

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2020.01.027

自锚式悬索桥吊索力缺失分析

蒋俊秋, 刘祥宇, 陈桂成

(1.重庆交通大学 土木工程学院, 重庆市 400074; 2.重庆中设工程设计股份有限公司)

摘要: 为了解自锚式悬索桥吊索力缺失对结构受力的影响, 基于分段悬链线理论, 在求解主缆节段控制方程组的基础上, 分析其成桥阶段受力以及吊索力出现缺失前后主缆、吊索的受力变化; 基于膜理论, 将吊索力缺失等效为附加荷载作用于加劲梁上, 分析其受力、变形情况。研究表明: 该文分析方法可靠, 计算简便, 精度较高, 公式化的近似理论解对完善自锚式悬索桥设计理论, 提高对结构整体力学性能的把握具有参考价值。

关键词: 自锚式悬索桥; 吊索; 索力缺失; 影响; 分析

近年来, 自锚式悬索桥作为一种新的桥梁结构形式, 由于其具有不需要设置庞大的地锚、对地基要求相对较低等优势, 成为中小跨桥梁结构中的热门桥型。

自锚式悬索桥是一种自平衡体系, 其受力变化比地锚式悬索桥更复杂。目前国内外针对地锚式悬索桥的研究已经相对成熟, 而对自锚式悬索桥的研究较少。故应结合自锚式悬索桥结构特点, 对其进行进一步研究。对于自锚式悬索桥这一类缆索桥梁, 随着时间的推移难免会出现索力缺失的情况, 从而影响整体结构受力。与新桥修建时缺乏吊索不同: 一方面, 自锚式悬索桥修建时有各种临时设施保证施工阶段的结构受力与安全, 而后期吊索力缺失时没有这些临时设施; 另一方面, 新桥修建时吊索是按照特定的顺序进行张拉, 而后期吊索力缺失具有随机性, 两者之间受力模式有所区别且前者更不利于结构受力。因此, 有必要对其吊索力缺失进行分析。

在自锚式悬索桥索力缺失情况中最不利是断索

(即吊索力损失 100%), 而其他索力损失的情况(如锚头松动, 吊索松弛、老化, 以及施工过程中各种因素可能会对吊索损失产生的影响), 可按其索力损失的比例, 参考断索情况进行插值参考计算。同时, 由于多根吊索的断裂可由单根吊索依次进行叠加计算(各吊索断裂处索力为零)。因此, 该文仅以自锚式悬索桥中出现单根吊索断裂的情况为例进行计算分析, 多根吊索力缺失可参照此方法进行逐一叠加计算。

该文旨在分析自锚式悬索桥的索力缺失对全桥结构的影响, 通过理论推导, 得到相应理论解, 完善自锚式悬索桥设计理论并对结构的优化设计提供参考。

1 计算原理

该文考虑缆—梁联合作用, 将自锚式悬索桥拆分为主缆与加劲梁两部分独立分析, 两者通过吊索的变形协调条件进行耦合, 如图 1 所示。

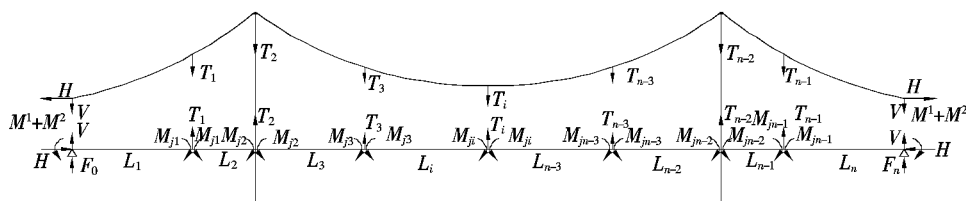


图 1 计算方法原理图

令原成桥状态为工况 1, 去掉某一吊索后状态为工况 2。

主缆部分主要通过工况 1 给定的各吊点间索段的无应力长度以及吊索间距, 求得满足工况 2 要求的主

缆线形, 同时求出工况 2 状态下, 主缆端部反力、吊索索力。

将加劲梁从整体结构中分离出来采用膜理论进行分析。忽略梁体剪切变形、吊索的伸缩和倾斜变形对

收稿日期: 2019-06-06

作者简介: 蒋俊秋, 男, 博士研究生, E-mail: 290928189@qq.com

结构受力的影响,将离散的吊索力简化为连续的均布荷载,作用于加劲梁上。因此,吊索力损失可简化为加劲梁相应位置所增加的附加荷载,将其直接施加于加劲梁上,得到吊索力损失后加劲梁所受的附加弯矩、挠度变形等。

2 主缆的几何非线性分析

在考虑主缆非线性分析中,主缆的弯曲刚度可忽略不计,吊索力、索夹自重都以等效集中力 T_i' 方式作用在其相应位置上,并注意到计算的是主缆有应力平衡位置,其变形已基本完成,因此在主缆计算过程中不伸长。

如图 2,取主缆吊索间一段无伸长的自由悬索,其坐标为 y_i 向下为正,单位缆长重为 q ,任一处的 Lagrange 坐标为 s ,相应笛卡尔坐标为 (x, y) ,则任意索自由索段端点力与坐标之间的函数关系需满足:

$$x(s) = \frac{H}{q} \left[\operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{V}{H} \right) - \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{V - qs}{H} \right) \right] \quad (1)$$

$$y(s) = \frac{H}{q} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V}{H} \right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V - qs}{H} \right)^2} \right] \quad (2)$$

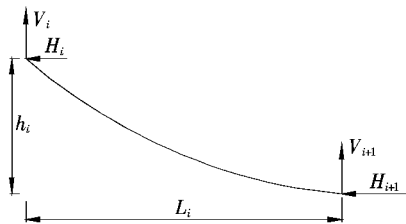


图 2 索形力学模型简化图

吊索间任一索段都必须满足式(1)、(2),令 $V_i = V, H_i = H$,于是:

$$L_i = \frac{H_i}{q} \left[\operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{V_i}{H_i} \right) - \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{V_i - qs_i}{H_i} \right) \right] \quad (3)$$

$$h_i = \frac{H_i}{q} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V_i}{H_i} \right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V_i - qs_i}{H_i} \right)^2} \right] \quad (4)$$

式中: L_i 为 i 号梁段吊索间距; H_i 为 i 号梁段主缆吊点高差; s_i 为 i 号梁段主缆无应力长度。

成桥状态有:

$$L_{m-1} = \frac{H}{q} \left[\operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{V_{m-1}}{H} \right) - \operatorname{sh}^{-1} \left(\frac{V_{m-1} - qs_{m-1}}{H} \right) \right] \quad (5)$$

通常情况下有: $L_{m-1} = L_m$

对仅有垂直吊杆的情况:

$$V_m = V_{m-1} - (T_m + qs_{m-1}) \quad (6)$$

3 主缆分析

3.1 主缆方程的求解

令 $e^{\frac{qL}{H}} = a$, 由式(5)可得:

$$V_{m-1} + \sqrt{V_{m-1}^2 + H^2} = a [V_{m-1} - qs_{m-1} + \sqrt{(V_{m-1} - qs_{m-1})^2 + H^2}] \quad (7)$$

故,可令:

$$V_{m-1} = a(V_{m-1} - qs_{m-1}) + x, \text{ 可得:}$$

$$V_{m-1} = \frac{aqs_{m-1} - x}{a - 1} \quad (8)$$

$$\sqrt{V_{m-1}^2 + H^2} = a \sqrt{(V_{m-1} - qs_{m-1})^2 + H^2} - x \quad (9)$$

将式(8)代入式(9):

$$\sqrt{[a(V_{m-1} - qs_{m-1}) + x]^2 + H^2} = a \sqrt{(V_{m-1} - qs_{m-1})^2 + H^2} - x \quad (10)$$

整理可得:

$$4a^2 x^2 + 4a(V_{m-1} - qs_{m-1})(a^2 - 1)x - (a^2 - 1)H^2 = 0 \quad (11)$$

将式(8)代入式(11),整理得:

$$4a^2 x^2 - 4aqs_{m-1}(a+1)x + (a^2 - 1)H^2 = 0 \quad (12)$$

此方程的解为:

$$x_1 = [aqs_{m-1}(a+1) + \sqrt{a^2 q^2 s_{m-1}^2 (a+1)^2 - a(a^2 - 1)^2 H^2}] / (2a) \quad (13)$$

$$x_2 = [aqs_{m-1}(a+1) - \sqrt{a^2 q^2 s_{m-1}^2 (a+1)^2 - a(a^2 - 1)^2 H^2}] / (2a)$$

$$V_{m-1} = \frac{aqs_{m-1} - x}{a - 1} = \frac{qs_{m-1}}{2} +$$

$$\sqrt{\frac{1}{(e^{\frac{qL_{m-1}}{H}} - 1)^2} q^2 s_{m-1}^2 - H^2} \text{ 或 } \frac{qs_{m-1}}{2} - \sqrt{\frac{1}{(e^{\frac{qL_{m-1}}{H}} - 1)^2} q^2 s_{m-1}^2 - H^2} \quad (14)$$

由于 $e^{\frac{qL}{H}}$ 趋近于 1, 故有 $e^{\frac{qL}{H}} - 1 = \frac{qL}{H}$:

$$V_{m-1(1)} = \frac{qs_{m-1}}{2} + H \sqrt{\left(\frac{s_{m-1}}{L} \right)^2 - 1} \quad (15)$$

$$V_{m-1(2)} = \frac{qs_{m-1}}{2} - H \sqrt{\left(\frac{s_{m-1}}{L} \right)^2 - 1}$$

对 V_{m-1} 有如下取值:

若 $h_{m-1} > 0$ 时 ($m-1$ 梁段主缆吊点左高右低):

$$V_{m-1} = \frac{qs_{m-1}}{2} + H \sqrt{\left(\frac{s_{m-1}}{L} \right)^2 - 1} \quad (16)$$

若 $h_{m-1} < 0$ 时 ($m-1$ 梁段主缆吊点左低右高):

$$V_{m-1} = \frac{qs_{m-1}}{2} - H \sqrt{\left(\frac{s_{m-1}}{L}\right)^2 - 1} \quad (17)$$

3.2 主缆水平分力变化分析

索力损失后, ($m-1, m$) 节段合二为一, 如图 3 所示。参考结构力学中位移法的思想, 采取如下方法进行求解:

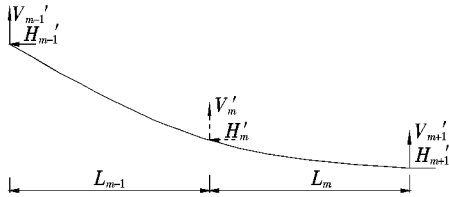


图 3 工况 2 索形力学模型简化图

(1) 首先取出 ($m-1, m$) 节段, 并将 $m-1, m$ 两点固定 [固定后 ($m-1, m$) 节段受力变化不影响主缆其他节段], 即: 主缆 V_i 通过 ($m-1, m$) 节段前后与原成桥状态保持不变。

(2) 令原成桥阶段 m 点处的吊索力为 T_m , 由于主缆竖向分力 V 的变化与其节段无应力长度呈线性关系, 故将 T_m 按主缆节段无应力长度进行分配, 显然可得:

$$V_m' = V_m + \frac{s_m}{s_{m-1} + s_m} T_m$$

由式(16)可得:

$$V_{m-1} = \frac{qs_{m-1}}{2} + H \sqrt{\left(\frac{s_{m-1}}{L}\right)^2 - 1}$$

$$V_{m-1}' = \frac{qs_{m-1}}{2} + H' \sqrt{\left(\frac{s_{m-1}}{L}\right)^2 - 1}$$

正是由于 T_m 的改变使得 H, V 发生了变化。

易知:

$$V_{m-1} = qs_{m-1} + V_m + T_m \quad (18)$$

$$V_{m-1}' = qs_{m-1} + V_m + \frac{s_m}{s_{m-1} + s_m} T_m \quad (19)$$

可得:

$$H_1 = \frac{qs_{m-1} + 2V_m + 2T_m}{2\sqrt{s_{m-1}^2 - L^2}} L \quad (20)$$

$$H_1' = \frac{qs_{m-1} + 2V_m + 2\frac{s_m}{s_{m-1} + s_m} T_m}{2\sqrt{s_{m-1}^2 - L^2}} L \quad (21)$$

(3) 根据上述分析, 固定 $m-1, m$ 两点后, $m-1, m$ 两节段主缆水平分力应满足式(21); 对于主缆的其他节段, 应满足式(20)。

去掉 $m-1, m$ 处固定约束后, 自锚式悬索桥各主缆节段间相互连续, 整个主缆所受的水平分力 H' 应处处相等。因此, 对式(20)、(21)进行修正。

(4) 主缆各节段水平方向刚度与其主缆节段矢跨比有关 (可以认为主缆节段水平刚度与相应主缆节段水平分力线性相关), 因此, 可将式(20)、(21)中的主缆水平分力按其相应主缆节段间的水平距离以及水平刚度进行分配。

对于吊索等间距的情况, 可令主缆总共分为 n 个节段, 故有:

$$H' = \frac{(n-2)\frac{H_1^2}{H_1'} + 2H_1'}{(n-2)\frac{H_1}{H_1'} + 2} = \frac{(n-2)H_1^2 + 2H_1'^2}{(n-2)H_1 + 2H_1'} \quad (22)$$

$$w = H_1 - H' = \frac{2H_1'(H_1 - H_1')}{(n-2)H_1 + 2H_1'} \quad (23)$$

通过式(23)可知: 索力损失后吊索水平分力较原成桥状态有所下降。这是由于吊索力的损失, 对主缆来说, 相当于卸载, 导致主缆内力减小, 从而使其水平分力减小。

索力损失对主缆影响程度与自锚式悬索桥主缆被吊点分割数 n (表现主缆与加劲梁联系的紧密程度, 联系越紧密影响越小)、索力损失处吊点原成桥阶段竖向分力 V_m 与损失的吊索力 T_m 及其主缆相邻节段无应力索长 s_{m-1} 与 s_m 密切相关。

自锚式悬索桥主缆、加劲梁共同承担荷载, 荷载不变的情况下, 主缆受力的减小势必会增加加劲梁的受力、变形。其中, 当主跨跨中吊索力出现损失时, 加劲梁产生的挠度、附加弯矩最大, 对加劲梁最不利。

4 吊索、加劲梁分析

4.1 吊索力分析

吊索力缺失后, 缺失点附近主缆节段的水平距离必然会发生变化, 因此, 不能直接进行计算, 应采用如下方法分析 (令 $n^{\#}$ 吊点索力缺失):

(1) 根据自锚式悬索桥主缆位移的弱相干性, 用缺失后的主缆水平分力 H' 替换原水平分力 H_1 代入式(6)、(15), 计算得到一组新的吊索力 T_i' , 同时将 n 处的 T_n' 根据其相邻主缆节段无应力长度分为 $T_n'^L$ 与 $T_n'^R$ ($T_n' = T_n'^L + T_n'^R$)。

(2) $n^{\#}$ 吊点左侧吊索力分析。

索力 $T_n'^L$ 会损失一部分,而剩下部分则会按一定比例分配给其他吊索($T_n'^L = \Delta_n^L + \delta^L$)。故可得, $T_i = \Delta_i^L + T_i'(i < n)$,其中 Δ_i^L 需要满足以下两个条件:① $\Delta_n^L = \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i^L$;② $\Delta_i^L (i = 1, 2, \dots, n)$ 具有连续性且逐渐增大。

故有:

$$\Delta_n^L = \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i^L = \Delta_{n-1}^L + \sum_{i=1}^{n-2} \Delta_i^L = 2\Delta_{n-1}^L$$

因此,可得:

$$\Delta_i^L = \frac{1}{2^{n-i}} \Delta_n^L \quad (24)$$

由于 $\frac{\Delta_{n-7}^L}{\Delta_n^L} = \frac{1}{2^7} = 0.78\% < 1\%$,因而 $n^\#$ 吊点所缺失的索力主要分担给了其相邻的 6 根吊索(包括 $n-7 \sim n-1, 7$ 段主缆节段)。即: $T_n'^L$ 分为了 Δ_n^L, δ^L 两部分,根据索力缺失吊点左侧相应主缆节段无应力长

度,可得: $\Delta_n^L = \frac{\sum_{i=n-7}^{n-2} s_i}{\sum_{i=n-7}^{n-1} s_i} T_n'^L$ 。

从而通过式: $T_i = \Delta_i^L + T_i'(i < n)$, 计算可得 $n^\#$ 吊点左侧各吊索力。

$n^\#$ 吊点右侧各吊索力参照步骤(2)进行计算,不再赘述。

4.2 加劲梁受力近似分析

由于加劲梁受力与普通梁的受力相类似,具有较大的刚度,且吊索力分布较为均匀,可对加劲梁在吊索力缺失的受力进行近似分析:

考虑加劲梁整体模型,忽略梁体剪切变形、吊索伸缩以及倾斜变形对结构受力的影响,将离散的吊杆简化为一连续膜。

成桥后,加劲梁主要受自重荷载 q_c (方向向下)、吊索力荷载 q_p (方向向上)以及主缆水平分力 H' 共同作用。对于竖向荷载,由于吊索力分布基本均匀,可视为均布荷载,故作用于加劲梁上的荷载为:

$$q' = q_c - q_p$$

图 4 为某 3 跨自锚式悬索桥加劲梁受力图示(边跨跨径为 l_1 ,中跨跨径为 l_2 ,令 $l_2 = al_1$)。

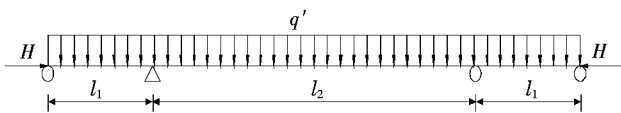


图 4 自锚式悬索桥加劲梁受力图示

由于吊索的断裂会导致除断裂吊点处的吊索力减小为 q_p' (索力损失后 $q'_1 = q_c - q_p'$),以该断裂吊点为中心, $\frac{L_i}{2}$ 的邻域范围(该吊索有效索力范围)内吊索力荷载消失外,加劲梁需独自承受荷载。同时,在 $\frac{L_i}{2}$ 邻域边缘由于相邻吊索力的增大会产生方向向上的附加力 $\Delta T'$ 。如图 5 所示。

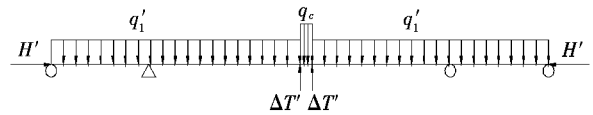


图 5 索力损失后加劲梁受力图示

根据之前的分析可知:跨中吊索力损失对加劲梁最不利。因此,以跨中吊索力缺失为例,分析加劲梁受力情况(取加劲梁无预拱度的情况)。

由于加劲梁受力是线性的,可在原成桥状态的基础上求得各附加荷载后根据力的叠加原理,将各附加荷载分别进行叠加,如图 6 所示。

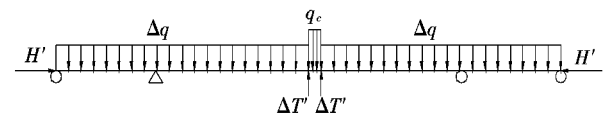


图 6 加劲梁所受附加荷载图示

其中 $\Delta q = q_p - q_p'$,考虑到吊索间距 $L_i \ll l_2$,可以将原跨中的均布荷载简化为一集中荷载 F 进行近似分析, $F = (q_c - \Delta q)L_i - 2\Delta T'$,见图 7。

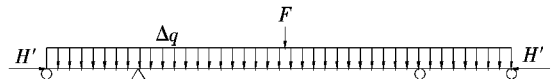


图 7 加劲梁所受附加荷载简化图示

通过位移法求得图 7 结构弯矩图,如图 8 所示。

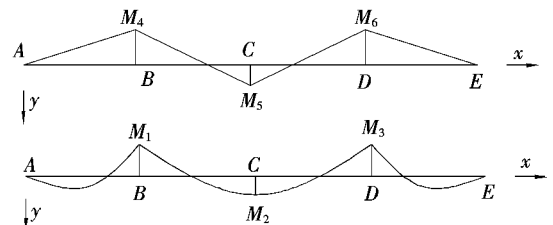


图 8 加劲梁所受附加荷载弯矩图(1)

$M_1 \sim M_6$ 即为跨中吊索力损失后竖向荷载作用下加劲梁所增加的附加弯矩,与加劲梁水平荷载产生的弯矩相叠加即可得到其最终附加弯矩,令 $l_2 = al_1$ 。

取图 8 所示坐标系:

$$AB \text{ 段弯矩为: } M_{AB} = \frac{a^3 - 3a - 1}{2(3a + 2)} \cdot \Delta q x^2 - \left[\frac{3a^2 F}{8(3a + 2)} + \frac{3a^2 - 6a - 1}{4(3a + 2)} \Delta q l_1 \right] x + H'y, \text{ 由 } EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x), \frac{dy}{dx} = \theta$$

$$AB \text{ 段边界条件: } \left. \begin{matrix} y|_{x=0} = 0 \\ y|_{x=l_1} = 0 \end{matrix} \right\} (x \in [0, l_1])$$

可得:

$$y_{AB} = \frac{1}{2} C_1 x^2 + C_2 x + C_3 + \frac{C_4 \cos\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} x\right) - C_5 \sin\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} x\right)}{\frac{H'}{EI} \sqrt{\frac{H'}{EI}}} \quad (25)$$

式中:

$$C_1 = -\frac{a^3 - 3a - 1}{H'(3a + 2)} \Delta q$$

$$C_2 = \frac{1}{H'} \left[\frac{3a^2 F}{8(3a + 2)} + \frac{3a^2 - 6a - 1}{4(3a + 2)} \Delta q l_1 \right]$$

$$C_3 = \frac{a^3 - 3a - 1}{H'^2(3a + 2)} EI \Delta q$$

$$C_4 = -\frac{a^3 - 3a - 1}{H'(3a + 2)} \Delta q \sqrt{\frac{H'}{EI}}$$

$$C_5 = -\frac{1}{\sin\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} l_1\right)} \left[\frac{H'}{EI} \sqrt{\frac{H'}{EI}} \left(\frac{1}{2} C_1 l_1^2 + C_2 l_1 + \right. \right.$$

$$\left. C_3 \right) + C_4 \cos\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} l_1\right) \left. \right]$$

取图 9 所示坐标系:

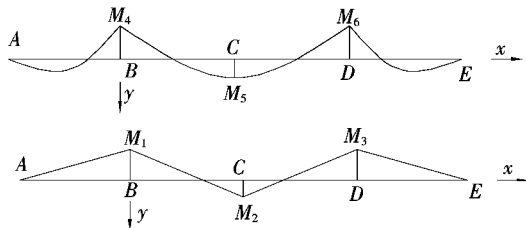


图 9 加劲梁所受附加荷载弯矩图(2)

BC 段弯矩为:

$$M_{BC} = -\frac{\Delta q}{2} x^2 + \left(\frac{a \Delta q l_1}{2} + \frac{F}{2} \right) x - \left[\frac{a^3 + 1}{4(3a + 2)} \cdot \Delta q l_1^2 + \frac{3a^2 F l_1}{8(3a + 2)} \right] + H'y$$

BC 段边界条件(根据转角连续性):

$$\left. \begin{matrix} y|_{x=0} = 0 \\ y'|_{x=0} = Z = C_1 l_1 + C_2 - \\ \frac{C_4 \cos\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} l_1\right) + C_5 \sin\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} l_1\right)}{\frac{H'}{EI}} \end{matrix} \right\} (x \in [0, \frac{l_2}{2}])$$

可得:

$$y_{BC} = \frac{1}{2} C_6 x^2 + C_7 x + C_8 +$$

$$\frac{C_9 \cos\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} x\right) - C_{10} \sin\left(\sqrt{\frac{H'}{EI}} x\right)}{\frac{H'}{EI} \sqrt{\frac{H'}{EI}}} \quad (26)$$

式中:

$$C_6 = \frac{\Delta q}{H'}$$

$$C_7 = -\frac{1}{2H'} (a \Delta q l_1 + F)$$

$$C_8 = \frac{2(a^3 + 1) \Delta q l_1^2 + 3a^2 F l_1}{8H'(3a + 2)} - \frac{EI \Delta q}{H'^2}$$

$$C_9 = -\left[\frac{2(a^3 + 1) \Delta q l_1^2 + 3a^2 F l_1}{8EI(3a + 2)} - \frac{\Delta q}{H'} \right] \sqrt{\frac{H'}{EI}}$$

$$C_{10} = \frac{H'}{EI} (C_7 - Z)$$

由此,在分析吊索力缺失对加劲梁整体受力影响时,将索力缺失转换为附加荷载作用于加劲梁上,并与加劲梁原受力状态进行叠加,从而得到其受到影响后的最终状态。

此外,由于加劲梁所受的吊索力并非完全的均布荷载(具有离散性)。因此,在对其进行弯矩、剪力计算时,应根据各吊索力进行求解。同时,加劲梁为压弯构件,在计算时须对其进行稳定分析,通过对各加劲梁节段进行分析可知:加劲梁上各吊点对加劲梁会产生约束作用,有利于加劲梁的稳定;某吊点索力缺失后,缺失点附近节段合二为一,其有效计算长度增加,稳定性变弱。

5 其他吊索力缺失与插值计算

5.1 吊索有效截面减小

由于受到各方面因素的影响(如吊索先天缺陷、管养不到位、锈蚀等),可能会引起吊索有效截面的减小,从而引起吊索力发生变化影响全桥受力。

此类工况可进行简化分析,根据先前的结论,吊索力发生变化时,取相应吊索对应的部分节段进行分析。

当 $n^{\#}$ 吊索有效截面出现缺失时:

(1) 首先,固定 $n^{\#}$ 吊索对应的主缆以及加劲梁节段吊点,使得该处主缆、吊索、加劲梁各部分间受力变化互不影响。同时令 $n^{\#}$ 吊索有效截面积减小后与先前之比为 v ,且该吊索原索力为 T_n 。

此时,主缆、加劲梁线形与 $n^{\#}$ 吊索有效截面缺失前一样,因此在 $n^{\#}$ 吊索主缆与加劲梁吊点处对应的吊索力为 T_n ;对于 $n^{\#}$ 吊索,由于其有效截面与原截面之比为 v ,且吊索索长未发生变化,因此,在此状态下 $n^{\#}$ 吊索的索力为 vT_n 。

(2) 释放 $n^{\#}$ 吊索对应的固定约束,由于 $T_n > vT_n$,此时,主缆、吊索、加劲梁吊点处吊索力重分布,从而达到平衡。

在此过程中,相应主缆吊点向上移动,加劲梁吊点向下移动,吊索伸长,即 $n^{\#}$ 吊索所对应的主缆与加劲梁吊点处对应的吊索力由 T_n 减小, $n^{\#}$ 吊索力由 vT_n 增大。达到平衡时, $T_n' \in [vT_n, T_n]$ 。

由之前的分析可得,吊索力缺失,对主缆来说相当于卸载,且对加劲梁会产生不利影响,应重点分析此类工况对加劲梁的影响。出于对桥梁设计偏安全考虑,可取 $T_n' = vT_n$,根据前文的等效附加荷载分析插值进行计算。

5.2 吊索力缺失的插值计算

该文考虑自锚式悬索桥的缆-梁联合作用,将自锚式悬索桥拆分为主缆与加劲梁两部分独立分析。

对于加劲梁部分,由于其刚度较大,且材料均处于弹性阶段,满足线弹性理论与叠加原理,因此,可根据吊索力的实际损失与其断索时的计算分析对其进行线性插值。

对于主缆部分,虽然其受几何非线性的影响,但针对单根吊索的索力缺失对主缆整体影响非常有限。可认为,单根吊索力缺失对主缆结构的影响是满足线性理论的,可根据此吊索力的实际损失与其断索时的计算分析对其进行线性插值。

针对实际工程中可能出现的多根吊索力缺失情况,计算时应逐一每一根吊索进行迭代计算,不可直接叠加。

6 算例分析

某自锚式悬索桥,跨径布置为(150+406+150)m,边跨索距为(14.5+9×13.5+14)m,加劲梁锚固点与主缆理论顶点高差85m;中跨索距布置为(14+

28×13.5+14)m。

加劲梁:惯性矩 $I=4.428\ 675\ \text{m}^4$;弹性模量 $E=2.1 \times 10^5\ \text{MPa}$;一期+二期恒载 $q=132\ \text{kN/m}$ 。

主缆:截面面积 $A=0.103\ 8\ \text{m}^2$;弹性模量 $E=1.95 \times 10^5\ \text{MPa}$;主缆自重 $q=8.145\ \text{kN/m}$;矢跨比 $f/L=1/5.8$ 。

为了简化计算,忽略索夹及吊索自重,且不作索鞍修正,仅以主缆理论顶点计算,经过计算,其成桥阶段主缆水平反力为 $H=40\ 433.8\ \text{kN}$,取其主跨分析,如图10所示。

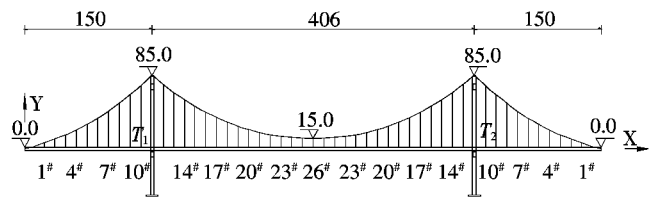


图10 某自锚式悬索桥总体布置图(单位:m)

以跨中 $26^{\#}$ 吊索断索(索力缺失100%)为例,分析索力缺失对自锚式悬索桥结构的影响。

6.1 由成桥状态验证上述计算方法

原成桥状态初始水平分力通过式(20)计算。

根据算例条件可得:

$$H = \frac{qs_{m-1} + 2V_m + 2T_m}{2\sqrt{s_{m-1}^2 - L^2}}L$$

$$q = 8.145\ \text{kN/m}$$

$$s_{25} = 13.503\ 4\ \text{m}$$

$$T_{26} = 1\ 767.7\ \text{kN}$$

$$V_{26} = -\frac{T_{26}}{2} = -883.85\ \text{kN}$$

$$L = 13.5\ \text{m}$$

代入式(20),可得:

$$H = \frac{qs_{25} + 2V_{26} + 2T_{26}}{2\sqrt{s_{25}^2 - L^2}}L = 41\ 583\ \text{kN}$$

有限元计算:

$$H_1 = 40\ 980.6\ \text{kN}$$

故有:

$$\Delta = \frac{41\ 583 - 40\ 980.6}{41\ 583} \times 100\% = 1.45\%$$

通过 H 、 s_i 、 q 、 L_i 按各主缆节段分别计算,得到各吊索力如表1所示。

6.2 吊索力缺失分析

(1) 吊索缺失后水平分力计算

跨中吊索力缺失后,主缆水平分力通过式(22)计算。得:

表 1 吊索力计算结果对比

吊索编号	索力/kN		误差/ %
	有限元法	该文方法	
1#	1 854.8	1 844.9	0.54
6#	1 803.3	1 794.6	0.48
10#	1 826.6	1 819.6	0.38
12#	1 854.4	1 850.7	0.20
17#	1 795.3	1 800.6	0.29
22#	1 773.9	1 778.0	0.23
25#	1 770.6	1 772.6	0.11

$n=52$

$H_1=41\ 583\text{ kN}$

$H_1'=2\ 450.131\text{ kN}$

$\frac{H_1}{H_1'}=16.972$

$H' = \frac{50 \times 16.972 \times 41\ 583 + 2 \times 2\ 450.131}{50 \times 16.972 + 2} =$

41 490.986 kN。

有限元计算：

$H_1'=40\ 926\text{ kN}$

$\Delta = \frac{41\ 490.986 - 40\ 926}{41\ 490.986} \times 100\% = 1.36\%$

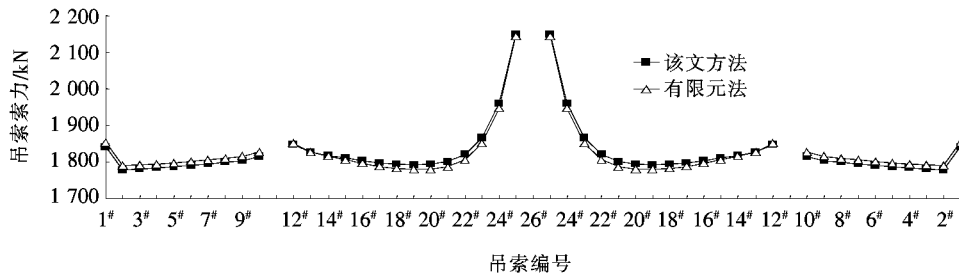


图 11 吊索力分布图

(3) 索力缺失对加劲梁影响近似计算

计算图示见图 12。

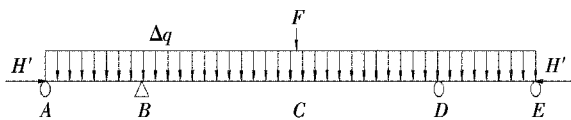


图 12 加劲梁所受附加荷载图示

根据 4.2 节分析,可得, $q_p = q_c = 132\text{ kN/m}$ 。同时,将之前所计算的索力缺失后各吊索力(除缺失点相邻吊索)进行均摊,可得 $q_p' = 131.708\text{ kN/m}$ 。

因此,可得:

$H'=41\ 490.986\text{ kN}$

故有:

$w = \frac{H-H'}{H} \times 100\% = \frac{41\ 583 - 41\ 490.986}{41\ 586} \times$

$100\% = 0.22\%$

吊索力缺失后,主缆水平分力稍有减小,主缆整体受力减小。

(2) 吊索力损失后吊索力计算

由于: $H'=41\ 490.986\text{ kN}$,根据 5.1 节,可得 $\Delta_n^L = \Delta_n^R = 760.113\text{ kN}$

计算可得跨中吊索力缺失后,各吊索力如表 2 及图 11 所示。

表 2 索力缺失后吊索力计算结果对比

吊索编号	吊索索力/kN		误差/ %
	有限元法	该文方法	
1#	1 852.6	1 840.6	0.65
6#	1 801.2	1 790.4	0.60
10#	1 826.0	1 815.3	1.96
12#	1 850.9	1 846.3	0.25
23#	1 851.2	1 866.5	0.82
24#	1 947.3	1 959.8	0.64
25#	2 145.3	2 148.5	0.15

$\Delta T = 874.793\text{ kN}$

$\Delta q = q_p - q_p' = 0.292\text{ kN/m}$

$F = (q_c - \Delta q)L_i - 2\Delta T' = 28.472\text{ kN}$

$y_c = 0.046\text{ m}$

有限元计算:

$y_{c1} = 0.047\text{ m}$

$\Delta = \frac{0.047 - 0.046}{0.046} \times 100\% = 2.17\%$

根据索力缺失后各吊索具体索力对加劲梁进行分析,得到索力缺失后加劲梁剪力图、弯矩图如图 13、14 所示。

由图 13、14 可知:

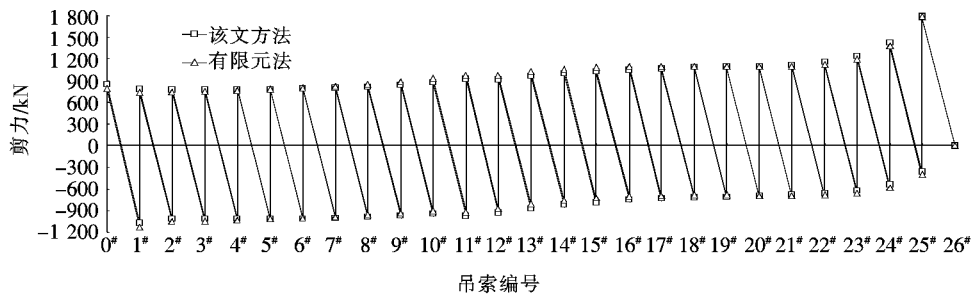


图13 加劲梁剪力图

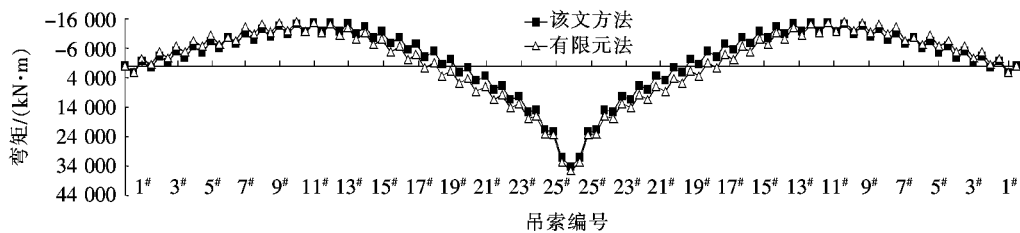


图14 加劲梁弯矩图

(1) 吊索力缺失后,主缆水平分力稍有减小,主缆整体受力减小。

(2) 跨中吊点相邻两侧附近吊索力明显增大,而远离索力缺失点的吊索力较原成桥状态有所减小;跨中吊索缺失后其相邻吊索力增大20%~30%。

(3) 虽然加劲梁在索力缺失的吊点处出现较小的挠度,但加劲梁弯矩较成桥状态有较大变化,且加劲梁稳定性变差,应引起重视。其受力变化与加劲梁边中跨比、加劲梁材料与结构形式以及吊索力及分布有关。

此外,索力损失对自锚式悬索桥受力、变形影响还与主缆与加劲梁联系的紧密程度相关。主缆加劲梁联系越紧密,式中 n 越大,索力缺失所造成的影响越小,反之,则越大。

综上所述:该文计算方法准确、可靠、满足精度要求。公式化的近似理论解,对完善自锚式悬索桥设计理论,提高对结构整体力学性能的把握具有参考价值。

7 结论

(1) 基于分段悬链线理论及膜理论提出自锚式悬索桥成桥阶段以及吊索力缺失影响分析方法,可准确分析自锚式悬索桥成桥阶段受力以及吊索力缺失后桥梁结构的受力与变形。

(2) 考虑缆-梁联合作用,对分段悬链线理论方程结合自锚式悬索桥受力特点进行求解,考虑非线性,得到主缆节段受力的近似理论解,在此基础上,对结构吊索力缺失的各种情况进行分析,为完善自锚式悬索

桥设计理论,提高对结构整体力学性能的把握具有参考价值。

(3) 从计算方法、过程及结果与有限元法对比可以看出:该方法较为可靠,精度较高;公式化的计算方法,便于对结构进行理论分析以及编程计算,简化了自锚式悬索桥非线性计算。

参考文献:

- [1] 张哲.混凝土自锚式悬索桥[M].北京:人民交通出版社,2003.
- [2] 沈锐利,王志诚.自锚式悬索桥力学特性挠度理论研究[J].公路交通科技,2008(4).
- [3] 黄振.自锚式悬索桥斜拉挂扣施工法体系转换关键技术研究[D].西南交通大学硕士学位论文,2017.
- [4] Ochsendorf J A, Billington D P. Self-Anchored Suspension Bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 1999, 4(3):151-156.
- [5] 王邵锐,周志祥,高艳梅,等.考虑缆-梁联合作用的自锚式悬索桥恒载状态计算方法研究[J].土木工程学报,2015(8).
- [6] 项海帆,等.高等桥梁结构理论[M].2版.北京:人民交通出版社,2013.
- [7] 李传习,刘光栋,柯红军.悬索桥主缆系统数值解析法计算的一种收敛算法[J].工程力学,2008(7).
- [8] 唐茂林,强士中,沈锐利.悬索桥成桥主缆线形计算的悬链线法[J].铁道学报,2003(1).
- [9] 潘永仁.悬索桥结构非线性分析理论与方法[M].北京:人民交通出版社,2004.
- [10] 刘厚军,刘钊.自锚式悬索桥吊索张力及主缆线形的设计研究[J].土木工程学报,2008(3).