

# 基于 Adhikary 理论的反倾岩质边坡弯曲 倾倒计算模型研究

钟灿书<sup>1</sup>, 张虎<sup>2</sup>

(1. 贵州省毕节公路管理局, 贵州 毕节 551700; 2. 贵州省交通规划勘察设计研究院股份有限公司)

**摘要:**根据反倾岩质边坡弯曲倾倒变形破坏特征,将边坡分为稳定区、弯曲倾倒区、剪切滑移区3个区域,建立考虑破坏分区的弯曲倾倒计算模型,对 Adhikary 悬臂梁极限平衡模型进行合理改进,工程实例验证表明:改进模型的计算结果更贴合实际,对该类边坡计算具有理论和实践指导意义。

**关键词:**反倾岩质边坡;弯曲倾倒;极限平衡;计算模型

## 1 前言

倾倒破坏是常见于反倾层状岩质边坡中的一种破坏模式。以往通常认为反倾向边坡都较顺向坡稳定,因而对其稳定性的研究远不如对顺向坡深入,但随着人类工程活动的日益频繁及规模加大,许多水利水电、高速公路等工程中,都出现了大量与反倾向边坡有关的工程地质问题,如龙滩水电站左岸反倾边坡、锦屏一级水电站左岸边坡倾倒变形、沪蓉西高速公路 K323+185~K323+300 段反倾高边坡倾倒破坏、京珠高速公路 K36+100~K36+200 段右岸边坡倾倒破坏、沿德高速公路 K57 反倾岩质滑坡等。因此,对反倾岩质边坡的倾倒变形破坏开展研究具有重要的理论及实践指导意义。

反倾边坡的工程地质问题自 20 世纪 60 年代才逐渐进入人们视野并展开研究。Goodman 和 Bray 最早对反倾岩质边坡倾倒破坏进行了归纳分类,将其分为块状倾倒破坏、弯曲倾倒破坏和块状—弯曲倾倒破坏 3 种模式及 4 种次生倾倒模式,并提出了基于极限平衡原理的块状倾倒变形分析方法(简称 G—B 法);陈祖煜等考虑了岩体结构面的具体分布特征和底滑面上岩桥的作用,进行了 G—B 法的改进;Aydan 和 Kawamoto 提出了评价边坡弯曲倾倒破坏稳定性的分析计算方法,并通过基底摩擦试验进行了验证;Adhikary 等开展了弯曲倾倒破坏的离心机模型试验,

发现破裂面与层面法线存在约  $10^\circ$  的夹角,对 Aydan 等的理论计算模型进行了完善;Liu 基于刚体极限平衡法推导了反倾岩质边坡倾倒破坏稳定性计算公式;卢海峰通过改进悬臂梁极限平衡模型,提出了以各层位剩余不平衡力分析反倾边坡稳定性的新方法;Amirni 等基于极限平衡理论提出了块状—弯曲倾倒和弯曲倾倒的稳定性评价方法;左保成研究发现反倾边坡主要变形破坏形式为倾倒变形折断破坏,层面剪切强度和岩层厚度是影响边坡稳定性的重要因素;吴昊等开展离心模型试验,提出了反倾层状岩质边坡典型倾倒破坏模式和倾倒破裂面位置的确定方法。

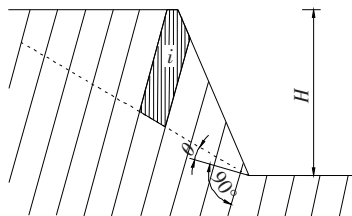
稳定性评价是边坡工程研究的重要内容,目前倾倒破坏稳定性的评价方法仍集中在极限平衡理论方面,而弯曲倾倒破坏的稳定性评价以 Adhikary 悬臂梁极限平衡理论为主。该文根据现有研究成果,基于 Adhikary 悬臂梁极限平衡理论,对反倾岩质边坡弯曲倾倒破坏稳定性评价方法展开研究。

## 2 Adhikary 悬臂梁极限平衡模型

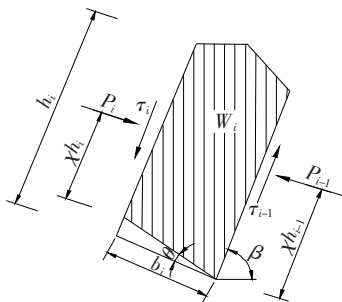
岩质边坡的弯曲倾倒破坏,多产生在具有一组与边坡走向近似、插入坡内的主控裂隙组(如层理、页理等)结构的岩体中。为了正确描述这种破坏的机制,可以假定岩体含有一组平行的陡倾坡内的不连续面,岩体表现为一系列叠置的倾斜悬臂梁。

Aydan 和 Kawamoto 最早建立悬臂梁弯曲模型,

并应用极限平衡理论进行弯曲倾倒破坏研究,通过迭代求解的方式得到边坡剩余不平衡力,以进行边坡稳定性评价。Adhikary 在 Adyan 的研究基础上,通过一系列离心模型试验对反倾边坡弯曲倾倒破坏分析方法进行了进一步研究,对 Adyan 提出的极限平衡分析方法做了适当修正,所得理论分析与试验结果相一致,其计算模型如图 1 所示。



(a) 几何模型



(b) 岩柱受力分析

图 1 Adhikary 弯曲倾倒计算模型

首先对只受自身重力作用的独立悬臂梁弯曲模型进行分析,如图 2 所示。

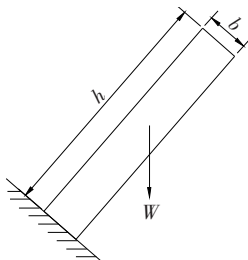


图 2 悬臂梁模型

应用弹性理论中的梁理论,在平面应变状态下,悬臂梁的最大拉应力产生在悬臂端的上顶面处,为:

$$\sigma_{\max} = -\frac{N}{A} + \frac{M}{I} \cdot \frac{b}{2} \quad (1)$$

式中:  $N$  为轴力;  $M$  为弯矩;  $A$  为梁截面积;  $I$  为极惯性矩,  $I = b^3/12$ 。

当最大拉应力等于材料的抗拉强度时,则材料产生弯曲拉裂,在底面处折断。

$$\sigma_{\max} = \sigma_t \quad (2)$$

式中:  $\sigma_t$  为材料的抗拉强度。

基于以上认识,Adhikary 建立了基于悬臂梁理论的弯曲倾倒稳定性力学计算模型,并作了以下假定:① 将各层岩柱看作受自重力和侧向力作用的悬臂梁,将侧向力视为集中力;② 破裂面为沿岩层法线向上偏转一定角度的平面,破裂面以上的岩层同时处于极限平衡状态。

基于以上假定条件,岩层可看作是在重力、侧力以及弯矩作用下的梁或柱。由静力、弯矩平衡方程及极限平衡条件,可推导以下表达式:

$$P_{i-1} = \frac{\max(P_i, 0) \left( \chi h_i - \frac{1}{2} \mu_i b_i \right) + \frac{1}{2} T_i \bar{h}_i - \frac{2I_i}{b_i} \left( \sigma_{t_i} + \frac{N_i}{b_i} \right)}{\chi h_{i-1} + \frac{1}{2} \mu_{i-1} b_i} \quad (3)$$

式中:  $T_i = W_i \cos \beta$ ,  $W_i = \gamma b_i \bar{h}_i$ ,  $\bar{h}_i = 0.5(h_i + h_{i-1})$ ,  $\mu_i = \tan \varphi_i$ ,  $\varphi_i$  为节理内摩擦角;  $\beta$  为岩层倾角;  $\gamma$  为岩体重度;  $b_i$  为岩层厚度;  $\chi$  为表征集中力作用点的参数,  $\chi \in (0, 1)$ 。

根据式(3),从边坡上部岩层开始,通过迭代计算对边坡岩层进行计算分析,最终得到坡脚处的剩余不平衡力  $P_0$ ,以  $P_0$  值的大小作为边坡稳定性的判据:  $P_0 > 0$  时,边坡处于不稳定状态;  $P_0 = 0$  时,边坡处于极限平衡状态;  $P_0 < 0$  时,边坡处于稳定状态。

### 3 Adhikary 悬臂梁极限平衡模型改进

由 Adyan 建立,并由 Adhikary 改进的悬臂梁极限平衡计算模型,计算过程简洁明确,能够较准确地进行反倾边坡的弯曲倾倒稳定性评价,但其假定破裂面以上岩层均产生弯折破坏,而相关学者研究均表明:由于坡脚附近的岩层长细比小,抗折断能力强,往往发生剪切破坏而非弯曲折断破坏,因此坡脚处存在剪切滑移区。并且,边坡后缘存在一个相对稳定的区域,该区域内的岩层未产生弯曲倾倒破坏。边坡不同区域的变形破坏机制不同,可将潜在破裂面以上岩层分为稳定区、弯曲倾倒区、剪切滑移区 3 个部分(图 3)。Aydan 和 Adhikary 在计算过程中均未对边坡不同部位岩层的实际破坏形式进行深入的区分及划分,这将影响边坡稳定性的最终评价结果。

基于上述讨论,该文拟建立基于 Adhikary 悬臂梁极限平衡理论,考虑弯曲倾倒破坏分区特征的稳定性计算方法。破裂面总体表现为过坡脚的折线,在剪切

滑移区垂直于层面,在弯曲倾倒区沿层面法线向上偏转角度  $\theta$ 。

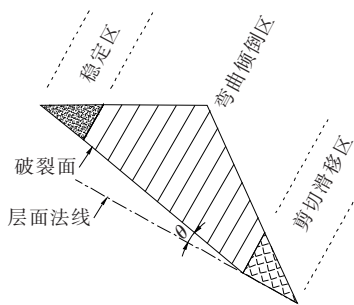


图3 弯曲倾倒分区示意图

### 3.1 地质几何模型

为便于分析计算,建立如图4、5所示地质几何计算模型。图中: $H$ 为坡高, $b$ 为岩层厚度, $\alpha$ 为坡角, $\beta$ 为岩层倾角, $\theta$ 为破裂面与层面法线的夹角, $h$ 为层面法线以上坡顶岩层长度, $h_m$ 为破裂面以上坡顶岩层长度, $h_i$ 为岩层 $i$ 破裂面以上的长度, $h_0$ 为岩层 $i$ 破裂面与层面法线间的距离, $l$ 为坡顶岩层距坡脚的距离, $l_i$ 为岩层 $i$ 距坡脚的距离。

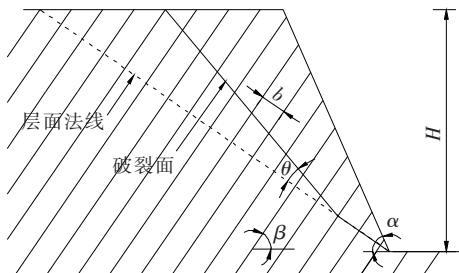


图4 弯曲倾倒地质几何模型

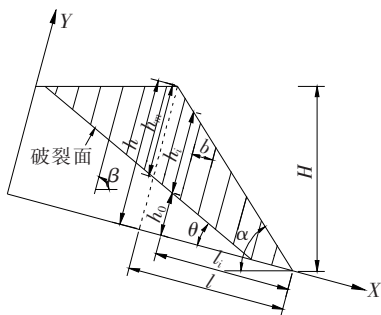


图5 弯曲倾倒几何计算模型

由几何关系可得:

$$h = -\frac{\cos(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \cdot H \quad (4)$$

坡顶岩层距坡脚的距离  $l$  可表示为:

$$l = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha} \cdot H \quad (5)$$

以坡脚岩层为起始岩层,编号岩层1,向上依次对岩层进行编号。设坡顶岩层编号为 $m$ ,则 $m$ 可由下式求出:

$$m = \text{int}\left(\frac{l}{b}\right) + 1 \quad (6)$$

式中:  $\text{int}$  为取整函数。

边坡岩层破裂面以上的长度  $h_i$  可表达如下:

$$\begin{aligned} h_i &= [(m-i)b-l] \cot(\alpha + \beta) & i \leq j \\ h_i &= [(m-i)b-l] \cdot [\cot(\alpha + \beta) + \tan \theta] + jb \tan \theta & j < i \leq m \\ h_i &= -[\cot(\alpha + \beta) + \tan \theta]l - [(i-m)(\tan \theta + \cot \beta) - j \tan \theta]b & i > m \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $j$ 为剪切区岩层数。

### 3.2 力学计算模型

改进的 Adhikary 悬臂梁极限平衡计算模型如图6所示,图中, $Q_{i-1}$ 和 $T_{i-1}$ 分别为弯曲倾倒区与剪切滑移区交界处岩层的法向力与切向力, $W_s$ 为剪切滑移区岩体的总重量, $N_s$ 和 $T_s$ 分别为剪切滑移区岩体底部的轴向力与切向力。

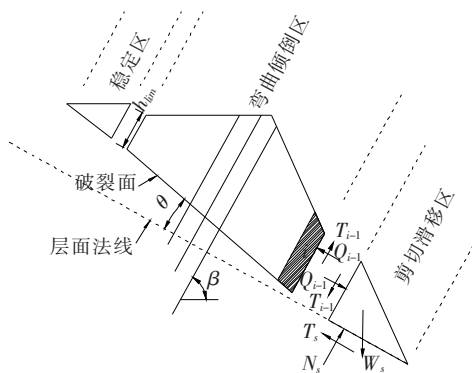


图6 改进计算模型图

对于某一只受自重作用的独立岩层,其产生弯曲折裂,则应位于拉应力等于岩体抗拉强度的位置,据此可以求出岩层在自重作用下临界失稳长度  $h_{lim}$ ,如图7所示。

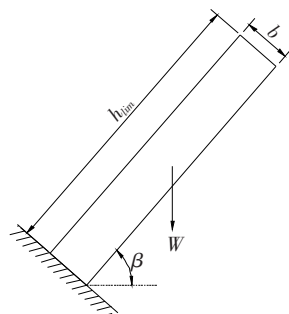


图7 临界失稳岩柱

据式(1),单个岩柱底面处拉应力表达式为:

$$\sigma_x = \frac{3\gamma h^2 \cos\beta}{b} - \gamma h \sin\beta \tag{8}$$

对临界失稳的岩柱,其最大拉应力应满足式(2)。则可得到临界失稳岩柱长度  $h_{lim}$  表达式:

$$h_{lim} = \frac{b}{6} \tan\beta + \frac{1}{6} \sqrt{(b \tan\beta)^2 + \frac{12\sigma_t b}{\gamma \cos\beta}} \tag{9}$$

根据临界失稳长度可求出起始不稳定岩层的编号  $n$ 。起始不稳定岩层长度与临界失稳长度应满足以下关系:

$$h_n \geq h_{lim} \tag{10}$$

则可得到起始不稳定岩层编号  $n$  的表达式:

$$n = \text{int} \left[ \frac{-l [\cot(\alpha + \beta) + \tan\theta] + b \tan\theta - h_{lim} + m}{b (\tan\theta + \cot\beta)} \right] \tag{11}$$

对于弯曲倾倒区的岩层,Aydan 和 Adhikary 均未考虑层间切向力对岩层轴向力的影响,这将导致计算结果与实际存在偏差,该文考虑切向力的影响,即  $N_i = W_i \sin\beta + \mu P_i - \mu P_{i-1}$ ,同时引入稳定性系数  $k$ ,则极限平衡状态的层间作用力可表示为:

$$P_{i-1} = \frac{P_i \left( \chi h_i - \frac{1}{2} \frac{\tan\varphi_i}{k} b_i \right) + \frac{1}{2} T_i h_i - \frac{2I_i (\sigma_{t_i} + \frac{W_i \sin\beta}{b_i})}{b_i \left( \frac{1}{k} + \frac{W_i \sin\beta}{b_i} \right)}}{\chi h_{i-1} + \frac{1}{3} \frac{\tan\varphi_{i-1}}{k} b_i} \tag{12}$$

计算分析过程中不考虑  $\chi$  及  $\theta$  的影响,参考 Adhikary 等的研究成果,取  $\chi = 0.5, \theta = 10^\circ$ 。

对剪切滑移区的岩层,将其看作整体进行分析计算,对剪切滑移区岩体整体受力分析,如图 8 所示。

假设相邻岩层间以及剪切区岩体均满足摩尔-库仑强度理论,运用极限平衡法,可得岩层  $i$  以下岩层抵抗剪切滑移,所能承受上部岩层作用的最大推力为:

$$Q_{i-1} = \frac{k (\sin\beta \tan\varphi_r - k \cos\beta) W_s + k c l_j}{k^2 - \tan\varphi \tan\varphi_r} \tag{13}$$

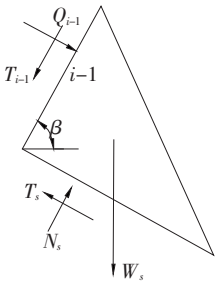


图 8 剪切滑移区受力分析图

式中: $\varphi_r$  为岩块内摩擦角; $c$  为岩块内聚力; $l_j$  为剪切滑移区底面长度; $\varphi$  为岩层层面内摩擦角。

则可将边坡底部剩余不平衡力表示为:

$$F = P_{i-1} - Q_{i-1} \tag{14}$$

应用极限平衡法,处于极限平衡状态的边坡, $F$  应等于 0,以此可求出稳定性系数  $k$ 。但对于不同的条块  $i$ ,可得到不同的  $k$  值。通过试算法,从第 1 条块起,计算出对应的稳定性系数  $k_1$ ,依次对上部条块计算,得出  $k_2, k_3, \dots, k_n$ ,则边坡稳定性系数为  $k_j = \min\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ ,其中条块  $j$  为弯曲倾倒区和剪切滑移区的分界点,条块  $j$  以下岩层产生剪切滑移破坏。

为方便分析,引入文献[17]中滑动比例系数  $\lambda$  的概念:

$$\lambda = \frac{j}{m} \tag{15}$$

由以上推导过程可看出:采用边坡几何参数、物理力学参数以及岩层编号来表征反倾边坡弯曲倾倒破坏稳定性分析中的变量,从而统一了中间变量的表达式,为此,笔者编写了相应的 Microsoft Excel 计算程序,极大地提高了计算效率和准确性。

4 工程实例验证

以皖南某反倾板岩边坡工程为实例验证该文所提出的分析方法,计算参数见表 1。

表 1 算例边坡计算参数

$H/$ m	$b/$ m	$\gamma/$ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ )	$\alpha/$ ( $^\circ$ )	$\beta/$ ( $^\circ$ )	$\varphi_r/$ ( $^\circ$ )	$c/$ MPa	$\varphi/$ ( $^\circ$ )	$\sigma_t/$ MPa
100	0.5	27.0	55	63	18	0.4	45	1.5

应用改进的悬臂梁极限平衡模型,通过 Excel 规划求解工具进行计算分析。为对比分析该文改进模型与 Adhikary 模型,同样应用 Adhikary 模型进行皖南

反倾岩质边坡的稳定性分析计算。

计算结果显示,Adhikary 模型坡脚处的剩余不平衡力  $P_0 = -1\,532.18 \text{ kN} < 0$ ,说明边坡处于稳定状



态,该文改进模型计算的边坡稳定性系数为 0.827,边坡处于不稳定状态,而边坡实际已产生失稳破坏,表明 Adhikary 计算模型对边坡稳定性评价存在不足,基于该文改进模型的计算结果则与实际相符,同时改进模型计算结果显示边坡坡脚存在剪切滑移区( $j=10$ ),这也与刘海军的数值模拟结果相符。从工程实例计算结果可看出,该文方法对边坡弯曲倾倒分析计算较 Adhikary 模型具有更好的准确性。

5 参数分析与讨论

以上述皖南反倾板岩边坡为算例,研究岩层倾角、坡角、坡高、岩层厚度等对稳定性系数及滑动比例系数的影响。采用单因素分析法讨论参数敏感性,分析参数如表 2 所示。

表 2 分析参数表

岩层倾角 $\beta/(^{\circ})$	坡角 $\alpha/(^{\circ})$	坡高 $H/(m)$	岩层厚度 $b/m$
60,65,70	60,65,70	30,40,50,60, 0.5,1.0,2.0,	
75,80	75,80	80,100	4.0,8.0

5.1 岩层倾角对稳定性系数的影响

在研究岩层倾角对稳定性系数的影响时,保持边坡高度  $H=100\text{ m}$ ,岩层厚度  $b=2\text{ m}$  不变,计算结果如图 9 所示。

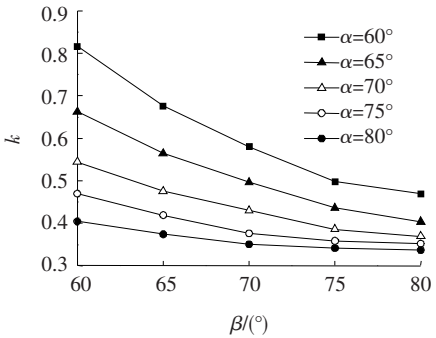


图 9 不同坡角下  $\beta-k$  关系曲线

由图 9 可见:在不同边坡坡角  $\alpha$  下,边坡稳定系数呈现随岩层倾角增大而不断降低的趋势。在边坡坡角  $\alpha$  较小时,岩层倾角变化对稳定系数的影响显著,而随着  $\alpha$  的增大,稳定性系数对岩层倾角的变化则没有那么敏感。

5.2 边坡坡角对稳定性系数的影响

在研究岩层倾角、边坡坡度对稳定性系数的影响时,保持边坡高度  $H=100\text{ m}$ ,岩层厚度  $b=2\text{ m}$  不变。分析不同岩层倾角下边坡坡角对稳定性系数的影响,

计算结果见图 10。

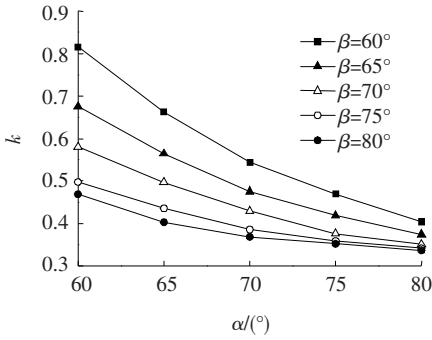


图 10 不同岩层倾角下  $\alpha-k$  关系曲线

由图 10 可见:边坡坡角对稳定性系数的影响与岩层倾角的影响相似,即稳定性系数随着边坡坡角的增大而降低,且当岩层倾角增大时,边坡坡角对稳定性系数的影响作用逐渐降低。对比图 9 和 10 也可看出:稳定性系数随坡角增加而降低的趋势明显大于随岩层倾角的变化,这也反映出,稳定性系数对坡角的变化比对岩层倾角的变化更敏感。

5.3 边坡高度对稳定性系数及滑动比例系数的影响

在分析坡高对稳定性系数及滑动比例系数的影响时,除坡高外,其他几何力学参数均采用表 1 所列计算参数,计算结果如图 11 所示。

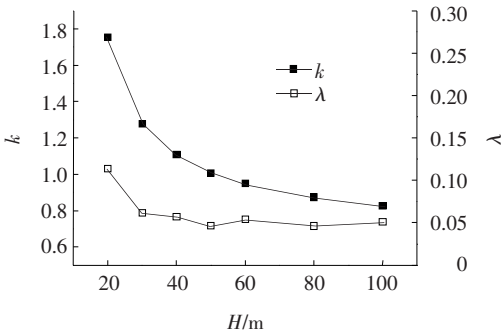


图 11 稳定性系数及滑动比例系数与坡高关系图

由图 11 可知:边坡稳定性系数与坡高呈现负指数相关,随坡高的增加稳定性系数不断降低,但随着坡高增大,滑动比例系数整体呈现降低的趋势,但幅度较小,这是因为边坡高度的增加并未实质改变边坡的整体结构,产生弯曲倾倒的岩层和剪切滑移的岩层同时增多,因此滑动比例系数基本保持在同一水平。边坡的滑动比例系数较小,近似为 0.04~0.11,表明潜在破裂面上的剪切滑移区范围只产生在坡脚很小的范围,此时边坡的主要破坏模式为弯曲倾倒破坏。

5.4 岩层厚度对稳定性系数及滑动比例系数的影响

在分析岩层厚度对稳定性系数及滑动比例系数的

影响时,除层厚外,其他几何力学参数均采用表 1 所列计算参数,计算结果如图 12 所示。

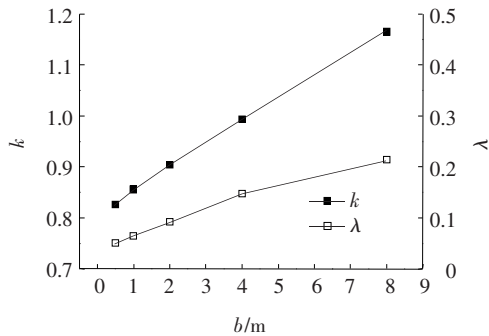


图 12 稳定性系数及滑动比例系数与岩层厚度关系图

由图 12 可见:稳定性系数随着岩层厚度的增加线性增长,说明岩层厚度越大,边坡越不易产生弯曲倾倒破坏。这是因为层厚增加导致岩层的抗弯刚度也随之增大,岩层抵抗弯曲折断的能力越强,因此越不易产生破坏。滑动比例系数也随着层厚增加近似呈线性增长,表明岩层厚度对剪切滑移区范围有较明显的影响。分析其原因,岩层抗弯折能力强,产生弯曲倾倒的岩层数减少,但层厚对岩体的抗剪切强度影响很小,因此导致了滑动比例系数的增长。这也表明,随着岩层厚度的增加,边坡的破坏模式由弯曲倾倒向弯曲倾倒—剪切滑移模式转变。

## 6 结论

(1) 反倾边坡坡脚附近的岩层抗折断强度强于抗剪切强度,更易产生剪切破坏,根据岩层破坏特征,可将弯曲倾倒边坡分为稳定区、弯曲倾倒区、剪切滑移区 3 个区域。

(2) 工程实例验证表明:未考虑坡脚剪切破坏的弯曲倾倒计算模型将导致稳定性评价结果的偏差,而该文改进模型的计算结果与实际贴合较好,对该类边坡的设计与施工具有一定的指导意义。

(3) 岩层倾角越陡、坡角越大的反倾边坡越容易产生弯曲倾倒破坏;岩层厚度增加时,坡脚剪切破坏的岩层范围随之不断扩大,而边坡高度对剪切区范围的影响较小。

## 参考文献:

[1] 程东幸,刘大安,丁恩保,等.层状反倾岩质边坡影响因素

及反倾条件分析[J].岩土工程学报,2005(11).

- [2] 徐佩华,陈剑平,黄润秋,等.锦屏 I 级水电站解放沟左岸边坡倾倒变形机制的 3D 数值模拟[J].煤田地质与勘探,2004(4).
- [3] 卢海峰.巴东组软岩边坡岩体工程特性及破坏机理研究[D].中国科学院研究生院(武汉岩土力学研究所)博士学位论文,2010.
- [4] 左保成,陈从新,刘小巍,等.反倾岩质边坡破坏机理模型试验研究[J].岩石力学与工程学报,2005(19).
- [5] 段百全,李小兵,代晓龙,等.沿德高速公路某反倾岩质滑坡形成机制与治理工程设计[J].中外公路,2017(S2).
- [6] Goodman R E. Toppling of Rock Slope [C]. Specialty Conference on Rock Engineering for Foundations and Slopes, 1976, 2: 201—234.
- [7] 陈祖煜,张建红,汪小刚.岩石边坡倾倒稳定分析的简化方法[J].岩土工程学报,1996(6).
- [8] Aydan O, Kawamoto T. The Stability of Slopes and Underground Opening Against Flexural Toppling and their Stabilization[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1992, 25(3): 143—165.
- [9] Adhikary DP, Dyskin AV, Jewell RJ, et al. A Study of the Mechanism of Flexural Toppling Failure of Rock Slopes [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1997, 30(2): 75—93.
- [10] Liu CH, Jaksa MB, Meyers AG. Improved Analytical Solution for Toppling Stability Analysis of Rock Slopes [J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2008, 45(8): 1 361—1 372.
- [11] Amini M, Majdi A, Aydan O. Stability Analysis and the Stabilisation of Flexural Toppling Failure[J]. Rock Mechanics and Rock Engineer, 2009, 42(5): 751—782.
- [12] Amini M, Majdi A, Veshadi MA. Stability Analysis of Rock Slopes Against Block—Flexure Toppling Failure [J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, 45(4): 519—532.
- [13] 吴昊,赵维,年廷凯,等.反倾层状岩质边坡倾倒破坏的离心模型试验研究[J].水利学报,2018(2).
- [14] 蔡跃,三谷泰浩,江崎哲郎.反倾层状岩体边坡稳定性的数值分析[J].岩石力学与工程学报,2008(12).
- [15] 陈从新,郑允,孙朝斌.岩质反倾边坡弯曲倾倒破坏分析方法研究[J].岩石力学与工程学报,2016(11).
- [16] 郑允,陈从新,刘秀敏,等.层状反倾边坡弯曲倾倒破坏计算方法探讨[J].岩石力学与工程学报,2015(S2).
- [17] 刘海军.皖南山区反倾板岩边坡倾倒变形机理研究[D].成都理工大学硕士学位论文,2012.