

大跨径连续现浇箱梁支架体系变形规律分析

彭东黎¹, 蒋田勇²

(1. 湖南交通职业技术学院, 湖南 长沙 410132; 2. 长沙理工大学 土木工程学院)

摘要: 大跨径连续箱梁桥采用支架现浇法施工时, 由于受现浇箱梁结构自重大、地基不均匀沉降及动荷载冲击作用等综合因素的影响, 成桥后的线形可能与设计值存在偏差, 因此有必要研究现浇箱梁支架体系的变形规律。该文以湘潭市某在建桥梁中部分满堂支架体系作为研究对象, 在选用 Lagrange 插值法、Logistic 曲线法及 $S \sim \lg t$ 曲线法的基础上, 提出了一种补偿误差后的反比例确权组合模型用于支架体系的变形预测, 并与单项预测模型和误差反比例确权组合模型的变形预测效果进行了对比研究。结果表明: 补偿误差后的反比例确权组合模型与实测变形曲线的吻合程度更好、预测精度更高, 在支架体系变形预测中具有更大的应用价值。

关键词: 大跨径; 支架体系; 误差补偿; 反比例确权; 组合模型

支架现浇法是当前桥梁施工中使用最为广泛的一种方法, 尤其在一些地形地势较好、原始地基承载力较大的施工条件下应用更加广泛。由于该方法是一次整体浇筑成型, 存在可调性差的弊端, 所以对于一些超高、超大架构的大跨径连续现浇箱梁支架体系, 必须考虑体系的弹性变形量、非弹性变形量以及承受支架荷载处地基的下沉量等因素对梁体线形的不利影响。为了减小上述变形量带来的影响, 需要提前设置好预拱度, 以使浇筑完成后的箱梁线形能够达到设计预期效果。因此, 在预拱度设置时需要准确掌握支架体系弹性、非弹性变形量及地基变形量。对于地基的下沉量只考虑非弹性变形部分, 弹性变形部分则不予以分析。

而支架体系的弹性、非弹性变形主要受以下因素影响: ① 支架本身的强度、刚度及稳定性; ② 搭设支架处的地基承载能力; ③ 结构浇筑完成后的自重; ④ 其他因素。由此可见, 支架体系产生变形变位的影响因素非常复杂, 而其中有些变形不可避免、无法通过试验获取, 不同工况下的体系变形也都存在差异性。同样, 平时监测到的数据也仅仅是一些相互独立的点数据, 要研究分析其相关性就必须将这些独立的点数据构造简单的函数, 并运用数学方法精确预测其发展变化规律。在该研究领域内, 国内外相关学者大多采用 Lagrange 插值法、Logistic 曲线法及 $S \sim \lg t$ 曲线法等单项或某些单项的组合模型进行预测分析, 目前单

项模型预测方法基本已遭淘汰, 大多数相关从业者选用组合模型进行预测推算。朱禄宏等通过将误差进行反比例分配的方式确定每期预测值所占的权系数, 并提出一种组合模型的确权新方法, 结果表明该方法的精度高于各单项预测方法和传统的熵值法, 在软土地基的沉降预测中取得了良好的效果。该文在此基础上, 创新性地提出一种最大化消除模型误差的方法, 该方法可以大大提高各原始单项预测模型的预测精度, 在采用支架法施工大跨径桥梁时, 可以对预拱度做出预判, 并能够校核预压监测数据的准确程度。

1 变形预测模型

1.1 Lagrange 插值法

在工程实践过程中遇到的数据大部分是一些单点的观测数据, 所呈现的规律性不强, 如: $y_i = f(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, n$, 需要用一些简单的函数 $f(x) \approx \varphi(x)$ 近似地表示 $y = f(x) \in C[a, b]$ 在 $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ 这 $n+1$ 个互异点处的函数值, φ 为某一类函数。求 $\varphi(x_i) = y_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$), 其中, $\varphi(x)$ 称为 $f(x)$ 的插值函数, 求得插值函数 $\varphi(x)$ 以近似代替 $f(x)$ 的问题称为插值问题。

Lagrange 插值法确定插值函数的步骤如下:

首先将插值多项式转化为 $n+1$ 个插值基函数的

收稿日期: 2019-09-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(编号: 51778068)

作者简介: 彭东黎, 男, 副教授, E-mail: P-dongli@163.com

构造,如式(1)所示:

$$l_k(i) = \prod_{i=0}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i}, k=0,1,\dots,n (k \neq i) \quad (1)$$

则式(1)满足式(2)的条件:

$$l_k(x_i) = \begin{cases} 1, i=k \\ 0, i \neq k \end{cases}, k=0,1,2,\dots,n \quad (2)$$

记 Lagrange 插值多项式为:

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^n l_k(x) y_k \quad (3)$$

则有:

$$L_n(x_i) = y_i, i=0,1,\dots,n \quad (4)$$

所以 Lagrange 插值多项式可以表示为:

$$L_n(x) = \sum_{k=0}^n y_k \left(\prod_{i \neq k}^n \frac{x - x_i}{x_k - x_i} \right) \quad (5)$$

当已知观测点数据时,就可以依据这些数据求出相关的函数关系式,从而将实际问题转换为数学问题进行求解。

1.2 Logistic 曲线法

Logistic 也称为饱和曲线法。这种预测曲线法大多被用于经济学、动物学和数理统计中推估远期数据的波动变化趋势。同时,该曲线法也经常被用来进行与生物繁衍相关的种群数量波动研究。另外,该曲线一般为 S 形,与体系波动的规律基本吻合,能较客观地反映整个体系波动中时间与量变之间的内在联系,所以 Logistic 曲线模型也常常用来耦合支架体系变形预测模型。

Logistic 函数式如式(6)所示:

$$f_t = \frac{Q}{1 + a e^{-bt}} \quad (6)$$

式中: f_t 为任意时间 t 的变形量; Q 、 a 、 b 为待求参数(其中 $a > 0$ 、 $b > 0$)。

分析可知:当 $t \rightarrow +\infty$ 时, $f_t \rightarrow Q$, 则 Q 代表曲线上限取值。

采用 Logistic 法拟合预测函数时,通常应用三段法求解相关待求参数。

1.3 S-lgt 曲线法

S-lgt 曲线与抛物曲线接近。在结构浇筑完成后的时间-形变对数坐标中,形变量包含两部分:前半部分一般近似为抛物线形,后半部分近似为直线形。根据相关学者的研究可知:绝大多数支架体系的变形均发生在第一部分的变形中,第二部分的变形几乎不存在,尤其对于现浇支架体系结构来说,第二部分的变形沉降微乎其微。但是对于一些软土路基段,用该曲

线进行路基沉降预测时,第二部分的沉降量必须考虑。其预测函数式如下:

$$S = a(\lg t)^2 + b \lg t + c \quad (7)$$

解得 a 、 b 、 c 3 个待求参数后,代入式(7)即可计算支架体系在对应时间的变形量,上述参数常用最小二乘法求解。

1.4 误差反比例分配法确权组合法

假定对于同种预测问题,拟有多个预测方法(这里假设应用 N 种预测),假设 $\hat{y}_i(t)$ ($i=1,2,\dots,N$) 为各模型第 t 期的预测形变量, $y_i(t)$ ($i=1,2,\dots,N$) 为对应期数的实测形变量,设 $e_i(t)$ 为某个预测模型在第 t 期实测值与预测值的差值,则有:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N |e_i(t)| = E_i(t), (t=1,2,3,\dots,N) \\ E_i(t) / |e_i(t)| = l_i(t), (t=1,2,3,\dots,N) \end{cases} \quad (8)$$

式中: $E_i(t)$ 为第 t 期应用多种模型预测时各模型所产生误差的绝对值之和; $l_i(t)$ 为预测所用的模型在相同时间节点第 t 期时的误差反比例商值,所得商值求和后,得到:

$$L_i(t) = \sum_{i=1}^N l_i(t) \quad (9)$$

则各预测模型在同一时间第 t 期的权重系数可按照式(10)计算得出:

$$w_i(t) = l_i(t) / L_i(t) (i=1,2,\dots,N) \quad (10)$$

由式(10)可知:所得权系数之和符合无偏性条件,而且能够直观看出,应用该法所求得的权重均大于零,即符合实际的非负性要求。

用已观测记录的相关基础实测数据建立组合预测模型,并求各单项模型的变权系数,当需要求解 $N+k$ ($k=1,2,\dots$) 期对应的各变权系数时,可用下式计算:

$$w_i(N+k) = \sum_{i=1}^N \frac{w_i(t)}{N} (i=1,2,\dots,n) \quad (11)$$

由于单项预测模型存在适用条件苛刻和局限性大的通病,所以变权重组合预测模型近年来越来越受到相关研究学者的青睐,基于路基沉降预测的误差反比例确权法极大地简化了常规确权法的计算步骤,突破了构造函数困难和求解麻烦的瓶颈,为行业内技术人员提供了便利。由于现浇支架体系的变形预测精度要求很高,所以笔者在前人研究的基础上提出了一种新方法——最大化消除模型误差后再确权的组合模型变形预测方法,此法构造简单、原理清晰,从业人员上手实操较容易。

1.5 消除模型预测误差法

(1) 依据实测点数据构造出对应的预测单项模型,如式(12)所示:

$$F_t(i) = f_t(i) \quad (12)$$

(2) 设式(12)中 $f_t(i)$ 为拟合的预测单项模型。并求取实测值与预测值的实际误差:

$$w_t(i) = f_t(i) - s_t(i) \quad (13)$$

式中: $s_t(i)$ 为每期对应的实际测量值; $w_t(i)$ 为每期对应的误差。

(3) 求取误差的平均值,如式(14)所示:

$$j_w = \frac{\sum_{t=1}^n w_t(i)}{n} \quad (14)$$

(4) 令 $j_w = k$ (k 为常数), 得到最大化消除模型预测误差后的函数表达式:

$$F_t(i) = f_t(i) + j_w \quad (15)$$

(5) 最终单项模型拟合结果如式(16)所示:

$$F_t(i) = f_t(i) + k \quad (16)$$

1.6 模型精度评价

为评价模型的预测效果,一般在模型预测分析中常采用以下 5 个指标来定性评价模型的优劣度,各指标的值越小,表征某模型的精度越高。

(1) 误差平方和:

$$SSE = \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2 \quad (17)$$

(2) 均方根误差:

$$MSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (18)$$

(3) 平均绝对误差:

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |x_i - \hat{x}_i| \quad (19)$$

(4) 平均绝对相对误差:

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right| \quad (20)$$

(5) 均方根百分比误差:

$$MSPE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^N [(x_i - \hat{x}_i) / x_i]^2} \quad (21)$$

2 工程实例分析

2.1 工程概况

湖南湘潭市某在建跨江大桥起讫点桩号为 K3+000~K5+400, 路线全长 2 400 m, 其中桥梁段全长

2 123 m, 主桥为 658 m 的双塔混合梁斜拉桥。河西大堤外采用 30 m 跨的预应力混凝土现浇箱梁, 大堤内采用 55 m 跨的预应力混凝土箱梁, 除少部分采用钢管桩支架体系外, 大多数采用满堂支架法浇筑混凝土。地勘资料显示, 满堂支架地基主要为耕植土、杂填土, 土体结构较松散, 受力后变形大, 原始地基不满足相关承载力要求, 采用清表 30 cm、回填 60 cm 砖渣压实, 然后在上部浇筑 20 cm 厚 C25 混凝土的地基处理措施。由于整个桥梁的墩高为 5~30 m, 所以一些高支架处存在较明显体系的弹性形变量。该文基于该项目, 选取最具代表性的 17#~19# 墩左幅箱梁(图 1)满堂支架的预压数据为研究对象, 进行模型拟合与分析。



图 1 研究梁段的支架搭设图

2.2 支架预压原始监测数据

从支架体系搭设完成开始监测, 对 18#~19# 墩左幅箱梁连续观测 11 d, 其中 110% 预压阶段监测 7 d, 卸载阶段监测 3 d, 所监测到的 17#~19# 墩左幅箱梁预压沉降原始数据如表 1 所示。该文依托表 1 数据分别拟合预压阶段与卸载阶段的预测模型。

2.3 拟合的各单一预测模型

预压阶段和卸载阶段的单一预测模型结果分别如表 2 所示。为便于直观对比拟合模型的预测变形量与实测变形量之间的误差, 将预压阶段和卸载阶段的预测量分别在表 3、4 中与实际观测结果进行比对。

从表 3 可以看出: 对于支架体系的预压阶段, Lagrange 插值法、Logistic 曲线法、 $S \sim \lg t$ 曲线法这 3 种单项预测方法中, Logistic 曲线法的预测结果最好, 误差最小, 从表 3 中能够直观发现, 其相对误差最小, 变化最稳定; 而 Lagrange 插值法的预测效果最差, 最大相对误差达 16.3%, 其预测精度逐渐变高后又逐渐降低, 所以该曲线不能进行稳定的预测。另外, 卸载阶段 Logistic 曲线法与 $S \sim \lg t$ 曲线预测效果相同, Lagrange 插值法预测效果最差, 最大相对误差超过了 30%。

表 1 17#~19#墩左幅箱梁预压沉降监测数据

期数	观测日期	预压状态	观测点位	初测高程/m	复测高程/m	累计沉降/mm
1	12月22日	未预压	17#	37.559	37.559	0
			18#	37.519	37.519	0
			19#	37.488	37.488	0
2	12月29日	110%预压	17#	37.559	37.554	5
			18#	37.519	37.516	3
			19#	37.488	37.486	2
3	12月30日	110%预压	17#	37.559	37.553	6
			18#	37.519	37.512	7
			19#	37.488	37.485	3
4	12月31日	110%预压	17#	37.559	37.552	7
			18#	37.519	37.514	5
			19#	37.488	37.484	4
5	1月1日	110%预压	17#	37.559	37.550	9
			18#	37.519	37.511	8
			19#	37.488	37.481	7
6	1月2日	110%预压	17#	37.559	37.549	10
			18#	37.519	37.510	9
			19#	37.488	37.480	8
7	1月3日	110%预压	17#	37.559	37.550	9
			18#	37.519	37.510	9
			19#	37.488	37.481	7
8	1月4日	110%预压	17#	37.559	37.549	10
			18#	37.519	37.511	8
			19#	37.488	37.480	8
9	1月5日	卸载	17#	37.559	37.555	4
			18#	37.519	37.516	3
			19#	37.488	37.484	4
10	1月6日	卸载	17#	37.559	37.556	3
			18#	37.519	37.515	4
			19#	37.488	37.485	3
11	1月7日	卸载	17#	37.559	37.556	3
			18#	37.519	37.516	3
			19#	37.488	37.484	4

2.4 组合模型预测结果

为了直观对比单项模型预测值和所构建的组合模型预测值分别与支架体系的实测变形量之间的误差大小,在预压阶段,将单项预测模型中最优的 Logistic 曲

线法的预测量、组合预测模型的预测量与实测变形量进行对比,结果如表 5 所示;在卸载阶段,同样将单项预测模型中最优的 $S \sim \lg t$ 曲线法的预测量、组合预测模型的预测量与实测变形量进行对比,结果如表 6 所示。

表 2 拟合的单一预测模型结果

单一模型	拟合结果	
	预压阶段	卸载阶段
Lagrange 插值法	$y_t = -0.48t^2 + 5.03t - 3.12$	$y_t = -0.476t^2 + 2.01t + 2.32$
Logistic 曲线法	$y_t = \frac{9.982}{1 + 3.632e^{-0.806\ 1t}}$	$y_t = \frac{2.997}{1 - 34.13e^{-4.914t}}$
S~lgt 曲线法	$S_t = -8.426(lgt)^2 + 17.19lgt + 1.385$	$S_t = 6.962(lgt)^2 - 5.418lgt + 4$

表 3 实测变形量与单项模型预测结果对比(预压阶段)

期数	实测值/ mm	Lagrange 插值法		Logistic 曲线法		S~lgt 曲线法	
		预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %
1	6.0	5.0	16.3	5.8	3.3	5.8	3.3
2	7.0	7.7	9.3	7.5	7.1	7.7	10.0
3	9.0	9.3	3.6	8.7	3.3	8.7	3.3
4	10.0	10.0	0.3	9.4	6.0	9.3	7.0
5	9.0	9.8	8.7	9.7	7.8	9.7	7.8
6	10.0	8.6	14.3	9.9	1.0	9.9	1.0

表 4 实测变形量与单项模型预测结果对比(卸载阶段)

期数	实测值/ mm	Lagrange 插值法		Logistic 曲线法		S~lgt 曲线法	
		预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %
1	4.0	3.9	3.7	4.0	0.0	4.0	0.0
2	4.0	4.4	10.9	3.0	25.0	3.0	25.0
3	3.0	4.1	35.5	3.0	0.0	3.0	0.0

表 5 实测变形量与组合模型预测结果比对(预压阶段)

期数	实测值/ mm	Logistic 曲线法		误差反比例确权组合		误差补偿后反比例确权组合	
		预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %
1	6.0	5.8	3.3	5.7	5.0	6.2	0.3
2	7.0	7.5	7.1	7.6	8.6	7.0	0.0
3	9.0	8.7	3.3	8.9	1.1	9.4	0.4
4	10.0	9.4	6.0	9.9	1.0	10.0	0.7
5	9.0	9.7	7.8	9.7	7.8	9.0	0.1
6	10.0	9.9	1.0	9.9	1.0	10.3	0.3

表 6 实测变形量与组合模型预测结果比对(卸载阶段)

期数	实测值/ mm	S~lgt 曲线法		误差反比例确权组合		误差补偿后反比例确权组合	
		预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %	预测值/ mm	相对误差/ %
1	4.0	4.0	0.0	3.5	12.0	4.1	2.5
2	4.0	3.0	25.0	4.0	0.1	3.9	2.5
3	3.0	3.0	0.0	3.2	7.6	3.2	6.7

从表 5、6 可以看出:误差反比例确权组合模型与误差补偿后反比例确权组合模型的相关预测结果的整体走势与实测变形量吻合度都较高。从表 5 中能够发现,误差补偿后的反比例确权组合模型预测精度最高,其误差波动较其他预测模型更小,实际应用价值更大。另外,从表 5、6 也能够发现,误差补偿后的反比例确权

组合预测模型在预压阶段推算结果的最大误差仅为 0.7%,卸载阶段的最大误差只有 6.7%,而且预测值的发展趋势相对于其他方法表现得更加稳定。

2.5 相关预测模型精度计算分析

根据模型精度评价的 5 个指标,各变形预测模型在预压阶段和卸载阶段预测精度的对比结果如表 7 所示。

表 7 各预测模型精度对比结果(预压阶段)

预测方法	预压阶段					卸载阶段				
	SSE	MSE	MAE	MAPE	MSPE	SSE	MSE	MAE	MAPE	MSPE
Lagrange 插值法	4.18	0.34	0.70	0.09	0.04	1.38	0.39	0.53	0.16	0.13
Logistic 曲线法	1.24	0.19	0.40	0.05	0.02	1.00	0.33	0.33	0.08	0.08
$S \sim \lg t$ 曲线法	1.61	0.21	0.45	0.05	0.03	1.00	0.33	0.33	0.08	0.08
误差反比例确权组合	0.97	0.16	0.32	0.04	0.02	0.29	0.18	0.23	0.06	0.05
补偿误差后反比例确权组合	0.29	0.09	0.15	0.02	0.01	0.06	0.08	0.13	0.04	0.03

从表 7 可以看出:单项预测模型中,Logistic 曲线法在预压阶段的预测精度较理想,Logistic 曲线法与 $S \sim \lg t$ 曲线法在卸载阶段的预测精度基本一致;通过对比两种不同的组合预测模型可以发现:补偿误差后反比例确权组合模型的预测结果明显优于常规的误差反比例确权组合模型,各项精度指标明显优于后者,而且变化规律更为稳定;在卸载阶段,优化后的反比例确权组合模型的误差平方和 SSE 仅为 0.06,而优化前为 0.29,优化效果明显。

3 结论

大跨径桥梁在采用支架现浇法施工时,支架体系变形规律的准确预测对后期预拱度的设置至关重要。为此,该文提出一种补偿误差后的反比例确权组合模型变形预测新方法,并结合工程实例与各单项预测模型、误差反比例确权组合模型进行了预测误差的对比分析,得出的主要研究结论如下:

(1) 如果单纯地拟合一种函数来大致预判支架体系在加载预压阶段的变形发展规律,可以选择与实测变形曲线拟合程度最高的 Logistic 曲线法,该方法简单实用,对从业人员的相关要求不高;在卸载期间, $S \sim \lg t$ 曲线法与 Logistic 曲线法同样具有较好的利用价值,两者的预测精度相差不大。

(2) 对比单项预测模型和误差反比例确权组合模

型的变形预测效果,补偿误差后的反比例确权组合模型在预压和卸载阶段与实测变形量的吻合程度更好、预测精度更高,从而在支架受压变形预测中具有更大的应用价值。

参考文献:

- [1] 田帅帅,任伟新,李星新.箱梁桥大跨钻孔桩现浇支架计算与施工监控[J].中外公路,2015(6).
- [2] 彭晓彬,詹建辉,常英,等.武穴长江公路大桥总体设计[J].中外公路,2019(3).
- [3] 朱新华.沧德特大桥跨石黄高速公路连续梁施工支架计算分析研究[D].中南大学硕士学位论文,2010.
- [4] 王景元.软土地基现浇连续箱梁支架设计与施工技术[J].中外公路,2008(2).
- [5] 王吉连,陈开桥,毛伟琦.武汉大道跨铁路斜拉桥主跨现浇段支架设计[J].桥梁建设,2013(3).
- [6] 肖勃,朱禄宏,郭云开,等.山区高速公路顺向高边坡变形预测模型研究[J].中外公路,2018(5).
- [7] Nazir R, Sukor N, Niroumand H, et al. Performance of Soil Instrumentation on Settlement Prediction[J]. Soil Mechanics and Foundation Engineering, 2013, 50(2): 69-77.
- [8] 朱禄宏.单项/组合模型预测山区高速公路特殊路段路基沉降[D].长沙理工大学硕士学位论文,2017.
- [9] 谢宇航,赵健,郭昕,等.组合预测模型在路基沉降中的应用研究[J].交通科学与工程,2019(4).
- [10] 王博林,马文杰,王旭,等.最优组合预测模型在高填方体沉降中的应用研究[J].土木工程学报,2019(S1).