

# 一种基于元模型的桥梁静动力有限元模型修正方法

于振刚<sup>1</sup>,李岩<sup>2\*</sup>,钟以琛<sup>2</sup>

(1. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710065; 2. 哈尔滨工业大学 交通科学与工程学院)

**摘要:**针对大型桥梁静动力有限元模型修正问题,提出一种基于元模型的修正方法。首先,对桥梁结构进行子结构划分,并利用人工神经网络算法建立修正参数与结构静、动力特性的关系模型(元模型);其次,分别以桥梁静动力测试结果作为有限元模型修正的优化目标,将桥梁静动力有限元模型修正问题转化为多目标优化问题,从而克服了采用单目标优化时,结构静力特性与动力特性目标之间的权值难以选择的问题;再次,通过元模型建立及多目标优化的方法进行结构有限元模型的修正。最后,利用一座钢管混凝土拱桥的静动力试验实测结果,对所提模型修正方法的适用性进行验证。结果表明:该方法具有较好的精度和适用性,可作为大型桥梁结构静动力有限元模型修正的一种实用方法。

**关键词:**桥梁工程;有限元模型修正;元模型;多目标优化;静动力试验

桥梁健康监测与安全评估是对在役桥梁结构进行状态诊断、评定、修复结构损伤的有效手段,而有限元模型修正技术可为实际桥梁提供一个精确的基准有限元模型,为结构运营安全监测与评价提供基础。因此,有限元模型修正是桥梁健康监测技术的核心内容之一。利用实测的静动力试验数据,进行桥梁初始有限元模型的修正问题,通常最终可转化为优化问题。如何有效提高求解大型桥梁有限元模型修正问题的计算效率,建立合理的优化目标函数对有限元模型修正的成功与否至关重要。元模型(Meta-Model)能够反映结构参数和模型特性之间的函数关系,提供模型快速计算的解决方案。付波基于响应面法构建有限元模型的数学模型(元模型),对一座混凝土连续刚构桥进行模型修正;包龙生采用BP神经网络建立了一座跨铁路桥梁的元模型,优化了该桥的有限元模型。该文提出利用元模型结合子结构的方法用于修正实际桥梁结构有限元模型。相对于传统模型修正,该方法将桥梁结构划分为不同的子结构,缩减结构有限元自由度规模,从而克服大型结构的静动力有限元分析无法实现的问题;利用元模型建立模型修正参数与结构静动力特性的关系模型,避免每次优化迭代(模型修正计算)进行有限元计算,进而有效提高求解大型桥梁有限元

模型修正的计算效率。此外,该方法利用结构静动力的测试结果分别构建单目标优化函数,将桥梁有限元结构静动力有限元模型修正转化为多目标优化问题,从而克服采用单目标优化时,静力与动力优化目标间权值难以确定的问题。

## 1 基于元模型的有限元模型修正算法

### 1.1 基于子结构的桥梁结构静动力元模型

#### 1.1.1 一种基于子结构的静动力有限元分析方法

通过将结构进行子结构划分,采用模态综合技术对大型结构进行拟静力和动力分析是一种有效手段。因此,该文首先采用一种模态综合方法实现对大型桥梁结构的拟静力和动力有限元分析。

如图1所示,将一个结构整体划分成3个不同的分解结构(即图1中的A、B、C),以序号1、3、5代表其

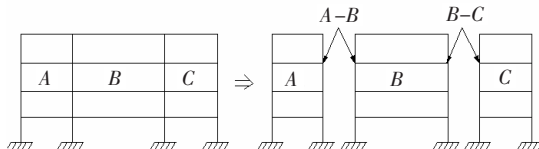


图1 结构整体及分解模型

收稿日期:2020-05-25(修改稿)

基金项目:国家重点研发计划项目(编号:2018YFE0207100);黑龙江省自然科学基金资助项目(编号:LH2019E049);山东省住建厅科技计划项目(编号:2019-k4-1)

作者简介:于振刚,男,硕士,高级工程师。E-mail:190808802@qq.com

\* 通信作者:李岩,男,博士,副教授。E-mail:liyan2011@hit.edu.cn

内部自由度,而序号 2、4 代表其分割面上的自由度,则该结构的刚度、质量矩阵可定义为:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & 0 & 0 \\ 0 & K_{32} & K_{33} & K_{34} & 0 \\ 0 & 0 & K_{43} & K_{44} & K_{45} \\ 0 & 0 & 0 & K_{54} & K_{55} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & 0 & 0 \\ 0 & M_{32} & M_{33} & M_{34} & 0 \\ 0 & 0 & M_{43} & M_{44} & M_{45} \\ 0 & 0 & 0 & M_{54} & M_{55} \end{bmatrix} \quad (2)$$

利用该文所采用的模态综合算法,缩减后结构的整体特征方程为:

$$T^T K T \eta = \Lambda T^T M T \eta \quad (3)$$

式中:  $\eta$  为缩聚模型的模态坐标矩阵;  $T$  为模态坐标与原整体坐标之间的转换矩阵,即:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \\ \eta_5 \end{bmatrix} = T \eta \quad (4)$$

式中:转换矩阵  $T$  的表达式为:

$$T = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_1^{AB} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_2^{AB} & 0 \\ 0 & \Phi_3 & 0 & \Phi_3^{AB} & \Phi_3^{BC} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_4^{BC} \\ 0 & 0 & \Phi_5 & 0 & \Phi_5^{BC} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $\Lambda_i$ 、 $\Phi_i$  分别为第  $i$  个子结构的特征值、特征向量矩阵;  $\Phi_i^{AB}$ 、 $\Phi_i^{BC}$  分别为界面  $AB$ 、 $BC$  的界面位移。

### 1.1.2 基于子结构的桥梁结构静动力元模型

元模型方法用于建立输入数据与输出结果之间的关系模型,而建立上述关系模型的方法有很多,该文采用人工神经网络方法建立修正参数与桥梁结构静动力特性之间的关系模型。首先,在修正参数的取值区间内,利用 Monte-Carlo 数值模拟建立修正参数样本集,并将该样本集作为神经网络的输入样本集;其次,利用上节的桥梁结构静动力有限元分析方法,得到不同输入样本下结构静动力特性的样本集,该样本集即为输出样本集;最后,通过输入、输出样本集,采用神经网络训练即可建立有限元模型修正参数与结构静动力特性的关系模型。

### 1.2 多目标优化函数的建立

首先引入多目标问题的相关概念,其与单目标优化最主要的区别在于前者的优化目标为向量而不是标量,其目标函数的形式如下:

$$F(x) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_i(x), \dots, f_n(x)\} \\ \text{s. t. } g(x) \leq \{0\} \quad x \in [x_{\min}, x_{\max}] \quad (6)$$

式中:  $x$  为各个待优化目标向量;  $n$  为待优化目标向量的数目;  $f_i(x)$  为第  $i$  个待优化目标向量函数;  $g(x)$  为约束条件。

在优化过程中,最理想的优化结果是使目标函数  $F(x)$  中各项待优化目标函数均达到最优解,但各分项的最优解往往相互制约,难以同时满足。因此只能退而求其次,在约束条件内,得到一组非劣解(Pareto 解集)。

针对桥梁结构静动力有限元模型修正的多目标优化问题,建立如下目标函数:

$$F(x) = \{f_{s1}(x), \dots, f_{sp}(x), f_{d1}(x), \dots, f_{dq}(x)\} \\ \text{s. t. } x \in [x_{\min}, x_{\max}] \quad (7)$$

式中:  $f_s(x)$ 、 $f_d(x)$  分别为由结构测试静力、动力特性构成的单目标优化函数;  $p$ 、 $q$  分别为静力、动力测试分量的数目(如静力分量包括测点的位移、应力、应变,动力分量为结构的模态参数等)。

式(7)中各单目标函数采用各分量加权的形式:

$$f(x) = \sum_{k=1}^r w_k \frac{\bar{\xi}_{ak} - \xi_{ek}}{\bar{\xi}_{ek}} \quad (8)$$

式中:  $w_k$  为各分量的权子;  $r$  为测点的数目;  $\xi_{ak}$ 、 $\xi_{ek}$  分别为理论分析、测试得到的结构第  $k$  个测点的静力、动力特性。

为了考虑测试结果的不确定性对修正后结构模型的影响,将静力、动力单目标函数采用各分量残差加权的形式。现以某测点的测试位移为例,具体说明各单目标函数的构成。假设测试过程中,对  $r$  个测点进行了  $t$  次位移测试,则有每个测点的测试样本  $\{\xi_{ek}^1, \xi_{ek}^2, \dots, \xi_{ek}^t\}$  ( $k=1, 2, \dots, r$ ),那么由测试位移构成的单目标为:

$$f(x) = \sum_{k=1}^r \frac{1}{\sigma_k} \frac{\bar{\xi}_{ak} - \bar{\xi}_{ek}}{\bar{\xi}_{ek}} \quad (i=1, 2, \dots, t) \quad (9)$$

式中:  $\bar{\xi}_{ek}$ 、 $\sigma_k$  分别为第  $k$  个测点样本的均值、均方差,即权子为测试样本均方差的倒数。

式(9)中权子的形式用来衡量各测点测试结果的不确定性,各测点测试结果的不确定性越大,其权子越

小(即该分量离散性越大,不同的分量值都可能对应同一个目标结果,与目标函数相关性较弱),而修正的目标采用统计均值也进一步为测试误差留有一定的出口,从而保证修正后模型更能准确反映桥梁结构的真实状态。

1.3 算法的整体流程

模型修正算法整体流程如图 2 所示。

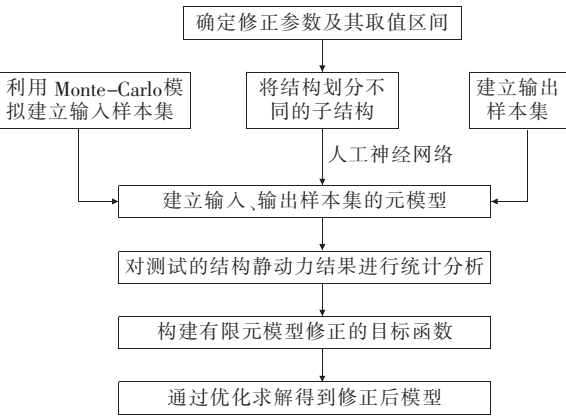


图 2 算法整体流程

2 钢管混凝土拱桥有限元模型修正

2.1 工程概况

选取北京市潮白河大桥作为研究对象,其主桥为(36+108+36) m 中承飞燕式钢管混凝土系杆拱桥。拱肋主截面为哑铃形断面,而靠近连接墩 9.96 m 范围内为矩形截面。共设置系杆 12 束,每个拱肋处配置 6 束。吊杆 9 对,主桥全宽为 27.0 m,按双向四车道布置,两侧各设 1.5 m 宽人行道。桥面板结构形式为钢筋混凝土空心板;主桥主墩采取重力式墩身结构,基础形式为钻孔灌注桩。大桥的整体外观如图 3 所示。

2.2 模型分析与实测结果

采用有限元分析软件 Ansys 建立该桥梁结构的有限元模型。其中钢管混凝土拱肋采用统一理论的方法模拟,视钢管和混凝土为统一的材料,在本构关系中包含了钢管对混凝土的紧箍力作用等效应,采用空间梁单元 Beam189 进行模拟;横撑、斜撑、纵横梁均采用三维梁单元 Beam44 模拟;吊杆和系杆采用只受拉不受压的杆单元 Link10 模拟;桥面 T 形预制板采用三维梁单元 Beam44 模拟,桥面板采用壳单元 Shell63 模拟;边拱压重采用质量单元 Mass21 处理,拱上立柱采用梁单元模拟,边界条件按照桩基基底固结,边拱端横梁简支处理。模型详细参数见文献[10],在此不赘述。

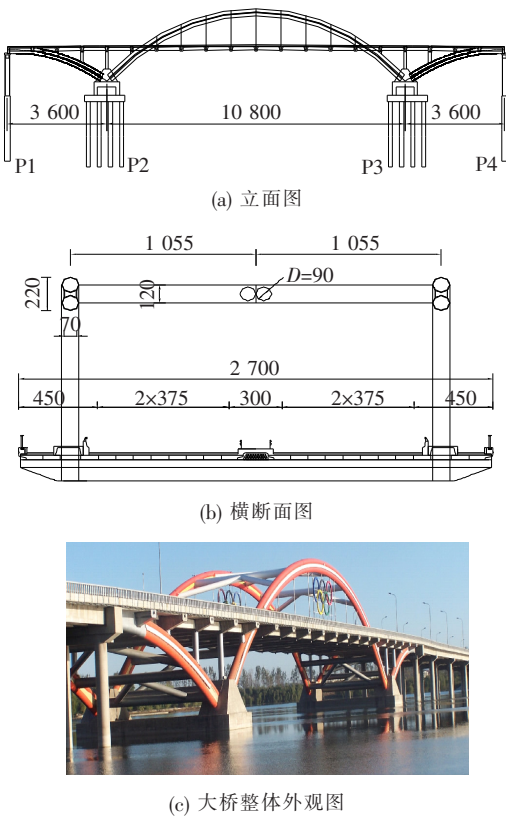


图 3 桥梁布置图和整体外观(单位:cm)

对该桥梁结构进行了全桥静动力测试,测点布置如图 4 所示。

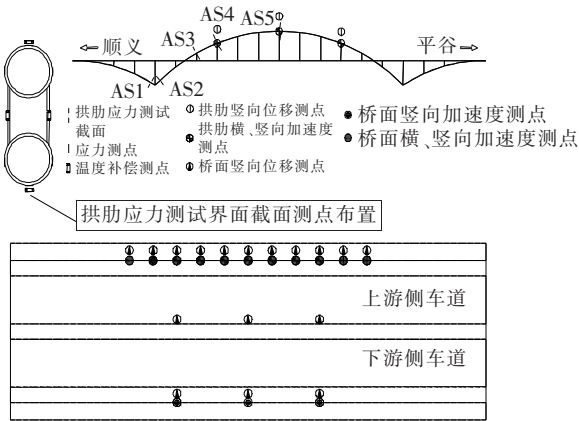


图 4 测点布置

试验车辆选取 FAW 解放型重载汽车,车辆参数详见文献[10]。其中,静载试验采用 4 辆 36 t 试验车,分别加载于拱肋 1/4 跨和跨中附近,作为拱肋 1/4 跨(工况 1)和跨中最大正弯矩(工况 2)两个代表性试验工况,部分位移测试结果如表 1 所示。动力试验进行了环境激励试验和跑车试验,采用 FDD 法和 ERA 算法对测试加速度响应进行了模态参数识别,得到大桥的动力特性如表 2 所示。试验测试中,分别对静动

力试验各进行了多组测试,其方差统计结果亦示于表 1、2 中。

表 1 静力试验位移测试结果

测试次数/次	桥面跨中/mm		拱顶/mm	L/4 拱肋/mm	
	工况 1	工况 2	工况 2	工况 1	工况 2
1	-15.90	-16.00	-15.20	-14.50	5.20
2	-14.10	-13.00	-12.70	-14.20	5.30
3	-13.80	-17.30	-14.50	-13.40	5.40
4	-12.50	-17.70	-14.40	-15.40	4.10
5	-14.50	-14.30	-14.50	-12.50	4.90
6	-11.60	-19.80	-13.90	-18.60	5.00
7	-15.30	-19.80	-16.40	-13.50	4.10
8	-16.90	-16.90	-11.20	-14.10	4.30
均值	-14.34	-16.85	-14.11	-14.52	4.81
方差	1.75	2.41	1.55	1.86	0.54
计算值	-17.00	-21.30	-15.50	-18.90	5.30
误差/%	18.60	26.40	9.90	30.20	10.30

由表 1、2 可知:该桥梁结构的解析计算结果与实测结果具有较大的差异,需要对该桥梁结构进行有限元模型修正。

2.3 结构有限元模型修正

2.3.1 确定修正参数

有限元模型修正参数选择,采取工程经验与灵敏度分析相结合的方法。对于该桥梁结构,部分结构几何参数,可较精确地测量得到;主拱、边拱的边界条件也可较好地控制在理想化状态,且在大桥加固改造施

表 2 结构实测频率与计算频率结果比较

测试次数/次	不同模态阶次(次)频率/Hz					
	1	2	3	4	5	6
1	0.52	0.63	1.09	1.32	1.65	1.84
2	0.67	0.84	1.17	1.38	1.59	1.79
3	0.71	0.90	1.32	1.46	1.62	1.72
4	0.44	0.78	1.18	1.42	1.62	1.64
5	0.45	0.67	1.02	1.28	1.42	1.52
6	0.64	0.80	1.15	1.44	1.55	1.67
7	0.55	0.77	0.97	1.07	1.28	1.49
8	0.66	0.85	1.10	1.37	1.54	1.85
9	0.67	0.89	1.18	1.40	1.53	1.75
均值	0.59	0.79	1.13	1.35	1.53	1.70
方差	0.10	0.09	0.10	0.12	0.12	0.13
计算值	0.69	0.82	1.02	1.18	1.42	1.58
误差/%	16.82	3.61	-9.71	-12.54	-7.39	-6.87

工控制过程中已得到验证;吊杆、系杆的材料参数已由试验得到验证,因而初始有限元模型中的部分材料、几何参数与边界条件可认为无需修正。根据相关工程的研究经验和初步试算结果,初步确定该桥初始有限元模型待修正参数为:拱肋钢管弹性模量( $E_{s\_arc}$ )和质量密度( $D_{s\_arc}$ ),拱肋混凝土的弹性模量( $E_{c\_arc}$ )和质量密度( $D_{c\_arc}$ ),纵横梁的弹性模量( $E_{lb}$ ,  $E_{cb}$ )和质量密度( $D_{lb}$ ,  $D_{cb}$ ),拱肋横撑的弹性模量( $E_{s\_tb}$ ),二期恒载集度( $D_{sl}$ )。根据设计图纸和施工控制过程中的实测数据设定修正参数初始值如表 3 所示。

表 3 模型修正前后修正参数的变化

结构参数	$E_{s\_arc}/$ MPa	$D_{s\_arc}/$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	$E_{c\_arc}/$ MPa	$D_{c\_arc}/$ ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ )	$E_{lb}/$ MPa	$D_{lb}/$ MPa	$E_{cb}/$ MPa	$D_{cb}/$ MPa	$D_{sl}/$ ( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-1}$ )
修正前	$2.06 \times 10^{11}$	7 850	$3.45 \times 10^{10}$	2 549	$3.25 \times 10^{10}$	2 549	$3.00 \times 10^{10}$	2 549	136
修正后	$2.08 \times 10^{11}$	7 900	$3.50 \times 10^{10}$	2 610	$3.40 \times 10^{10}$	2 703	$3.20 \times 10^{10}$	2 680	150
变化幅度/%	1.0	0.6	1.4	2.4	4.6	6.0	6.7	5.1	10.3

为选择更加合理的变量,提高修正效率,对上述参数进行了结构静动力响应的灵敏度分析(改变参数幅值 10%,考察状态变量变化幅度),分析结果如图 5、6 所示。由图 5、6 可见:拱肋横撑弹性模量、拱肋质量密度、纵横梁质量密度 4 个参数的敏感性较低,故在模型修正中忽略。

2.3.2 建立桥梁结构静动力元模型

利用 Monte-Carlo 模拟确定输入样本集,采用

200 个修正参数样本构建神经网络的输入样本集。利用 2.1.1 节的模态综合方法,通过有限元分析,建立由结构静力特性、动力特性构造的输出样本集。由输入、输出样本集,利用 BP 网络建立修正参数与结构模态参数的元模型。

采用 BP 神经网络由 Matlab 计算软件中的神经网络工具箱构建,分别采用 newff 和 sim 命令构建和仿真 BP 网络,采用 train 命令训练网络。采用的 BP



网络如图 7 所示,即由输入层、3 个隐含层、输出层构成,输入层、输出层的神经元个数分别为 8 和 12 个,每个隐含层的神经元个数为 20 个,各层的映射函数分别采用 Matlab 软件中的 tansig、tansig、purelin 函数。

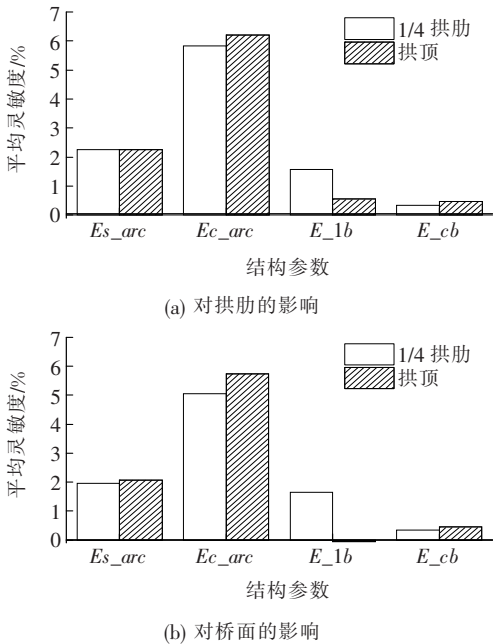


图 5 结构参数对结构静力响应灵敏度

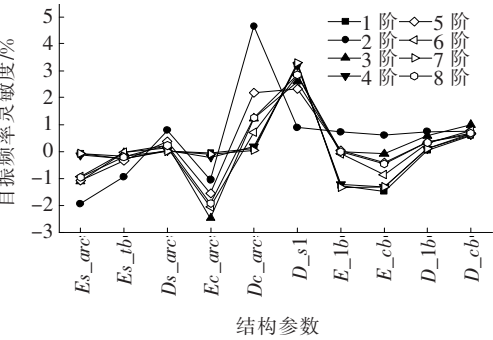


图 6 结构参数对结构自振频率的灵敏度

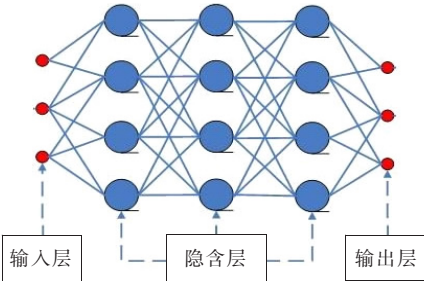


图 7 所采用的人工神经网络结构

2.3.3 确定目标函数

确定的目标函数向量包含前述工况 1、2 下的拱肋和桥面典型测点的静位移,以及结构自振频率,依据式

(7)~(9),建立目标函数向量表达式:

$$F(x) = \left\{ \begin{matrix} \min |f_{s1}(x)|, \dots, \min |f_{sp}(x)| \\ \min |f_{d1}(x)|, \dots, \min |f_{dq}(x)| \end{matrix} \right\}$$

s. t.  $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$  (10)

其中单个目标函数[如  $f_{sp}(x)$ 、 $f_{dq}(x)$  等]可参照式(9)得出,式中各符号含义与前文相同。多目标函数向量最优解为各个目标函数取得的最小绝对值,即各测点实测值与理论值相差最小。

2.3.4 有限元模型修正结果

利用一种针对结构模型修正问题的多目标优化算法,优化求解所建立的多目标模型修正问题,最终得到修正后的 Pareto 解集。该解集的统计特性如表 4、5 所示。

表 4 模型修正后结构模态参数统计特性						
模态	频率/Hz			模态置信度		
	最小	最大	均值	最小	最大	均值
1	0.45	0.63	0.53	0.90	0.94	0.92
2	0.67	0.99	0.88	0.84	0.95	0.90
3	1.22	1.60	1.30	0.89	0.96	0.91
4	1.46	1.82	1.61	0.91	0.99	0.94
5	1.61	1.94	1.79	0.92	0.99	0.92
6	1.78	2.18	1.88	0.92	0.97	0.91

表 5 模型修正后结构测点挠度统计特性					mm
测试断面	工况	最小值	最大值	均值	
桥面跨中	1	-12.2	-16.5	-14.86	
	2	-13.8	-19.4	-17.32	
拱顶	2	-10.9	-16.9	-14.85	
1/4 拱肋	1	-12.4	-19.1	-15.03	

利用得到的模型修正后多目标解集,从中选出最符合结构实际物理意义的一组修正后模型,修正后模型的静力、动力结果如表 6、7 所示。

表 6 模型修正前后动力特性变化						
阶次/ 次	实测 值/Hz	初始计算 值/Hz	误差/ %	修正 值/Hz	误差/ %	振型描述
1	0.59	0.69	16.95	0.58	-1.69	对称竖弯
2	0.78	0.82	5.13	0.80	2.56	1 阶侧弯
3	1.10	1.02	-7.21	1.06	-3.55	反对称竖弯
4	1.31	1.18	-9.92	1.28	-2.29	反对称竖弯
5	1.49	1.42	-4.55	1.43	-4.03	扭转
6	1.68	1.58	-5.90	1.64	-2.38	对称竖弯

表 7 修正前后测点挠度比较

测试 断面	工况	实测	修正前	修正前	修正后	修正后
		值/ mm	计算 值/mm	误差/ %	计算 值/mm	误差/ %
桥面跨中	1	-14.0	-17.0	21.4	-15.0	7.1
	2	-17.0	-21.3	25.3	-18.6	9.4
拱顶	2	-14.5	-15.5	6.9	-15.4	6.2
1/4 拱肋	1	-13.8	-18.9	37.0	-14.2	2.9

由表 6 可知:频率修正前实测值与理论值误差为  $-4.55\% \sim 16.95\%$ ,修正后,误差基本控制在  $4\%$  以内,经过修正后有限元模型的动力特性与实测值更加吻合。由表 7 可看出:经过修正,桥梁关键控制断面的位移值和实测值的吻合度得到有效改善,最大误差由  $37\%$  降为  $9.4\%$ 。由表 3 可知:经过有限元模型修正,各结构参数除二期荷载集度变化了  $10.3\%$  外,其余参数变化都很小,较好地保持了本身的物理意义。

3 结 论

针对实际大型桥梁结构静动力有限元模型修正问题,以元模型为基础,通过求解多目标优化问题,提出一种同时修正桥梁结构静动力特性的模型修正方法,并通过工程实例进行了验证,得到如下结论:

- (1) 通过对大型桥梁结构进行子结构划分,结合模态综合技术建立桥梁结构的元模型,为实现大量的优化迭代计算(有限元模型修正)提供基础。
- (2) 分别建立基于桥梁结构静力、动力性能的单目标函数,并采用多目标优化方法对桥梁结构的有限元模型进行修正,从而克服了结构静动力性能之间权子难以选择的问题。
- (3) 采用同类数据加权和形式对每个单目标函数进行组合,以解决模型修正中测试结果不确定性的影响,其权子及修正目标采用多次测试的统计分析结果。
- (4) 利用所提算法,以实测静动力数据为目标,对某一钢管混凝土拱桥的有限元模型进行了修正,修正结果表明,所提算法具有较好的适用性和有效性。

参考文献:

[1] 杨志峰,曾国良,江祥林. 基于挠度指标的中小跨径桥梁健康监测系统设计[J]. 中外公路,2018(6).

[2] 张玥,李志成,孟贞,等. 连续 T 形梁桥梁格法分析及梁格模型修正研究[J]. 中外公路,2017(5).

[3] Min-shui H, Hong-ping Z. Finite Element Model Updating of Bridge Structures Based on Sensitivity Analysis and Optimization Algorithm[J]. Wuhan University Journal of Natural Sciences, 2008, 13(1):87-92.

[4] Elio ElKahi, Olivier Deck, Michel Khouri, et al. A New Simplified Meta-Model to Evaluate the Transmission of Ground Movements to Structures Integrating the Elastoplastic Soil Behavior[J]. Structures, 2020, 23: 324-334.

[5] 付波,余毅,王建凯. 基于响应面法的混凝土连续刚构桥模型修正[J]. 中外公路,2019(6).

[6] 包龙生,漆宪,于玲. 基于 BP 神经网络的桥梁有限元模型修正[J]. 公路交通科技(应用技术版),2018(3).

[7] 翁顺,左越,朱宏平,等. 基于子结构的有限元模型修正方法[J]. 振动与冲击,2017(4).

[8] 刘洋. 高性能优化算法与结构模型修正的研究[D]. 哈尔滨工业大学博士学位论文,2008.

[9] Suga K, Kato S, Hiyama K. Structural Analysis of Pareto-Optimal Solution Sets for Multi-Objective Optimization: An Application to Outer Window Design Problems Using Multiple Objective Genetic Algorithms[J]. Building & Environment, 2010, 45(5):1 144-1 152.

[10] 哈尔滨工业大学. 北京顺义潮白河大桥健康监测工程监测报告[R],2008.

[11] Pioldi F, Rizzi E. A Refined Frequency Domain Decomposition Tool for Structural Modal Monitoring in Earthquake Engineering[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2017, 16(3):627-648.

[12] Oh S, Ishihara T. On the Parameter Sensitivity in Structural Parameter Identification Using Eigensystem Realization Algorithm for a Mw-Size Wind Turbine[J]. Journal of Physics Conference Series, 2018, 1 037(5).

[13] Y. Liu, Hui Li, Z. D. Duan, et al. Updating the Finite Element Model of Bridge Structures by an Improved Taguchi Updating Method[C]. The 5th International Conference on Bridge Maintenance, Safety and Management, Philadelphia, 2010:783-790.