

地震荷载下超载边坡永久位移非线性分析

郭培玺^{1,2}, 李瑞园³

(1. 西京学院, 陕西 西安 710123; 2. 陕西省混凝土结构安全与耐久性重点实验室; 3. 广西大学 土木建筑工程学院)

摘要:针对以往分析中,抗拉强度通常在压缩状态下使用线性强度包络线外推得到,而真实土体的抗拉强度往往基于非线性破坏准则的现象,该文基于平面应变的对数螺旋旋转机,采用极限分析上限法对不同参数组合下的超载边坡进行非线性破坏分析,并将算法优化进行求解。以经典地震破坏案例为基础,采用刚性位移滑块法进行边坡永久位移的计算。研究结果表明:优化后的算法解决了先前计算中精度低、速度慢的缺陷;非线性破坏分析对于边坡临界加速度影响显著,超载作用则加剧临界加速度的折减;输入真实地震波计算永久位移,非线性强度准则下超载边坡滑落位移可达到线性条件下的4倍。因此对于超载边坡的非线性设计显得尤为重要。

关键词: 抗拉强度; 非线性破坏; 极限分析; 超载边坡; 永久位移

1 前言

滑坡是自然界中最危险的地质灾害之一,在地震力作用下往往呈现出数量大、分布广的特点。滑坡易导致诸如河流堵塞,交通瘫痪,通讯中断等严重破坏,对人类生命和财产安全威胁巨大。当前分析地震边坡稳定性时存在众多指标,如临界高度、安全系数、永久位移以及临界加速度等。临界高度、安全系数可结合拟静力法计算求得,但只能在固定某时刻判断边坡的稳定性,而未对地震作用的动态过程进行分析。Newmark在刚塑性滑块模型的基础上,提出使用边坡的致滑距离(即永久位移)代替安全系数来评估地震边坡的稳定性;Cai、Chang、You、He等将岩土工程试验结合Newmark的滑块模型,以实际地震破坏信息计算边坡的永久位移。

然而当前评估边坡稳定性时,很少有研究者考虑土工材料的非线性特性对永久位移的影响。先前研究中往往使用线性Mohr-Coulomb(文中称M-C)强度包络线来评估边坡安全性。线性包络线中抗剪强度由黏聚力 c 和内摩擦角 φ 来预测,而抗拉强度通常在压缩状态下外推得到,所以并不是真实的抗拉强度。Duncan和Wright指出,边坡稳定性分析时,可以通过两种方法来分析后缘的拉伸区:①对岩土体的拉伸区

域进行削弱或者去除;②在边坡的拉伸区引入裂缝进行分析。对于引入裂缝的分析,Michalowski将裂缝形成过程与能量耗散结合进行分析,结果显示对于较为缓和的边坡,裂缝的影响并不显著,而对于高陡边坡或受孔隙水压力影响较大的边坡,裂缝的存在使得影响尤为显著。而Utili对预设裂缝的形态、区域及其影响程度进行了深入的研究,尤其针对平面应变状态下的边坡,详细研究了裂缝存在位置与最大深度对综合稳定性的影响。但是当前针对岩土体抗拉强度的非线性分析,即考虑对抗拉强度的折减,学者们主要根据变分法或极限分析法来进行研究。近年来,因概念清晰、计算效率高,极限分析定理不断被广泛运用于评估坡体的整体稳定性。

尽管当前不断有学者对非线性破坏准则下的边坡进行分析,但大多数研究偏向于静态的稳定性分析或动态拟静力分析,对于地震作用下的动态全过程分析尚且缺乏。特别注意的是,当前的研究主要针对坡顶面无荷载破坏的状态,对超载边坡的讨论非常缺乏。如铁路与高速公路的人工开挖边坡常常呈现出超载边坡形态。坡顶超载作用显著增加了边坡的重力,使失稳下滑的风险增加。而超载作用的存在方式如果是顶部建筑物或者工程施工现场,更会造成不可预估的损失。关于超载边坡的分析,蒋青青等对边坡的剪胀效应进行了研究;张媛等对超载边坡的失稳及其破坏形

收稿日期:2020-09-10(修改稿)

基金项目:国家自然科学基金资助项目(编号:51268003)

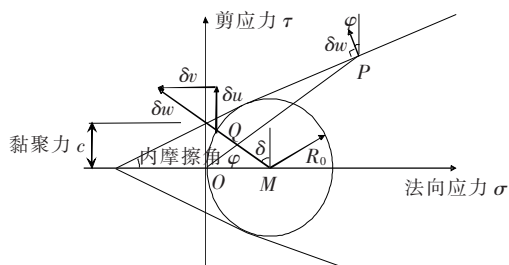
作者简介:郭培玺,男,博士,高级工程师,1473657468@qq.com

态的转换进行了研究。但当前对于超载边坡在动荷载下的动态破坏全过程非线性分析还未有讨论。该文在前人研究的基础上,采用非线性破坏准则对超载边坡的永久位移进行分析,首先通过极限分析法建立超载边坡临界破坏形态以及功能方程;优化算法,采用随机搜索法与二次序列规划程序结合求解边坡临界加速度;最后输入实测地震波,对比不同程度的超载系数以及非线性系数对于边坡稳定性的影响。

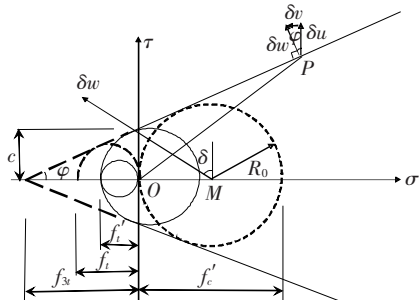
2 理论方法

2.1 非线性破坏准则

当前大多数边坡的稳定性分析主要采用线性 M-C 准则。土体抗拉强度并不是通过试验得到,而是通过压缩状态的外推直接得到。采用 M-C 屈服准则并不能真实地反映土体的抗拉强度,从而不能精确地计算出边坡稳定性的评估结果。大量的试验结果也显示,应采用非线性破坏准则对岩土体进行分析。DRUCKER 等首次对拉伸区优化 M-C 准则,对边坡进行非线性分析;郭诗惠等对非线性破坏准则下土体剪胀性进行分析。如图(1)所示,M-C 函数可以表示为直线与圆弧部分的组合。在 M-C 标准中,三轴抗拉强度 $f_{3t} = c / \tan \varphi$,而单轴抗拉强度 $f_t = 2c \cos \varphi / (1 + \sin \varphi)$ 。当考虑拉伸折减时,牵引矢量从直线变化为圆弧,且非线性部分的剪胀角 δ 从 φ 变化到 $\pi/2$,其中



(a) 经典 M-C 包络线



(b) 土体受张拉折减作用包络线

图 1 土体强度包络线

$\delta = \varphi$ 时表示线性 M-C 屈服准则。为了量化折减后抗拉强度的作用,采用非线性折减系数 ξ 对抗拉强度进行表示,折减后的抗拉强度为:

$$f_t' = \xi f_t = \xi \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (1)$$

式中: ξ 的取值范围为 $0 \sim 1$,当 $\xi = 1$ 时为线性 M-C 屈服准则,当 $\xi = 0$ 时表示土体完全受张拉折减的状态,即土体的抗拉强度等于 0,如图 1(b)所示。

采用修改后的非线性屈服准则结合 Michalowski 在极限分析法中得出的抗拉强度功耗散表达式,可表示为:

$$d_c = \left(f_c \frac{1 - \sin \delta}{2} + \xi f_t \frac{\sin \delta - \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) [v] \quad (2)$$

式中: f_c 为 M-C 准则中的单轴抗压强度,大小为 $f_c = 2c \cos \varphi / (1 - \sin \varphi)$; v 为为剪切面速度矢量。

2.2 旋转破坏机制以及计算模式

采用极限分析的运动学方法,运动学容许破坏机制为对数螺旋线。图 2 为在破坏边缘处承受拟静力地震荷载的均质边坡模型。边坡的倾角为 β ,坡高为 H ,土体内摩擦角为 φ ,黏聚力为 c ,重度为 γ 。

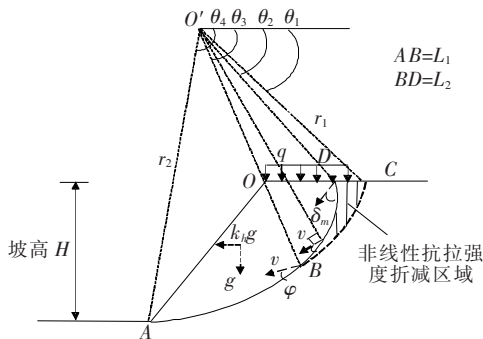


图 2 考虑抗拉强度折减的边坡破坏模式

使用拟静力方法可以获得边坡的临界加速度和相应的临界滑动面。滑动体 ABDO 以 O' 为中心沿着穿过坡趾的曲线 ABD 旋转。对数螺旋线 DB 表示为:

$$r = r_1 e^{(\theta - \theta_1) \tan \varphi} \quad (3)$$

式中: r_1 和 θ_1 分别为对数螺旋线起始点 C 到旋转中心距离 CO' 和 CO' 与水平参考线的夹角(图 2); θ_4 为对数螺旋线终止点到旋转中心的连线与水平参考线的夹角。曲线 BD 部分为抗拉强度起作用的滑移面,由剪胀角变化修正的对数螺旋线可以表示为:

$$r = r_m e^{\int_{\theta_2}^{\theta} \tan \delta d\theta} \quad (4)$$

式中: r_m 为图 2 中 DO' 长度; θ_2 为 DO' 与水平参考线的夹角; θ_3 为 BO' 与水平参考线的夹角; δ 为剪胀角,而采用线性分布处理 δ 也被证实是可以的, δ 的分布

形式可表示为:

$$\delta(\theta) = \delta_m - \frac{\delta_m - \varphi}{\theta_3 - \theta_2}(\theta - \theta_2) \quad (5)$$

根据极限分析上限定理(下称 UB),将内外做功相平衡即可获取平衡方程:

$$W_r + W_s + W_q = D \quad (6)$$

式中: W_r 为土体重力产生的能量耗散; W_s 为拟静力作用下土体产生的功率,其中地震力系数为 K ; W_q 为超载部分功率; D 为滑体 $ABDO$ 的内能耗散率。外部工作功率 W_r 和 W_s 可表示为块体 ACO 的功率减去块体 BCD 的功率,具体可表示为:

$$W_r = W_{r1} - W_{r2} - W_{r3} - (W_{r4} - W_{r5} - W_{r6}) = \gamma w r_1^3 f_w \quad (7)$$

$$W_s = W_{s1} - W_{s2} - W_{s3} - (W_{s4} - W_{s5} - W_{s6}) = k \gamma w r_1^3 f_s \quad (8)$$

$$W_q = q_t f_q \quad (9)$$

式中: W_{r1} 、 W_{s1} 中下标 1~6 分别为图 2 中 $O'CA$ 、 COO' 、 AOO' 、 BCO' 、 CDO' 、 BDO' 的能量耗散功率或者拟静力能耗,其中 f_w 与 f_s 均为包含变量 β 、 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 的函数方程。分析超载部分功率时,引入超载系数 q_t ; f_q 为超载函数。根据主应变率,由拉伸折减区域产生的内部能量耗散为 $c w r_1^3 f_{dc}$,则整个滑裂面的做功可表示为:

$$D = D_{DB} + D_{AB} = c w r_1^2 f_d + c w r_1^2 f_{dc} \quad (10)$$

式中: f_d 为包含变量 θ_3 、 θ_4 、 φ 的函数; f_{dc} 为包含变量 θ_2 、 θ_3 、 φ 的函数。详细的关于 f_w 、 f_s 、 f_d 、 f_{dc} 以及 f_q 的表达式可参考文献[9]、[10]。

将上述公式整理,即可得到临界加速度 K_c 的表达式:

$$K_c = [1/(2 \tan \varphi) \times H/r_1 \times c/(\gamma H) \times (D_{DB} + D_{AB}) - (f_1 - f_2 - f_3 - t_1 + t_2 + t_3 + q_t \times f_q)] / (f_{1s} - f_{2s} - f_{3s} - f_{4s} + f_{5s} + f_{6s}) \quad (11)$$

式中: θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 以及 $c/(\gamma H)$ 、 β 和 φ 等参数均为临界加速度 K_c 的变量,基于上述变量可搜索 K_c 的最小值。

2.3 优化计算

为满足上述几何条件,计算临界加速度 K_c 时需要对各类参数进行一定的限制:

$$0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4 < \pi \quad (12)$$

其中 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 、 θ_4 的取值在上节已经介绍,在上述限定的基础上,采用优化算法来进行临界加速度的求解,传统的算法,如遍历法等往往存在以下不足:计算效率低、结果精度不高等。为解决先前算法的不足,

该文采用随机搜索法(Monte Carlo)和非序列二次优化法(SQP)进行组合求解,即预先采用随机搜索法进行初值区间的确定,再采用随机搜索法进行精确求解,计算效率显著提高。

3 临界加速度结果展示

针对不同程度的超载边坡进行稳定性分析,考虑超载系数 $q_t = 0 \sim 0.3$,坡脚 $\beta = 30^\circ \sim 90^\circ$,内摩擦角 $\varphi = 10^\circ \sim 30^\circ$, $c/(\gamma H) = 0.1 \sim 0.25$,以及非线性系数 $\xi = 0 \sim 1$ 的破坏工况,其结果见图 3~5。

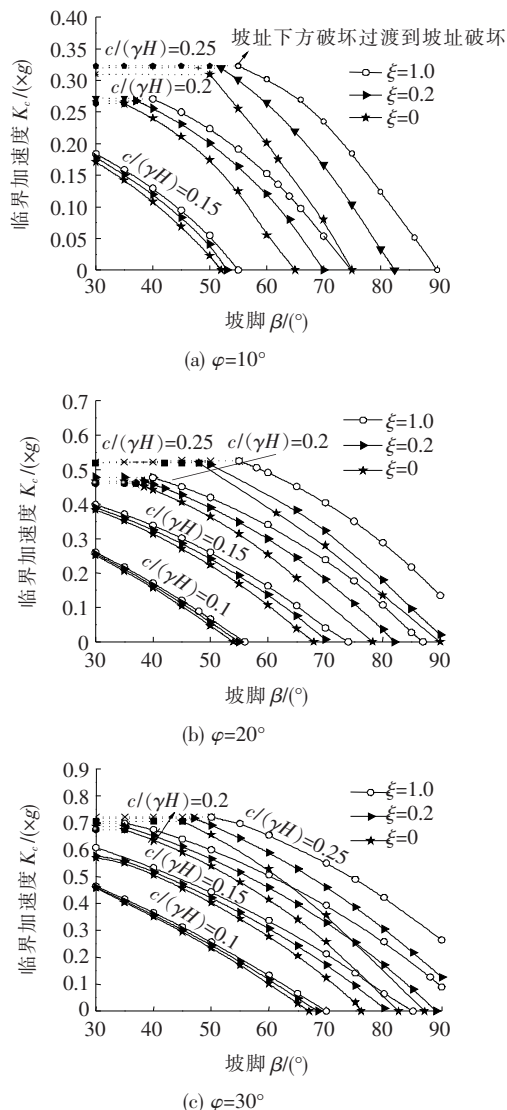
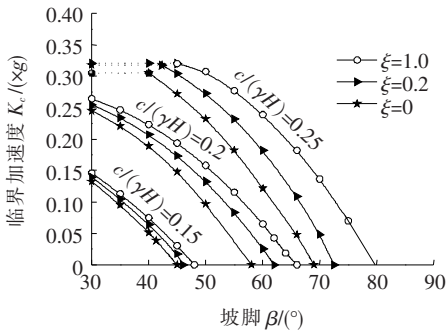
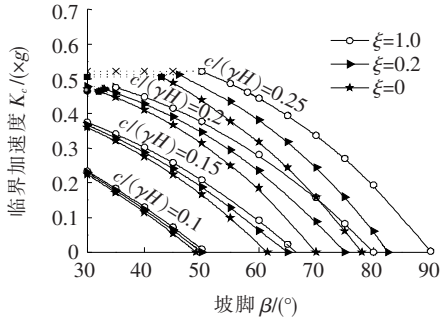


图 3 考虑超载系数 $q_t = 0.1$ 时边坡临界加速度

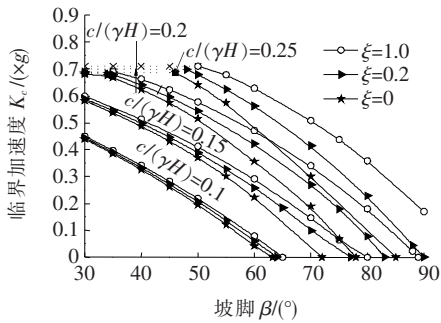
图 3~5 中上部结点部分表示过坡址下方的破坏,其余部分线条表示过坡址的破坏,以图中圆点为过坡址破坏为摩擦土体的特征,而当内摩擦角较



(a) $\varphi=10^\circ$

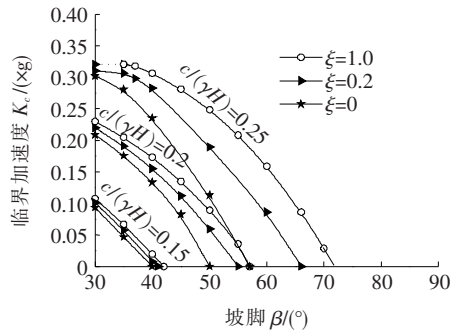


(b) $\varphi=20^\circ$

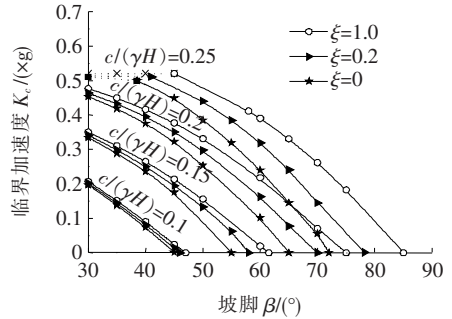


(c) $\varphi=30^\circ$

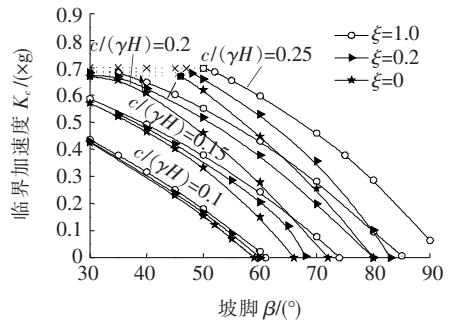
图 4 考虑超载系数 $q_t=0.2$ 时边坡临界加速度



(a) $\varphi=10^\circ$



(b) $\varphi=20^\circ$



(c) $\varphi=30^\circ$

图 5 考虑超载系数 $q_t=0.3$ 时边坡临界加速度

小时,对于坡脚较为缓和的边坡,则更容易发生过坡址下方的破坏。但考虑地震荷载影响时,对于内摩擦角更大的边坡易发生过坡址的破坏。如图 3~5 所示,考虑非线性的破坏准则分析,即对抗拉强度的折减,边坡的临界加速度下降迅速,而针对内摩擦角较小、坡度较大的边坡,更易发生破坏。考虑超载作用则会加速临界加速度的折减。图中 $\xi=1$ 表示线性 M-C 屈服分析结果,该文将图 3 中 $\xi=1$ 结果与经典结果以及有限元软件 Optum-G2 进行了验证,验证结果良好。

4 永久位移分析

基于极限分析理论基础,采用具有旋转破坏面的边坡永久位移机制(图 6)进行分析。图 6 中,实线为

原滑坡体,受到超载作用以及地震荷载作用时,可能滑落到虚线部分,而水平滑动距离为 u_x 。采用 Newmark 模型结合极限分析进行分析,旋转角加速度为:

$$\ddot{\theta} = \frac{\gamma r_1^3}{Gl^2} (k - k_c) (f_{1s} - f_{2s} - f_{3s} - f_{4s} + f_{5s} + f_{6s}) \quad (13)$$

式中: G 为实线滑块的重力; l 为滑块旋转中心 O' 到滑块重心的距离。

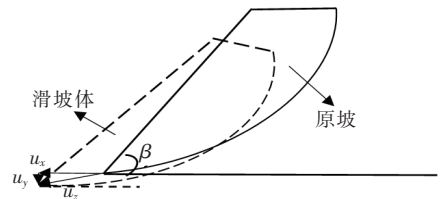


图 6 非线性破坏分析下的边坡旋转机制

式(13)的二重积分 u_x 为:

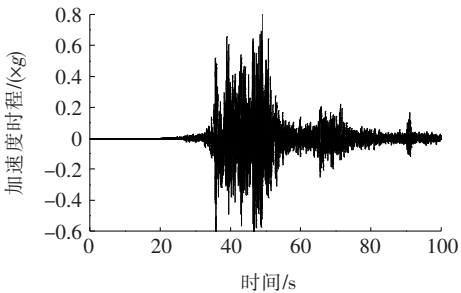
$$u_x = r_2 \sin \theta_1 \int_t \int_t \ddot{\theta} dt dt \tag{14}$$

将不同程度的超载边坡进行非线性位移分析,该文选取两条经典地震波进行分析,分别为 2008 年中国

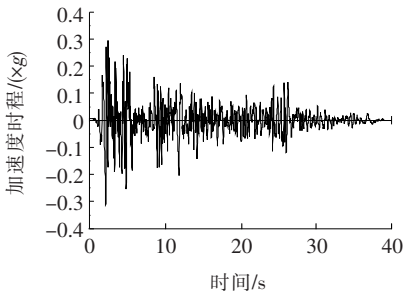
汶川地震 Lamont 375 台站记录的地震波以及 1940 年美国 El Centro Array 台站记录的 Imperial Valley 地震波,详细的参数信息见表 1,图 7 为详细的波形图。为进行全面分析,选取破坏工况为 $c/(\gamma H)=0.15, \beta=55^{\circ}, \varphi=30^{\circ}$ 。

表 1 地震样本主要特征

地震	时间	记录台站	震级/级	PGA/(×g)	间隔区间/s
汶川地震	2008—05—12	Lamont 375	8.00	0.841	0.005
Imperial Valley 地震	1940—05—19	El Centro Array	6.95	0.313	0.010



(a) 汶川地震

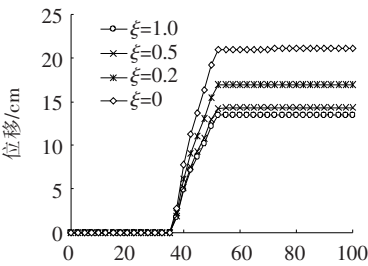


(b) Imperial Valley 地震

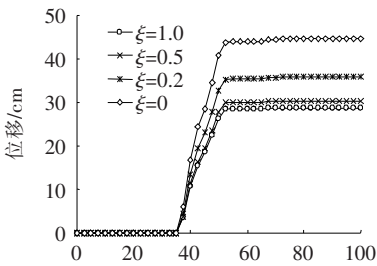
图 7 选取地震动加速度—时程曲线

图 8、9 为超载边坡在不同程度非线性系数下的永久位移。由图 8、9 可得:考虑非线性系数的影响,将对边坡永久位移产生超过 2 倍的影响,如 Imperial Valley

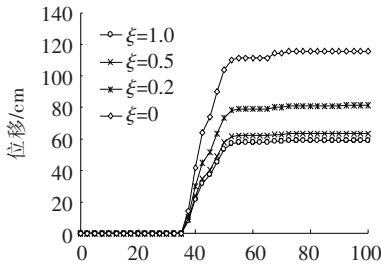
地震,边坡在 M—C 准则和考虑非线性系数 $\xi=0$ 时产生的位移分别为 0.075 与 0.28 m,相差近 4 倍。图 10 为非线性系数与超载边坡永久位移分布关系。



(a) $q_r=0.1$

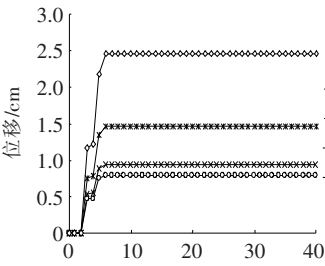


(b) $q_r=0.2$

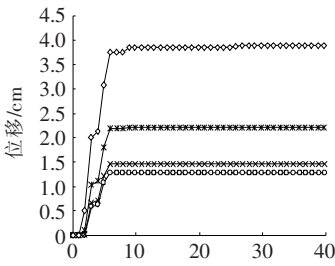


(c) $q_r=0.3$

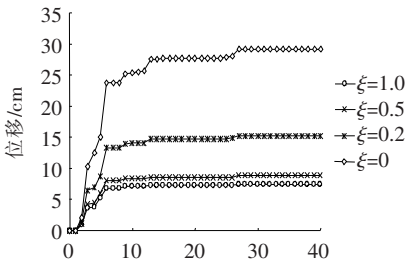
图 8 非线性准则下的超载边坡永久位移(汶川地震)



(a) $q_r=0.1$



(b) $q_r=0.2$



(c) $q_r=0.3$

图 9 非线性准则下的超载边坡永久位移(Imperial Valley 地震)

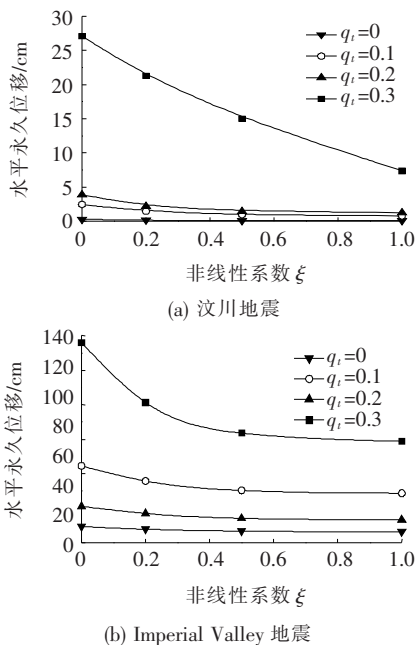


图 10 非线性系数与超载边坡永久位移分布关系

由图 10 可得:当非线性系数 ξ 取 0.4~1.0 时,非线性准则对于边坡永久位移影响并不明显,而当 ξ 逼近 0 时,边坡永久位移迅速增加,影响显著。图 9 显示,考虑超载作用对于边坡永久位移的折减程度显著大于非超载边坡。

5 结论

该文提出了地震荷载作用下极限分析的运动学方法,并结合参数进行全过程动态分析,计算了非线性破坏准则下超载边坡的临界加速度以及永久位移。为了获取最小的上界结果,使用了 Monte-Carlo 与 SQP 综合优化分析,并利用文献资料中的经典解以及有限元软件 Optum-G2 对该方法进行了数值验证,所有结果均以图表表示,结果显示:

(1) 优化算法后,计算速度、精度均显著提高,解决了先前计算中的不足。

(2) 非线性系数 ξ 对于临界加速度 K_c 的影响显著,考虑超载作用则会增加该影响,如针对 $c/(\gamma H) = 0.15, \beta = 55^\circ, \varphi = 30^\circ$ 的边坡,不考虑超载作用时,线性与非线性准则($\xi = 0$)下边坡临界加速度分别为 $0.242g$ 与 $0.219g$,折减 10%,而考虑超载作用时($q_i = 0.3$),临界加速度分别为 $0.105g$ 与 $0.069g$,折减达到了 34%。

(3) Newmark 法计算永久位移结果显示,考虑非线性破坏准则时,边坡产生的永久位移将超过 M-C 准则下两倍之多,同样超载系数的存在会显著提高不

利影响。

参考文献:

- [1] KEEFER D K. Statistical Analysis of Anearthquake-Induced Landslide Distribution—The 1989 Loma Prieta, California Event[J]. Engineering Geology, 2000, 58(3-4): 231-249.
- [2] NEWMARK N M. Effects of Earthquakes on Dams and Embankments[J]. Geotechnique, 1965, 15(2): 139-160.
- [3] AMBRASEYES N N. A Note on the Response of an Elastic Overburden of Varying Rigidity to an Arbitrary Ground Motion[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1959, 49(3): 211-220.
- [4] CAI Z, BATHURST R J. Deterministic Sliding Block Methods for Estimating Seismic Displacements of Earth Structures[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1996, 15(4): 255-268.
- [5] CHANG C J, CHEN W F, YAO J T. Seismic Displacements in Slopes by Limit Analysis[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, 110(7): 860-874.
- [6] YOU L Z, MICHALOWSKI R L. Displacement Charts for Slopes Subjected to Seismic Loads[J]. Comput Geotech, 1999, 25(1): 45-55.
- [7] HE Y, LIU Y, HAZARIKA H, et al. Stability Analysis of Seismic Slopes with Tensile Strength Cut-Off[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 112: 245-256.
- [8] DUNCAN J M, WRIGHT S G. Soil Strength and Slope Stability[M]. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons, 2005.
- [9] MICHALOWSKI R L. Stability Assessment of Slopes with Cracks Using Limit Analysis[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2013, 50(10): 1011-1021.
- [10] UTILI S. Investigation by Limit Analysis on the Stability of Slopes with Cracks[J]. Geotechnique, 2013, 63(2): 140-154.
- [11] 蒋青青, 陈占锋, 赖伟明, 等. 考虑坡顶超载情况下的边坡剪胀效应分析[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2009(2).
- [12] 张媛, 李荣建, 李锦, 等. 超载作用下土质边坡失稳与破坏模式分析[J]. 西安理工大学学报, 2015(3).
- [13] DRUCKER D C, PRAGER W. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design[J]. Quarterly of Applied Mathematics, 1952, 10(2): 157-165.
- [14] 郭诗惠, 刘炳. 非线性破坏准则下土体剪胀性对地震主动土压力的影响[J]. 中外公路, 2019(2).
- [15] MICHALOWSKI R L. Stability of Intact Slopes with Tensile Strength Cut-Off[J]. Géotechnique, 2017, 67(8): 720-727.
- [16] CHEN W F, LIU X L. Limit Analysis in Soil Mechanics [M]. Amsterdam: Elsevier Science, 1990.