

土石混合体路基填料分形特性与 压实破碎特征试验研究

陶庆东^{1,2}, 何兆益^{1*}, 贾颖^{1,3}

(1. 重庆交通大学 土木工程学院, 重庆市 400074; 2. 绵阳职业技术学院;
3. 贵州省交通勘察规划设计研究院股份有限公司)

摘要: 山区高速公路土石混合体路基填料组成与来源复杂,研究其物理力学性质对路基沉降预测及边坡安全性评定具有重要意义。针对土石混合体路基填料,运用分形几何理论,进行5种不同含石量填料颗粒级配设计,分析颗粒级配评价指标与分维数的相关关系,并对击实后的填料进行破碎率与分维数变化规律研究。结果表明:评价土石混合体填料级配良好与否的两个指标可简化为分维数一个指标,填料级配良好的分维数区间为 $(2.22, 2.631]$;在含石量相同的情况下,颗粒破碎率随着含水率的增大而增大,对应的分维数也随之增加;当含水率相同时,含石量高的土石混合体填料对应的破碎率更大,含石量大于50%时,填料破碎率与分维数的增加更为显著;破碎率对含水率与含石量变化较为敏感,但含石量的影响程度更大。

关键词: 分维数;土石混合体;破碎率;含石量;压实特性

土石混合体填料具有抗剪强度高、压实性能好、稳定性好、透水性强、抗冲刷能力强等优点,因而广泛应用于山区高填方公路工程建设中。但土石混合体填料组成与来源复杂,具有明显的不确定性、不连续性与不规则性,并一直处于动态演变之中,运用传统科学方法难以解决其复杂无序却有内在规律的问题,而分形几何理论可以深入分析其粒度分形特征与工程特性的相关性,为其提供定量化的描述。

董云对土石混合料粗颗粒含量与颗粒分布对分维值的影响进行了探讨,得到了颗粒级配与分维值的相关关系;张季如、周荣、杜俊、王宇等基于试验数据,建立了砂土、粗粒土与岩体的抗剪强度指标、渗透变形指标、破碎性与分形维数的关系;舒志乐从非线性特性角度出发,评价了粒度分维值对抗剪强度的影响程度;McDowell、杜修力、蔡正银、李希等对砂砾石、堆石料进行了粒度分形,得到了质量—粒径级配曲线与粒度分维数间的相关关系,以及密度、级配与围压对颗粒破碎影响的内在规律。

基于以上研究成果,该文运用分形几何理论,对不同含石量与不同含水率的土石混合体填料的分形特征进行研究,并考虑击实前后颗粒破碎对分形特征的影响。从连续变化的分维数上认知土石混合体填料的力学性能变化规律,得到影响分维数的因素及各因素的影响程度,从而指导高速公路土石混合体山区的施工。

1 试验材料与设计

1.1 试验材料

为验证土石混填体路基填料的分形特征,以四川省省道205线绵阳绕城段改线工程(游仙区段)现场路基填料为研究对象。该工程采用移挖做填的路堤填筑形式,试验材料均为高填方路基填筑材料或路堑开挖土方,主要含有页岩、页岩土,部分还含有砂岩、石灰岩。

试验过程中,严格把关选取的填料、保证土石混合体填料质地均匀,控制颗粒的最大粒径为40 cm,拌和

收稿日期:2019-09-12

基金项目:四川省教育厅项目(编号:18ZB0307);重庆市科技攻关项目(编号:cstc2012ggA50001);甘肃省交通建设科技项目(编号:甘交工(科研)2011第002号)

作者简介:陶庆东,男,博士研究生,讲师。E-mail:290242665@qq.com

*通信作者:何兆益,男,博士,教授,博士生导师。E-mail:hzyzwb@cquc.edu.cn

均匀后用于击实试验,这样可以保证各填料自身的颗粒密度为定值。

1.2 试验设计

对土石混合体填料进行筛分时,粒径小于 5 mm 的材料定义为土,粒径大于 5 mm 的材料定义为石,室内筛分试验采用标准振筛机,筛分粒径分别为 40、20、10、5、2.5、1.25、0.6、0.3、0.15、0.075 mm。

表 1 击实试验前不同级配各粒径含量

含石量/ %	各粒径 R_i (mm) 的质量百分比 $p/\%$								
	40~20	20~10	10~5	5~2.5	2.5~1.25	1.25~0.6	0.6~0.3	0.3~0.15	<0.15
0(原状填料)	11.2	10.8	11.1	16.4	15.1	7.1	7.9	8.0	12.4
10	3.0	4.0	3.0	27.0	37.0	10.0	8.0	5.0	3.0
30	9.0	12.0	9.0	20.0	18.0	6.0	6.0	8.0	12.0
50	15.0	15.0	20.0	20.0	11.0	8.0	5.0	4.0	2.0
70	20.0	20.0	30.0	13.0	6.0	4.0	4.0	2.0	1.0
90	27.0	43.0	20.0	4.0	2.0	1.0	1.0	1.0	1.0

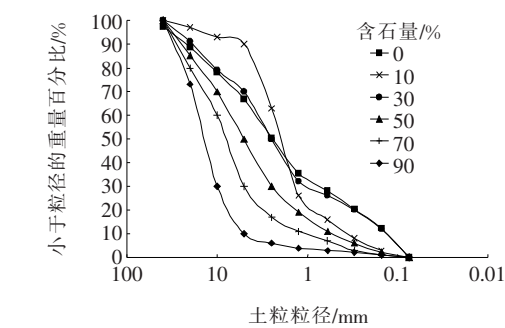


图 1 不同含石量颗粒级配曲线

对原路基填料与设计含石量填料进行击实试验,试验共进行 30 组,得到不同含石量击实曲线,如图 2 所示,对应的不同含石量的最大干容重与最佳含水量,如表 2 所示。

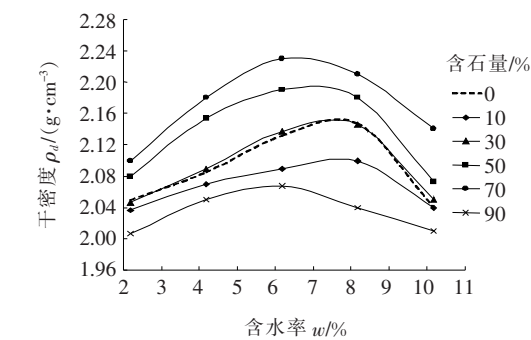


图 2 土石混合体填料不同含石量击实曲线

由图 1、2 与表 2 可得:原状填料级配与含石量 30% 情况下的级配曲线、击实曲线,最大干容重与最佳

由于土石混合料具有颗粒粒径范围变化大、含石量离散性大等特点,因此有必要研究不同含石量填料击实前后的分形特性与破碎率对分维数的影响。选取 5 种含石量(10%、30%、50%、70%、90%)的路基填料进行分析,并按照表 1 各粒径进行组合,对应的土石混合体填料不同含石量的级配曲线,如图 1 所示。

含水率均较为接近,因此后续的研究中将不再单独探讨原状土石料的破碎与分形特性,仅进行含石量 30% 时填料的相关特性研究。

表 2 不同含石量的最大干容重与最佳含水量

含石量/ %	最大干密度/ ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$)	最佳含水量/ %
0	2.147	7.42
10	2.100	7.8
30	2.146	7.4
50	2.190	7.2
70	2.230	6.5
90	2.067	6.0

2 土石混合体粒度分形特性

2.1 分形结构模型

分形几何理论主要用以描述质量(F)与长度(L)、面积(S)、体积(V)的相互关系,假设物体的分维数为 D ,则存在如下关系式:

$$L \propto S^{\frac{1}{2}} \propto V^{\frac{1}{3}} \propto F^{\frac{1}{D}} \tag{1}$$

基于分形几何理论,Mandelbrot 提出了颗粒数量一粒径的分形模型,该模型可以表述为:

$$N(>R_i) \propto R_i^{-D} \tag{2}$$

式中: N 为粒径大于 R_i 粒径的颗粒数量; R_i 为颗粒

粒径; D 为分维数。

假设某一粒径的颗粒组成与颗粒数量存在常数 C 的关系,则式(2)可以变换为:

$$N(>R_i) \propto C \cdot R_i^{-D} \tag{3}$$

根据颗粒数量—粒径的分形模型,Tyler 等提出了考虑质量与孔径的三维空间体积分形模型,即:

$$N(>R_i) = C_V \cdot [1 - (R_i^{-D}/K_V)^{(3-D)}] \tag{4}$$

式中: C_V 与 K_V 为与颗粒组成有关的常数。

假定各粒径颗粒密度 ρ 相等,则有:

$$\rho \times V(>R_i) = \rho \cdot C_V \cdot [1 - (R_i/K_V)^{(3-D)}] \tag{5}$$

也即大于某一粒径的颗粒质量为:

$$M(>R_i) = C_m \cdot [1 - (R_i/K_V)^{(3-D)}] \tag{6}$$

式中: C_m 为与颗粒质量组成有关的常数。

设最大粒径为 R_{\max} ,土样总质量为 $M_{\text{总}}$,则当 $R_i = 0$ 时, $M(>R_i) = M_{\text{总}} = C_m$;而当 $R_i = R_{\max}$ 时,就可以得到 $1 - (R_i/K_V) = 0$,即 $K_V = R_{\max}$,此时式(6)可以写为:

$$M(>R_i)/M_{\text{总}} = 1 - (R_i/R_{\max})^{(3-D)} \tag{7}$$

$$\text{即 } M(<R_i)/M_{\text{总}} = (R_i/R_{\max})^{(3-D)} \tag{8}$$

式中: $M(<R_i)/M_{\text{总}}$ 为质量通过率 P ,即小于某粒径的颗粒累计质量 $M(<R_i)$ 占总质量 $M_{\text{总}}$ 的百分比。

等式两边取对数,得:

$$\lg P = (3-D) \times \lg(R_i/R_{\max}) \tag{9}$$

式中: $P = M(R_i)/M_{\text{总}}$, $M(R_i)$ 为小于粒径 R_i 的颗粒质量,将 P 和 R_i/R_{\max} 作为双对数横纵坐标,此时,(3-D)为拟合直线的斜率 K 。通过求得拟合直线的斜率 K ,可求得分维数 $D = 3 - K$ 。

2.2 分维数计算

以粒径比对数 $\lg(R_i/R_{\max})$ 为横坐标,质量比对数 $\lg P$ 为纵坐标,参照图 1 级配曲线,对不同含石量土石混合体填料在双对数坐标系下的级配曲线进行拟合,具体见表 3 与图 3。

表 3 土石混合体填料不同含石量的粒度分维数

含石量/%	斜率 K	分维数 D	相关系数 R
10	0.646 3	2.353 7	0.886 2
30	0.377 6	2.622 4	0.969 8
50	0.692 7	2.307 3	0.953 1
70	0.821 1	2.178 9	0.974 9
90	0.842 2	2.157 8	0.963 5

由表 3、图 3 可得:含石量 10%、30%、50%、70%、90% 的线性相关系数 R 均较高,拟合度较高,说明当土石混合体填料中的含石量变化时,颗粒粒径与级配仍然

存在较明显的分形现象,不同含石量的土石混合体填料符合分形特征条件,是一种分形材料。

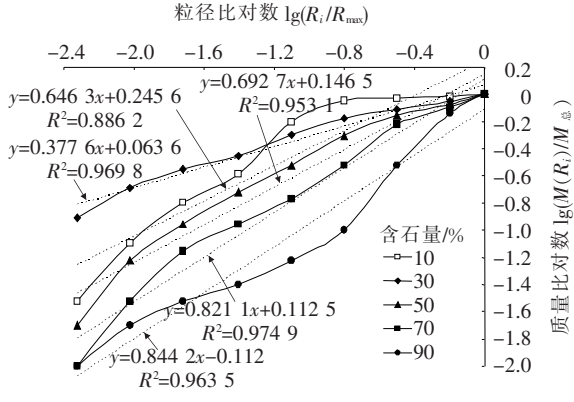


图 3 不同含石量的双对数颗粒粒度分维曲线

2.3 级配分维指标

前文已经证明了不同含石量土石混合体填料中存在分形现象,因而可以进行分维数与颗粒级配的相关性研究。

由于颗粒的分维数大小由颗粒粒度成分决定,而室内试验中,填料的不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c 是反映级配优良与否的最直观指标,两者也与颗粒粒度成分密切相关。因此,需要通过以上两个参数判断不同含石量级配优劣情况,找到分维数与 C_u 、 C_c 的相关关系。

由图 1 可得不同含石量的不均匀系数 C_u 和曲率系数 C_c ,计算公式如下:

$$C_u = d_{60}/d_{10} \tag{10}$$

$$C_c = (d_{30})^2/(d_{60}d_{10}) \tag{11}$$

参考文献[1]对颗粒级配评价指标与分维数的关系进行推导,得到的公式如下:

$$C_u = 6^{1/(3-D)} \tag{12}$$

$$C_c = (3/2)^{1/(3-D)} \tag{13}$$

将式(10)、(11)代入式(12)、(13),求得的不同含石量填料颗粒的分维数,如表 4 所示。

参照 GB/T 50145—2007《土的工程分类标准》,具体见表 5,得到当砾与砂的 $C_u \geq 5$, C_c 为 1~3 时,颗粒级配良好;当 $C_u \geq 5$ 时,由式(12)得分维数 $D \geq 1.887$,当 C_c 为 1~3 时,由式(13)得分维数 $D \geq 2.631$,此时粒度分维数区间为 1.887~2.631,但以上条件只是针对砾土与砂土。

由于土石混合体填料的特殊性与复杂性,通过粒度分维数区间[1.887,2.631]来判断土石混合体填料级配良好并不一定适用,因此有必要对土石混合体填料级配良好时的粒度分维数区间进行研究。

表 4 各含石量土石混合体填料的粒径分布特征

含石量/ %	$d_{10}/$ mm	$d_{30}/$ mm	$d_{60}/$ mm	C_u	C_c	根据 C_u 求得 的 $D_{式(10)}$	根据 C_c 求得 的 $D_{式(11)}$	击实前分 维数 D
10	0.36	1.50	2.40	6.67	2.60	2.055	2.57	2.353 7
30	0.13	0.75	3.80	29.23	1.14	2.470	-0.09	2.622 4
50	0.55	2.60	7.00	12.73	1.76	2.300	2.28	2.307 3
70	1.00	5.00	10.00	10.00	2.50	2.220	2.56	2.178 9
90	5.00	10.00	15.00	3.00	1.33	1.370	1.58	2.157 8

表 5 砾类土与砂类土分类

土类	细粒含量	粗组含量	土类名称
砾	<5%	级配 $C_u \geq 5, 1 \leq C_c \leq 3$	级配良好砾
		级配:不同时满足上述要求	级配不良砾
砂	<5%	级配 $C_u \geq 5, 1 \leq C_c \leq 3$	级配良好砂
		级配:不同时满足上述要求	级配不良砂

由表 4 可知:当含石量 10%、30%、50%与 70%时,各含石量土石混合体填料的不均匀系数均为 $C_u > 5$ 和曲率系数均为 C_c 在 1~3 之间,满足级配良好的规定,其对应的分维数分别为 2.353 7、2.622 4、2.307 3、2.178 9,对应的粒度分维数区间为[2.178 9,2.622 4],该区间包含在砾土与砂土的分维区间[1.887,2.631]范围内,表明土石混合体填料的级配良好时对应的粒度分维数区间服从于砾土与砂土的粒度分维数区间,但级配良好的土石混合体填料对粒度分维数区间的要求更为严格。同时,也可证明通过不均匀系数 C_u 与曲率系数 C_c 两者共同判断颗粒级配优劣的标准与分维数区间判断标准一致。因此,评价土石混合体路基填料级配的两个指标可简化为分维数一个指标,且土石混合体填料级配良好的分维数区间可以确定为[2.178 9,2.622 4]。

3 颗粒破碎特性分析

3.1 颗粒破碎类型

颗粒破碎是指岩土颗粒在外部荷载作用下产生结构的破裂或破损,分裂成粒径相等或不等的多个颗粒的现象,颗粒破碎大致分为 3 种类型,如图 4 所示。

土石混合体填料产生颗粒破碎的主要原因是:填料中各粒径颗粒常为点接触,压实过程中,土石混合体填料骨架中的“石”在相互挤压,当压力大于自身能够抵抗的压力时,即发生颗粒破裂。大粒径颗粒分裂成粒径不均的多个小颗粒,加之颗粒自身结构的缺陷,颗粒本身

会发生更小颗粒的脱落,致使大颗粒逐渐变小,出现破裂与破碎两种类型的破碎;而当颗粒间存在机械咬合,在颗粒表面产生剪切力时,会出现颗粒研磨类型的破碎。

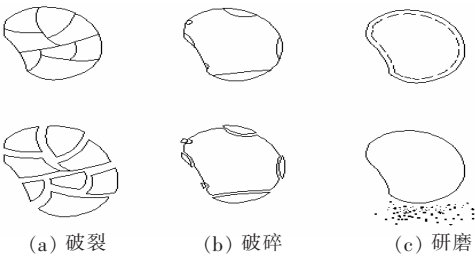


图 4 块石破碎分类

3.2 颗粒破碎率

分形理论是研究土石混合体填料的有效工具,其中分维数值是填料粒度分形分布特征的量化指标,填料击实前后各粒径含量的变化值,可以表征各粒径颗粒发生破碎的程度。Hardin、Lee 等提出了表征颗粒破碎的方法,其中 Marsal 与 Hardin 提出的相对破碎率 B_g 的概念应用最为广泛, B_g 的计算方法如下:

$$B_g = \sum |W_{ki} - W_{kf}| \tag{14}$$

式中: B_g 为试验前后各粒径组成质量之差的正值,作为颗粒破碎程度的度量; W_{ki} 、 W_{kf} 分别为击实前、后级配曲线上某粒组的质量分数。

对不同含石量与含水率的土石混合体填料进行击实,击实后其级配特征与分维数变化见表 6。

由表 6 可知:

(1) 在含石量一定的情况下,颗粒破碎率随着含水率的增大而增大;当含水率相同时,含石量高的土石混合体填料对应的破碎率更大,且含石量大于 50%时,填料破碎率显著增加。

(2) 含石量与含水率是影响颗粒破碎率的两个重要因素。① 当讨论含水率的影响时,以填料含水率为

2.18%作为基准值,含水率为 4.18%、6.18%、8.18%、10.18%作为对比值,则含石量为 10%时,含水率 2.18%增加到 10.18%,破碎率增加的最大比例为 44.90%,同理,含石量为 30%、50%、70%、90%时破碎率增加的最大比例为 154.60%、113%、54.87%、34.66%;② 当讨论含石量的影响时,以填料含石量为 10%,含水率为 2.18%、4.18%、6.18%、8.18%、10.18%作为基准值,则含石量为 30%、50%、70%、90%对应 2.18%含水率,破碎率增加的比例为 234.7%、810%、1 629%、2 756%,取最大值 2 756%,同理含石量为 30%、50%、70%、90%对应含水率为 4.18%、6.18%、8.18%、10.18% 时,破碎率增加的最大比例为 2 792%、2 946%、2 580%、2 554%。分析以上数据可得,含石量对破碎率的影响较含水率更加显著。

表 6 击实后不同级配各粒径含量

含石量/%	含水率/%	不同粒径(mm)的各粒组含量/%									破碎分维数 D	击实前后 D 值差值	破碎率 B _g /%
		40~20	20~10	10~5	5~2.5	2.5~1.25	1.25~0.6	0.6~0.3	0.3~0.15	<0.15			
10	2.18	2.833	4.043	3.043	27.037	36.673	10.144	8.108	5.072	3.036	2.357 1	0.003 4	0.98
	4.18	2.867	3.960	3.043	27.087	36.640	10.157	8.118	5.079	3.039	2.357 3	0.003 6	1.06
	6.18	2.750	3.893	3.043	27.120	36.823	10.144	8.108	5.072	3.036	2.356 8	0.003 1	1.06
	8.18	2.717	3.877	2.977	27.153	36.857	10.164	8.123	5.082	3.041	2.357 1	0.003 4	1.40
	10.18	2.683	3.860	2.743	27.037	37.157	10.204	8.153	5.102	3.051	2.357 9	0.004 2	1.42
30	2.18	8.317	11.723	9.540	20.253	17.320	6.339	6.254	8.169	12.085	2.609 3	-0.013 1	3.28
	4.18	8.233	11.523	9.607	20.203	17.203	6.492	6.369	8.246	12.123	2.610 4	-0.012 0	4.08
	6.18	8.217	10.540	9.840	20.437	16.970	6.799	6.599	8.399	12.200	2.612 3	-0.010 1	6.55
	8.18	7.567	10.157	9.540	20.270	17.803	7.332	6.332	8.666	12.333	2.613 8	-0.008 6	6.95
	10.18	7.183	9.723	9.440	20.487	17.920	7.299	6.974	8.649	12.325	2.614 0	-0.008 4	8.35
50	2.18	11.213	14.300	20.753	21.717	11.077	8.776	5.582	4.388	2.194	2.322 1	0.014 8	8.97
	4.18	10.380	14.383	20.420	21.900	11.283	9.053	5.790	4.527	2.263	2.328 2	0.020 9	10.47
	6.18	8.997	14.683	20.937	22.233	10.500	9.460	6.095	4.730	2.365	2.337 0	0.029 7	13.64
	8.18	8.130	14.400	20.903	22.200	11.167	9.680	6.260	4.840	2.420	2.340 7	0.033 4	14.94
	10.18	7.630	12.817	21.403	22.250	11.733	10.067	6.550	5.033	2.517	2.347 9	0.040 6	19.11
70	2.18	15.010	16.517	31.130	15.127	7.580	5.455	5.091	2.727	1.364	2.235 2	0.056 3	16.95
	4.18	13.293	16.417	32.213	15.093	7.413	5.828	5.371	2.914	1.457	2.247 7	0.068 8	20.58
	6.18	10.077	18.200	32.880	15.870	6.343	6.252	5.689	3.126	1.563	2.260 2	0.081 3	23.45
	8.18	8.860	19.317	33.130	15.364	5.989	6.536	5.902	3.268	1.634	2.269 8	0.090 9	23.67
	10.18	8.127	18.750	33.280	14.737	7.927	6.472	5.854	3.236	1.618	2.265 0	0.086 1	26.25
90	2.18	15.447	40.553	24.207	8.333	4.560	2.156	1.867	1.578	1.289	2.194 6	0.049 2	27.99
	4.18	13.463	41.203	23.973	8.683	5.043	2.449	2.087	1.725	1.362	2.207 0	0.066 3	30.66
	6.18	12.530	41.320	24.090	8.517	5.010	2.809	2.357	1.905	1.452	2.224 1	0.092 7	32.29
	8.18	9.980	41.253	24.157	11.413	2.933	3.502	2.876	2.251	1.625	2.250 5	0.105 8	37.52
	10.18	8.997	42.153	24.140	7.983	5.660	3.823	3.117	2.411	1.706	2.263 6	0.077 4	37.69

统计表 6 不同含石量的填料破碎后分维数数据,得到击实后的分维数除含石量 30%时略有减少外,其余情况均成增加的趋势;且根据定义的土石混合体填料级配良好的分维数区间[2.178 9,2.622 4],可确定击实后的土石混合体填料级配良好。

击实破碎后分维数与颗粒破碎率关系曲线如图 5 所示。

由图 5 可知:通过对填料不同含石量的破碎率与分维数关系进行拟合,得到含石量 10%、70%时对应的关系系数 R^2 分别为 0.344 8 与 0.857 6,相关性相对较差外,含石量为 30%、50%、90%时,线性相关系数均较高,分别达到了 0.947、0.974 1、0.971 7,相关性较高,表明不同含石量的分维数与对应的击实破碎率间存在内在联系。

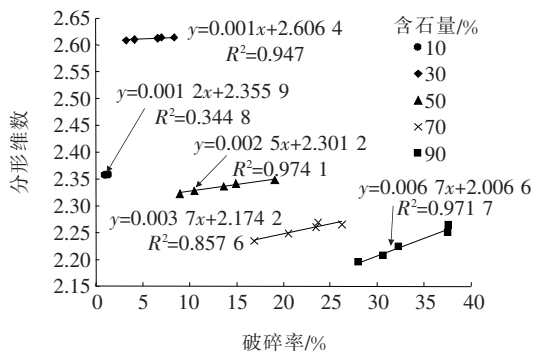


图5 分维数与颗粒破碎率关系曲线

击实破碎后分维数与含水率关系曲线,如图6所示。

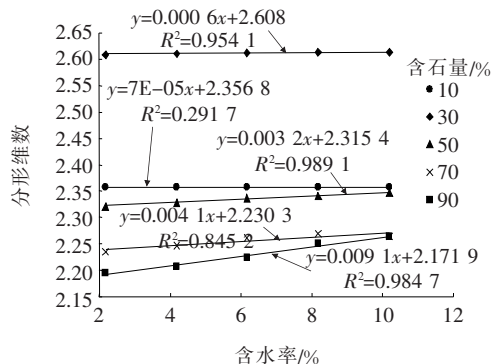


图6 破碎后分维数与含水率关系曲线

由图6可知:当含石量相同时,随含水率的增加,击实后土石混合体破碎的分维数呈逐渐增大的趋势,且含石量越大,破碎的分维数增加得越多。

主要原因是在含石量较大时,含水率逐渐增加的情况下,颗粒间的相对滑动性更好,相互机械咬合的机会增加,在填料受到击实作用时,颗粒间由于相互机械咬合力与挤压力增加,当颗粒间难以抵抗外界的压力,就会发生显著的破碎,进而使原有的颗粒级配发生变化,增大了分维数;而当含石量较小时,击实作用只是将“石”压碎,而“土”颗粒未被压碎,只是使其密度更好,孔隙更小,所以分维数变化不大。

4 结论

基于分形几何理论,分析了不同含石量的颗粒级配设计时的分维数与击实破碎后的分维数的变化规律。主要结论如下:

(1) 可用分维数作为土石混合体填料颗粒级配的评价指标,且土石混合体填料级配良好的分维数区间为[2.178 9, 2.622 4]。土石混合体填料破碎后的分形维数与含水率及破碎率间存在很好的线性关系。

(2) 由于填料在击实过程中,颗粒会发生破碎,破碎后的分维数需考虑含石量与含水率等因素。

(3) 当含水率相同时,含石量高的土石混合体填料对应的破碎率更大,且含石量大于50%时,填料破碎率显著增加。

(4) 当含石量为定值时,随着含水率的增加,击实后土石混合体破碎的分维数呈逐渐增大的趋势,且随含石量的增加,破碎后填料分维数增加得更为显著。

参考文献:

- [1] 董云,任小伟. 土石混合料的颗粒分形特征及其工程应用研究[J]. 中外公路, 2006(6).
- [2] 张季如,祝杰,黄文竞. 侧限压缩下石英砂砾的颗粒破碎特性及其分形描述[J]. 岩土工程学报, 2008(6).
- [3] 周荣,宋晓东. 粗粒填料土分形特征与可压实特性相关性研究[J]. 人民长江, 2014(1).
- [4] 杜俊,侯克鹏,杨帆,等. 分形理论在排土场散体力学性质研究中的应用[J]. 昆明理工大学学报(自然科学版), 2013(3).
- [5] 王宇,王士军,谷艳昌. 基于分形理论的多孔介质渗透破坏研究[J]. 中国农村水利水电, 2016(3).
- [6] 舒志乐,刘新荣,刘保县,等. 土石混合体粒度分形特性及其与含石量和强度的关系[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2010(3).
- [7] 舒志乐,刘新荣,刘保县,等. 基于分形理论的土石混合体强度特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009(z1).
- [8] MCDOWELL G R, BOLTON M D. On the Micromechanics of Crushable Aggregates[J]. Geotechnique, 1998(5).
- [9] 杜修力,张佩,金浏,等. 基于分形理论的北京地区砂砾石地层细观建模[J]. 岩石力学与工程学报, 2017(2).
- [10] 蔡正银,李小梅,关云飞,等. 堆石料的颗粒破碎规律研究[J]. 岩土工程学报, 2016(5).
- [11] 李希,张升,童晨曦,等. 基于线性拟合的颗粒材料破碎状态表征[J]. 岩土力学, 2015(z1).
- [12] MANDELROT B B. The Fractal Geometry of Nature [M]. New York: W. H. Freeman, 1983.
- [13] Tyler S W, Wheatcraft S W. Fractal Scaling of Soil Particle Size Distribution: Analysis and Limitations[J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1992(56).
- [14] GB/T 50145—2007 土的工程分类标准[S].
- [15] 贾瑞晨,甄精莲. 地基与基础[M]. 北京:北京邮电大学出版社, 2017.
- [16] LADE P V, YAMAMURO J A, BOPP P A. Significance of Particle Crushing in Granular Materials [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996(4).
- [17] HARDIN B O. Crushing of Soil Particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985(10).