时被限制	每天
3	TC4	$d=1.0$	CL3	自由移动受限,无法快步行走	偶尔
4	TC5	$d=1.5$	CL3	行走不舒适,拥挤以致难以选择步伐	稀少

表4 等效行人密度计算

交通等级	行人密度 $d/$ (人·m <sup>-2</sup> )	等效行人密度 $n'/(人·m^{-2})$
TC1~TC3	$d < 1.0$	$n' = 10.8 \sqrt{n \cdot \xi_i} / S$
TC4~TC5	$d \geq 1.0$	$n' = 1.85 \sqrt{n} / S$

注:表中 $\xi$ 为结构阻尼比, $n=S \times d$ , $S=B \times L$ 。

表4中交通等级为TC1~TC3时,行人较少,行走相对自由,等效行人密度考虑了阻尼比的影响;交通等级为TC4~TC5时,人群密度高,行人行走受到限制,同步概率要比低密度人群大。

### 2.3 动荷载模型幅值计算

$$\text{模态3折减系数: } \psi_{f_3} = \frac{2.768 - 2.5}{3.4 - 2.5} = 0.0744$$

该外倾单肋曲线人行钢拱桥的桥宽 $B=5$  m,桥长 $L=131.94$  m,总面积 $S=BL=659.7$  m<sup>2</sup>,阻尼比 $\xi=0.4\%$ ,其中阻尼比选用文献[8]中建议材料阻尼比。由表4中的等效行人密度计算公式和人群荷载模型计算公式(3),计算4种工况所对应的竖向振动人群荷载模型参数,其结果如表5所示。

表5 荷载模型幅值

工况	$d/(人·m^{-2})$	$n'$	$f=2.768$ Hz时 幅值 $P'/(N·m^{-2})$
1	0.2	0.0053	0.1109
2	0.5	0.0133	0.2772
3	1.0	0.0720	1.5014
4	1.5	0.0882	1.8388

由表5可知:密集人流(TC4、TC5)情况下,行人

和选定需满足的舒适等级,同时由交通等级确定对应的等效行人密度。考虑到实际情况与规范推荐,定义了4个具有代表性的设计工况,如表3所示。

当桥面加载面积为 $S$ 时,不同交通等级对应的等效行人密度 $n'$ 计算公式如表4所示。

由于移动受限导致其同步调行走概率迅速增加,所以人群荷载模型动荷载幅值也相应提高。但实际上桥上行人过密会阻碍行人以特定频率行走甚至滞留,并伴随着振动反应衰减。

由CJJ 69-95《城市人行天桥与人行地道技术》规范可得:此外倾单肋曲线人行钢拱桥桥面单位面积荷载取值为 $W=2.625$  kPa= $2.625 \times 10^3$  N/m<sup>2</sup>。此静荷载幅值 $W$ 远大于用于振动舒适度评价的动荷载幅值 $P'$ ,因此规范有必要进一步补充人行桥振动舒适度理论。

## 3 人致振动响应计算分析

相对于位移和速度,加速度更容易影响行人的生理和心理感受,适合作为舒适性评价指标。计算加速度响应多采用单自由度方法和时程分析法。限于篇幅,该文仅以TC5交通等级下桥梁人致振动响应作为计算示例。

### 3.1 计算方法

#### 3.1.1 单自由度法

结构的振动可以看作其振动模态的线性组合,因此结构可转化为几个具有不同等效质量的单自由度振动系统,处于验算范围内的人行桥每一阶固有频率可采用一个等效自由度代替。某一特定振型的行人加载方向与振型位移 $\varphi(x)$ 的方向保持一致,等效单自由度系统和简谐波荷载 $P(t)$ 的加载如图8所示。

$$\text{简谐波荷载下单自由度有阻尼体系的运动方程为:} \\ m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = P_0 \sin(\omega t) \quad (4)$$

式中: $m$ 、 $c$ 、 $k$ 为结构的质量、阻尼及刚度; $\ddot{u}$ 、 $\dot{u}$ 、 $u$ 为自

由度节点的加速度、速度、位移;  $P_0 \sin(\omega t)$  为简谐荷载。

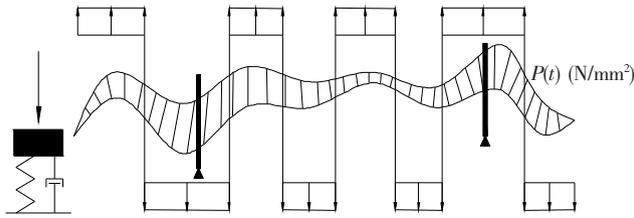


图 8 等效单自由度和第  $S$  阶模态的振型函数  $\varphi(x)$

式(4)两端同除  $m$ , 将阻尼  $c$  用阻尼比  $\xi$  代替  $c = 2m\omega_n\xi$ , 得到以下形式的运动方程:

$$\ddot{u} + 2\xi\dot{u} + \omega_n^2 u = \frac{P_0}{m} \sin(\omega t) \quad (5)$$

设  $\xi = 1$ , 则有阻尼体系的自振频率为:  $\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ ,  $\omega_n = \sqrt{k/m}$ , 动力放大系数  $R_d$  为:

$$R_d = 1 / \sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2}$$

当  $\omega/\omega_n = 1$  时发生共振, 动力反应达到最大, 这时  $R_d \approx 1/(2\xi)$ 。当阻尼比较小时, 阻尼比可以由对数衰减率近似表达为  $\delta \approx 2\pi\xi$ , 单自由度系统共振时的最大加速度可由下式计算:

$$a_{\max} = \frac{p^* \pi}{m^* \delta} = \frac{p^*}{m^*} \frac{1}{2\xi} \quad (6)$$

式中:  $p^*$  为广义力;  $m^*$  为广义质量;  $\xi$  为结构阻尼比;  $\delta$  为阻尼的对数衰减率。

其中广义模态质量根据文献[11]计算, 步行力采用以下公式计算:

$$\begin{cases} P(t) = P \cdot \cos(2\pi f_2 t) \times n' \psi \text{ (N/m}^2\text{)} \\ P_i^* = B \times \int_0^L P(t) \times |\varphi(x)| dx \text{ (N)} \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $B$  为桥宽;  $L$  为桥长。

由式(6)可知: 当桥梁的振动模态确定时, 结构阻尼比对振动反应影响较大, 高阻尼比结构振动反应较小。

### 3.1.2 时程分析法

线弹性多自由度结构在人致荷载作用下的运动方程为:

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t) \quad (8)$$

式中:  $M$ 、 $C$ 、 $K$  为结构的质量、阻尼及刚度矩阵;  $\ddot{u}(t)$ 、 $\dot{u}(t)$ 、 $u(t)$  为节点的加速度、速度、位移组成的  $n$  列向量;  $F(t)$  为等效节点荷载组成的  $n$  阶列向量。

多自由度结构的无阻尼 ( $C=0$ ) 自由振动能自行按其固有频率振动, 而不再需要外力的作用。将与结构频率相同的行人动荷载施加于桥面, 可以得到共振

反应下结构任意时间的  $\ddot{u}(t)$  响应。该文将匀速过桥的满布行人动荷载等效简化为均布节点动力荷载, 对桥梁进行人行荷载的激振。

## 3.2 峰值加速度计算分析

### 3.2.1 单自由度法

TC5 工况人群密度  $d = 1.5$  人/ $\text{m}^2$ , 等效行人密度  $n' = 10.8\sqrt{\xi \times n}/S = 0.0882$  人/ $\text{m}^2$ , 其余参数与 2.3 节相同。

由振型分析得到的最大位移正则化人行桥振动曲线竖向分量  $\varphi(x)$  如图 9 所示。

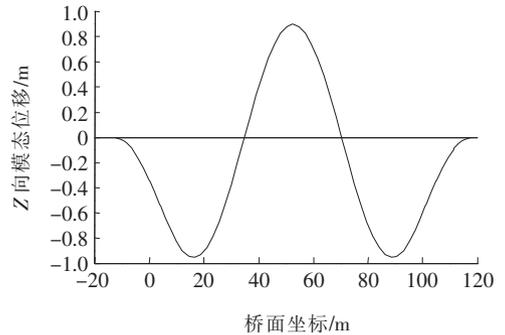


图 9 模态 3 桥面竖向振动分量

由图 9 可知: 模态 3 人行桥面振型形状主要表现为桥面正对称竖弯; 桥面共出现 3 个位移极值点, 分别位于  $x = 16.5$  m、 $x = 52.5$  m 和  $x = 88.5$  m, 其中最大位移位于左右极值点。

### 3.2.2 时程分析法

TC5 工况下共振时桥梁特征点处加速度时程曲线如图 10~12 所示。

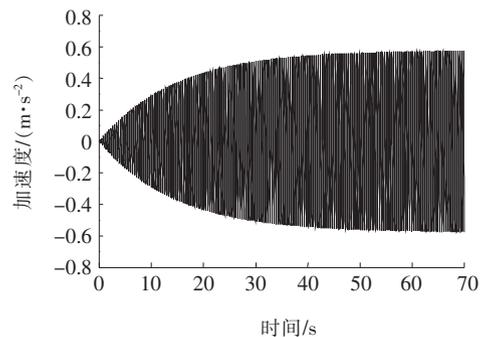


图 10 TC5 工况桥面  $x = 16.5$  m 处加速度时程曲线

### 3.2.3 对比分析

两种方法的峰值加速度计算结果如表 6 所示。

由图 10~12 及表 6 可知: ① 均布力作用下单自由度计算方法和等效节点力作用下时程分析方法所得峰值加速度差值低于 2%, 说明有限元模型节点力时

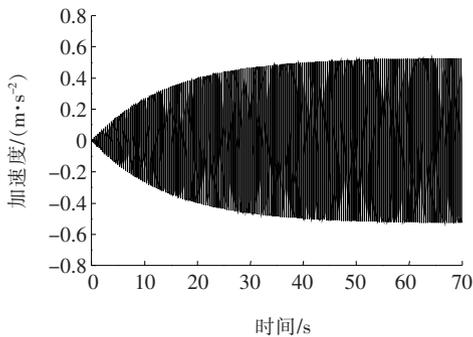
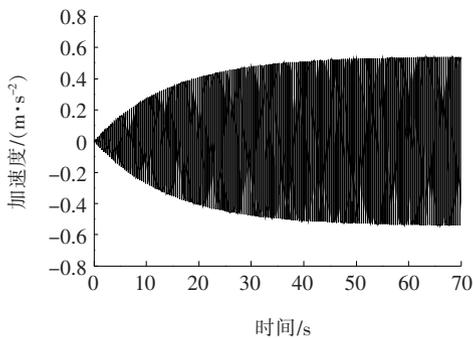
图 11 TC5 工况 1/4 跨( $x=20.5$  m)加速度时程曲线图 12 TC5 工况 1/2 跨( $x=52.5$  m)加速度时程曲线

表 6 节点峰值加速度计算结果

计算方法	$P^*/N$	$m^*/kg$	$Z/m$	$a_{max}/(m \cdot s^{-2})$
单自由度	633.814		$x=16.5$	<u>0.586 5</u>
时程分析		135 081.8	$x=16.5$	<u>0.575 3</u>
			$x=20.5$	0.528 1
			$x=52.5$	0.540 9

注:下划线为桥梁峰值加速度。

程分析结果可被采纳;②相较于时程分析法,单自由度法无法反映桥面其他点处的最大加速度响应,并且加速度时程分析和桥面竖向振动分量图显示振动峰值加速度位于其模态位移最大处。

## 4 振动舒适度评价

### 4.1 舒适度划分

考虑到工程经济性要求,计入概率影响的振动舒适度指标允许适当降低控制标准。德国规范定义了不同舒适度等级所对应的加速度区间范围,其舒适度划分合理,指标适中,如表 7 所示。

### 4.2 舒适度评价

时程分析法得到 4 种设计工况下桥面特征点加速度响应值,汇总如表 8 所示。

表 7 德国规范舒适度划分

等级	舒适度	竖向 $a_{limit}/(m \cdot s^{-2})$	侧向 $a_{limit}/(m \cdot s^{-2})$
CL1	最好	$<0.50$	$<0.10$
CL2	中等	$0.50 \sim 1.00$	$0.10 \sim 0.30$
CL3	最小	$1.00 \sim 2.50$	$0.30 \sim 0.80$
CL4	不能接受	$>2.50$	$>0.80$

表 8 加速度响应

工况	舒适度要求	竖向 $a_{limit}/(m \cdot s^{-2})$	$d/(人 \cdot m^{-2})$	$f_3 = 2.786$ Hz 时		
				1/2 跨	1/4 跨	极值点
1	CL2	$0.50 \sim 1.00$	0.2	0.03	0.029	0.032
2	CL1	$<0.50$	0.5	0.08	0.078	0.085
3	CL3	$1.00 \sim 2.50$	1.0	0.422	0.412	0.448
4	CL3	$1.00 \sim 2.50$	1.5	0.541	0.528	0.575

由表 8 可知:所有设计工况下桥梁的峰值加速度皆远小于相应限值,TC5 工况下舒适度等级为中等,其余都属于最好状态,因此桥梁人致振动舒适度满足德国规范 EN03 要求。

## 5 结论与展望

(1) 多人荷载的研究目前尚未成熟,行人体重、行走参数差异化明显,行人相关性和人桥之间的相互影响也难以反映,因此现行舒适度评价规范的人群荷载数学模型仍需改进。

(2) 动荷载幅值与行人密度呈正相关趋势;但行人过密难以行走时也会出现动力反应衰减现象。

(3) 单自由度法计算公式表明,高阻尼比结构振动小,利于舒适通行;实际情况下还需考虑附属设施和大幅振动对结构阻尼比的影响。

(4) 单自由度法和时程分析结果显示:峰值加速度位于模态位移最大点,且两者差值低于 2%,说明有限元模型时程分析结果可信。

(5) 按照德国规范进行的舒适度评价,正常使用状态下桥梁振动舒适性能满足要求;若运营阶段振动反应较大,可采用振动控制装置限制振动响应。

### 参考文献:

- [1] 陈政清,华旭刚.人行桥的振动与动力设计[M].北京:人民交通出版社,2009.