

灰色模型在路基沉降预测中的研究及应用

张满想, 赵健, 郭昕, 龙健

(长沙理工大学 交通运输工程学院, 湖南 长沙 410114)

摘要:以湖南益马高速公路典型路基断面实测数据为研究对象,采用 GM(1,1)和 Verhulst 两种灰色系统模型对沉降数据进行建模分析,得到不同维度下拟合公式的预测值及 c 值,并据此分析了预测精度以确定最佳维度;在最佳维度下计算了两种模型所得预测数据的拟合误差,进而确定了两种模型的适用预测时间。结果显示:在最佳维度 7 下,灰色模型 GM(1,1)可用于路基沉降 4 个月内的预测;Verhulst 模型可用于路基沉降 14 个月内的预测,其预测结果可为后续施工组织提供参考。

关键词:灰色模型;预测精度;最佳维度;预测时间

灰色预测理论是路基变形监测分析与预报理论中的重要组成部分,已广泛应用于各种工程变形监测预测。实际应用中,国内外学者提出了不少的优化方法来提高模型的精度,并指出:GM(1,1)、Verhulst 分别适宜短期和中长期预测。但在实际操作时发现,灰色理论中“尽可能多地引入确定的实测数据”并不一定会提高模型的预测精度且实际操作中“尽可能的多”具体指几组数据也无明确界定,同时两种模型的适用时间并无明确的界限,这就为实际操作带来了困扰。

该文针对实际应用中遇到的上述问题,以湖南益马高速公路实测路基沉降数据为研究对象,分析两种模型下该组数据的最佳维度以及模型的适用时间;最佳维度的研究既能减少运算工作量同时也能提高两种预测模型的预测精度;模型的适用时间研究会明确两种模型的适用范围,进而更好地指导沉降预测工作。

1 工程概况

益马高速公路(益阳至马迹塘高速公路)第3合同段 K25+700~K25+810 路段全长 110 m,属半填半挖路段,一级坡率为 1:1.75,二级坡率为 1:1.5,填方侧原位置为软土地基,软土主要为塑状黏性土,厚度一般 <3.0 mm。沿线属亚热带季风湿润性气候,水系较发育,所经地域降雨充沛,地质主要由变质石英砂岩、砂质板和石英砂岩组成。其路基横断面示意图如图 1 所示。

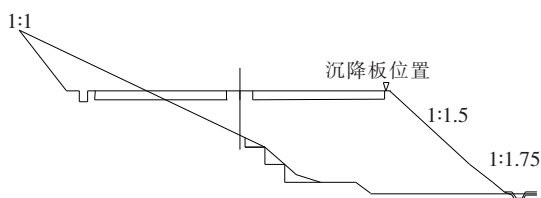


图1 路基横断面示意图

为保证车辆能够安全行驶于该试验段,同时了解路基沉降的变化情况,在试验段临近坡体位置处设置观测点进行路基沉降监测(图1)。监测频率为每个月不少于2次,并于2017年3月7日开始第1次监测。其路基沉降速率如图2所示。

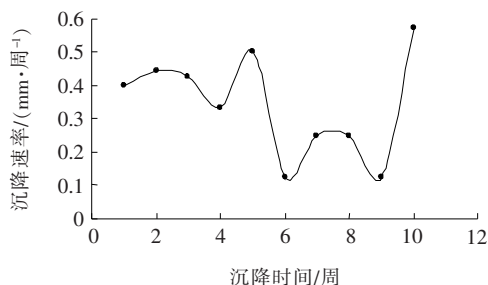


图2 路基沉降速率图

由图2可知:益马高速公路第3合同段 K25+700~K25+810 路基沉降速率大多数为 0.6 mm/周以下,路基处于稳定状态,但最后一周的路基沉降速率是前一次监测沉降速率的 3~4 倍,路基沉降速率发生突变;为保证路基后期的稳定状态,需要对该路基进行长时间的监测,详细掌握该路基沉降变化状况。

2 灰色模型预测方法及效果检验

2.1 灰色模型预测方法

灰色模型一般是通过时间序列在时间数据平面上的连续曲线或逼近曲线与时间轴所围成的区域为基础,利用系统部分已知信息,以微分拟合而建成的模型,两种预测模型的表现形式一般为指数形式和 S 形曲线,灰色模型计算过程如下:

设非负离散数据序列: $S^{(0)} = \{s^{(0)}(1), s^{(0)}(2), \dots, s^{(0)}(n)\}$, 对 $S^{(0)}$ 进行一次累加得到: $S^{(1)} = \{s^{(1)}(1), s^{(1)}(2), \dots, s^{(1)}(n)\}$, 灰色预测模型的微分方程如式(1)、(2)所示。

灰色 GM(1,1) 预测模型的微分方程为:

$$\frac{dS^{(1)}}{dt} + aS^{(1)} = u \quad (1)$$

灰色 Verhulst 预测模型的微分方程为:

$$\frac{dS^{(1)}}{dt} + aS^{(1)} = b[S^{(1)}]^2 \quad (2)$$

将灰参数列记为 \hat{a} , 根据灰色理论模型, $\frac{dS^{(1)}}{dt} + aS^{(1)} = u$ 的最小二乘估计参数列满足:

$$\hat{a} = [a, b]^T = [B^T B]^{-1} B^T y_n \quad (3)$$

则灰色 GM(1,1) 预测模型的时间响应序列为:

$$\hat{S}^{(1)}(k+1) = \left[S^{(1)}(0) - \frac{u}{a} \right] e^{-ak} + \frac{u}{a} \quad (4)$$

则灰色 Verhulst 预测模型的时间响应序列为:

$$\hat{S}(t+1) = \frac{aS^{(1)}(0)}{bS^{(1)}(0) + [a - bS^{(1)}(0)]e^{at}} \quad (5)$$

通过上述灰色模型微分方程计算灰参数 \hat{a} , 得出微分方程的解, 最后通过预测模型中的时间响应序列[式(4)、(5)]累减还原对数据进行模拟和预测。

运用上述灰色模型预测方法对路基沉降的实测值进行处理, 达到研究维度和确定两种模型预测时间的目的。具体步骤如下:

(1) 灰色模型计算

采用两种灰色模型对实测数据进行运算, 计算出不同维度的拟合公式。

(2) 最佳维度分析

对比不同维度拟合公式的关联度和拟合误差, 初步确定最佳维度; 通过选取的最佳维度进行两种模型的预测运算, 根据其预测效果判定最佳维度的合理性。

(3) 模型的预测时间分析

通过步骤(2)确定模型的最佳维度, 在此基础上计算模型长时间的预测值, 通过对比确定模型的预测时长。

2.2 模型效果检验

后验差检验法是一种求残差分布统计特征的计算方法。计算出的 c 值为残差标准差与观测值标准差之比, 用于判定两者变异程度大小; 变异程度, 即最大和最小的观测值之间的差距, 若变异程度越接近, 则预测值与观测值的拟合相似程度越高, 预测方程越精确。后验差检验步骤如下:

(1) 求实际值 $S^{(0)}(k)$ 的平均值 $\bar{S}^{(0)}(k=1, 2, \dots, n)$:

$$\bar{S}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S^{(0)}(k) \quad (6)$$

(2) 求残差 $q(k)$ 的平均值 $\bar{q}(k=1, 2, \dots, n')$:

$$\bar{q} = \frac{1}{n'} \sum_{k=1}^{n'} q(k) \quad (7)$$

式中: n' 为 $q(k)$ 中非零残差的个数, $n' < n$ 。

(3) 求 $S^{(0)}(k)$ 的方差 S_1^2 和 $q(k)$ 的方差 S_2^2 :

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [S^{(0)}(k) - \bar{S}^{(0)}]^2 \quad (8)$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n'-1} \sum_{k=1}^{n'} [q(k) - \bar{q}]^2 \quad (9)$$

(4) 计算后验差比值 c :

$$c = \frac{S_2}{S_1} \quad (10)$$

(5) 根据计算结果, 对照表 1 中的指标, 评定模型的精度等级。

表 1 模型预估精度等级评定标准

预测精度	c 值	预测精度	c 值
优	≤ 0.35	勉强合格	$0.50 \sim 0.65$
合格	$0.35 \sim 0.50$	不合格	≥ 0.65

3 灰色理论模型计算

3.1 最佳维度研究

取该观测点实测数据, 进行最佳维度研究。该文以观测点的实测数据为依托, 取 123~257 d 的实测数据, 如表 2 所示。

由于现场实测的路基沉降数据是非等时距的, 所以在建模之前要进行等时距的处理, 利用拉格朗日插

值定理计算等时距各天的沉降值(取两位小数),具体数值见表 3。

表 2 断面实测数据			
天数/d	实测沉降量/mm	天数/d	实测沉降量/mm
123	239.83	193	322.63
132	252.75	200	332.12
138	262.68	210	340.45
150	273.72	216	345.83
157	285.32	232	350.72
165	292.63	243	354.11
180	302.45	257	357.36
187	312.70		

表 3 处理后的等时距各天沉降值			
天数/d	测沉降量/mm	天数/d	测沉降量/mm
123	239.83	193	322.63
133	254.41	203	332.82
143	263.84	213	341.15
153	274.42	223	347.46
163	286.71	233	350.95
173	294.49	243	354.11
183	303.15	253	356.43

采用灰色 GM(1,1)和灰色 Verhulst 模型对断面观测点监测数据进行建模分析,首先根据表 3 实测数据进行维度划分,按照监测数据的时效性,选择最临近监测时间的数据进行不同维度的模拟计算,通过精度检验,确定最佳维度。根据式(6)~(10)计算出 c 值,不同维度下的后验差检验结果如表 4 所示。

表 4 后验差检验 c 值		
维度	c 值	
	GM(1,1)模型	Verhulst 模型
7	0.16	0.02
8	0.17	0.05
9	0.27	0.11
10	0.26	0.15
11	0.24	0.13
12	0.22	0.13
13	0.21	0.13
14	0.19	0.11

由表 4 可知:

(1) 通过后验差方法检验发现,GM(1,1)、Ver-

hulst 预测模型在 7~14 维度间的 c 值先增大后减小,同时 c 值都小于 0.35,预测精度优;维度处于 9 时 c 值最大,7~9 维度的 c 值变化速率要高于 9~14 维度 c 值的变化速率;同时发现,Verhulst 预测模型的 c 值相比于 GM(1,1)预测模型的 c 值较小,模型精度高于 GM(1,1)模型。

(2) 灰色 GM(1,1)、Verhulst 模型不同维度方程在维度为 7 时 c 值最小,模型精度较高,同时维度计算工作量最小。因此选取 7 组数据进行方程拟合,工作量较小同时效果较好。

3.2 模型预测效果检验

采用 GM(1,1)和 Verhulst 模型分别对 243、253 d 的沉降值进行预测,结合表 3 中的监测数据确定模型的预测维度最大值为 13,预测结果如表 5、6 所示。

表 5 不同维度下 GM(1,1)预测结果与实测结果对比						
模型 维度	243 d			253 d		
	实测	预测	相对误	实测	预测	相对误
	值/mm	值/mm	差/%	值/mm	值/mm	差/%
7		353.97	0.039		358.65	0.623
8		354.54	0.122		360.21	1.061
9		355.98	0.529		363.35	1.942
10	354.11	357.09	0.842	356.43	365.47	2.535
11		357.90	1.070		366.87	2.930
12		358.87	1.344		368.46	3.375
13		359.82	1.612		369.94	3.790

表 6 不同维度下灰色 Verhulst 模型预测结果与实测结果对比						
模型 维度	243 d			253 d		
	实测	预测	相对误	实测	预测	相对误
	值/mm	值/mm	差/%	值/mm	值/mm	差/%
7		354.12	0.003		356.37	0.018
8		354.02	0.025		355.63	0.224
9		354.13	0.004		357.27	0.236
10	354.11	353.53	0.163	356.43	357.65	0.341
11		353.42	0.196		357.67	0.348
12		353.15	0.270		357.76	0.372
13		352.84	0.358		357.83	0.392

结合模型检验分类等级表对模型精度进行分析,按取值的大小,预测模型的精度等级可分为一级(好)、二级(合格)、三级(勉强)和四级(不合格),取值标准见表 7。

表 7 模型精度检验等级分类

精度等级	相对误差/%	精度/%
一级	1	99
二级	5	95
三级	10	90
四级	20	80

由表 5、6 可知：

(1) GM(1,1)模型预测过程中随着维度的增加其预测精度都有所降低,拟合误差增大;而 Verhulst 模型在预测过程中精度会出现回升的现象,但整体来看该模型也是随着维度的增加其预测精度都有所降低,拟合误差增大;在维度为 7~13 时,两种模型都是维度为 7 时预测值精度最大,拟合误差最小。

(2) 从两种预测模型的精度对比可以看出:Verhulst 预测模型的精度要高于灰色 GM(1,1)模型;又因灰色 GM(1,1)拟合公式为指数形式,与实际路基沉降情况不符合,同时由表 5 可知,在采用灰色模型 GM(1,1)预测时会在未来一定时间内出现无效性数据。

4 预测时间研究

根据上述最佳维度研究和预测效果检验可知:两种灰色模型选取维度 7 建模时,不仅还原方程 c 值较低,且预测值的误差相对于其他维度也较小。因此取维度 7 数据进行验证并讨论两种模型的预测停止时间;计算结果如表 8 所示。

表 8 计算结果预测统计

天数/ d	实测值/ mm	Verhulst 模型		GM(1,1)模型	
		预测 值/mm	误差 值/%	预测 值/mm	误差 值/%
60	369.561	361.771	2.108	363.396	1.668
70	370.356	361.849	2.297	368.202	0.582
80	370.671	361.905	2.365	373.073	0.648
90	371.313	361.944	2.523	378.007	1.803
100	371.650	361.973	2.604	383.007	3.056
110	371.640	361.993	2.596	388.073	4.422
...
390	380.312	363.042	4.541	*	*
400	381.912	364.042	4.679	*	*
410	384.259	365.042	5.001	*	*

注：* 表示无数据。

GM(1,1)预测公式如下：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=25\,391.192\,6e^{0.001\,3k}-25\,068.562\,6 \tag{6}$$

Verhulst 模型预测公式如下：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=\frac{-109.548\,6}{-0.302\,6-0.037\,0e^{-0.339\,5k}} \tag{7}$$

由表 8 可知：

(1) GM(1,1)模型的表达式基本形式为指数函数,预测数值增加较快且当预测时间较长时,误差值增大速率也较快,在第 5 月时其误差值超过 5%,因此 GM(1,1)模型不宜对沉降进行 4 个月后的预测。

(2) Verhulst 模型在预测路基沉降时,误差值逐渐增大,在第 14 月时其误差值超过 5%,考虑其路基处治的安全性,因此 Verhulst 模型不宜对沉降进行 14 个月后的预测。

(3) 采用灰色 Verhulst 模型对益马高速公路路基沉降进行 1 年内的预测,预测结果表明:在 1 年内,路基的最大沉降速率为 0.35 mm/周,路基保持稳定状态。

5 结论

通过对益马高速公路典型路基断面实测数据进行拟合及预测计算,得到以下结论：

(1) 针对益马高速公路路基断面的特点,运用 GM(1,1)、Verhulst 模型对该路基监测数据进行分析,结果表明:在维度为 7 时,拟合方程通过后验差检验 c 值最小,且预测值的相对误差最小。

(2) 灰色模型 GM(1,1)适宜短期预测的时间是 4 个月内,而 Verhulst 模型适宜中长期预测的时间是 14 个月内,两种预测模型随着时间的延续,预测等级都会降低;同时采用灰色 Verhulst 模型对益马路基沉降进行 1 年后的预测,预测结果表明,在 1 年内,路基的最大沉降速率为 0.35 mm/周,路基保持稳定状态。

参考文献：

[1] 岳昊.择优动态灰色模型研究及其在变形监测中的应用[D].中国地质大学硕士学位论文,2010.

[2] 刘寒冰,向一鸣,阮有兴.背景值优化的多变量灰色模型在路基沉降预测中的应用[J].岩土力学,2013(1).

[3] 武光伟.灰色时序组合模型在高层建筑物沉降预测中的应用研究[D].西安科技大学硕士学位论文,2016.

广西花岗岩软土地基沉降预测及承载力评价

刘先林, 骆俊晖*, 米德才

(广西交通设计集团有限公司, 广西南宁 530029)

摘要:为了精确预测广西花岗岩软土区域地基沉降量及承载性能,对软土参数变异性进行研究,对广西贵港至合浦高速公路项目中的区域花岗岩软土地基进行随机场建模,研究花岗岩软土压缩参数 E_s 、强度参数 c 、 φ 在空间变异性下的地基沉降,分析花岗岩软土不排水抗剪强度 S_u 在空间变异性下的地基承载力。结果表明:①研究区域内的花岗岩软土参数 E_s 、 c 、 φ 服从对数正态分布,计算获得的随机场理论沉降值上下限与实测沉降值较为吻合;②研究区域内的花岗岩软土参数 S_u 服从对数正态分布,基于随机场理论计算的地基极限承载力更为合理、安全,而采用传统固定参数 S_u 计算极限承载力则高估了实际地基承载力,结果较不安全;③研究结果可为软土地基沉降和地基承载力理论计算及实际工程提供参考。

关键词:随机场;软土地基;沉降;地基承载力

花岗岩残积土是由花岗岩经过自然风化作用后形成的具有特殊性质的软土,具有低强度、压缩性、易液化等不良性质。在工程建设中易引起地基不均匀沉降及地基承载力不足而造成路堤失稳等工程病害。

较多学者对花岗岩土层参数进行了探究。郭林坪等通过分析土体的关键物理参数,研究土体参数之间的相关关系,得出了花岗岩残积土地区工程建设中的相关指标公式,极大地推动了工程建设在花岗岩地区的发展;廖丽萍等通过对广西桂东南容县花岗岩残积土物理参数的关系进行研究,揭示了花岗岩的物理性质参数与土层粒度之间存在的联系;庞小朝等通过不同条件下花岗岩残积土的室内试验,对影响土体参数的敏感性因素进行分析总结,发现不同加载路径下土的参数性质存在较大差异。

基于花岗岩残积土的抗剪强度不确定及沉降计算及模型难以确定的学术及工程难题,该文根据土体参

数的空间随机变异性特征,利用 OptumG2 软件进行数值模拟,其原理在于将土体参数的变异性用对数正态分布来模拟,建立空间变异性的随机场模型,结合经典的蒙特卡洛随机理论进行计算,拟解决沉降及地基承载力计算中的变异性及不确定性问题,采用上下限法进行随机场下的沉降及极限承载力分析,结合工程实际沉降值,验证不同岩土参数的准确性,为工程建设过程中的沉降分析及模型选取提供建议。

1 随机场理论概述

岩土体具有一定的空间变异特性,而考虑空间效应的随机概率论方法称之为随机场理论。与随机概率的方法相比,随机场模型兼顾了土的随机性和结构性,而传统法仅考虑了土的随机性,忽略了土的结构性。

为考虑土的结构性及各项特性等特点,提出适合

- *****
- [4] 高庆丰. 软土地基路堤工后沉降计算与预测[D]. 浙江大学硕士学位论文, 2003.
- [5] 田其煌. 基于小波技术的软土路基沉降数据分析方法研究[D]. 河海大学硕士学位论文, 2007.
- [6] 曹文贵, 印鹏, 贺敏, 等. 考虑实测数据新旧程度的工后沉降单项模型预测方法[J]. 水文地质工程地质, 2015(6).
- [7] 王权. 龙永高速典型特殊土路基沉降特性研究[D]. 长沙理工大学硕士学位论文, 2014.
- [8] 李福琴. 灰色模型的稳定性和建模精度研究[D]. 武汉理工大学硕士学位论文, 2006.
- [9] 刘秀峰. GM(1,1)优化模型在变压器油中溶解气体浓度预测的应用研究[D]. 西华大学硕士学位论文, 2013.

收稿日期: 2020-02-20(修改稿)

作者简介: 刘先林, 男, 硕士, 高级工程师. E-mail: 154461842@qq.com

* 通信作者: 骆俊晖, 男, 博士, 高级工程师. E-mail: 83569159@qq.com