

沥青结合料主曲线数学模型适用性对比研究

谢林林¹, 吴尤东¹, 吴建涛², 严守靖¹, 曾德勇¹

(1.浙江省交通运输科学研究院, 浙江 杭州 311300; 2.河海大学 道路与铁道工程研究所)

摘要:介绍了3种常用的描述沥青结合料线性黏弹流变特性的数学模型: Sigmoidal、GLS 和 CAM 模型, 并比较分析了3种数学模型的优缺点。应用3种数学模型分别对15#、50#、70# 沥青、SBS 改性沥青以及纳米二氧化硅-SBS 复合改性沥青5种沥青结合料的复数剪切模量主曲线进行拟合分析。研究结果表明: 采用合理的数学模型对复数剪切模量的主曲线进行拟合能够预测沥青结合料的流变性; 该文介绍的3种模型均能对沥青结合料的复数剪切模量主曲线进行很好的拟合, 其中 Sigmoidal 模型能够很好地预测材料的高温性能, 但对于改性沥青有一定的局限性; GLS 模型对于改性沥青有更强的适应性, 且能很好地区分各种沥青结合料流变性差异; CAM 模型不能直接预测沥青材料高温性能, 但能很好地预测各种沥青结合料频率敏感性。

关键词: 沥青结合料; 流变性; 主曲线; 数学模型

沥青流变性主要是研究沥青的黏弹特性及其在一定温度、荷载作用时间下的变形规律。中国现行规范中采用动态剪切流变仪(DSR)来测试沥青的流变特性。使用动态剪切流变仪对沥青进行频率扫描, 可以获得一定温度、频率范围下的流变学数据, 基于时温等效原理, 可将不同温度的流变数据移动至参考温度下, 得到一条光滑的曲线, 称之为主曲线。通常绘制复数剪切模量主曲线来评价沥青在线性黏弹范围内的流变性。

相比试验测试数据, 尽管主曲线能够反映沥青在参考温度下较宽频率的流变性, 但无法清楚地反映沥青在极端高频和极端低频时的流变特性, 使用合理的数学模型对主曲线进行拟合, 能够更加全面地对沥青结合料的流变性进行预测分析。

国外学者对于沥青复数剪切模量的主曲线绘制方法及其描述的数学模型进行了大量的研究, 提出了诸多绘制主曲线的方法, 并先后建立多种描述主曲线的数学模型, 各种数学模型的优缺点各异, 且对于不同种类沥青的适用性也不相同。目前大多数研究者在对主曲线进行拟合分析时, 通常只采用某一种数学模型, 对于不同的数学模型的适用性及优缺点研究较少。基于以上原因, 该文借助动态剪切流变仪, 分别对5种沥青结合料进行流变性测试, 并采用3种常用的沥青结合料流变性数学描述方法对其主曲线进行拟合分析, 探究常用数学模型的适用性及优缺点。

1 主曲线绘制方法

沥青属于典型的黏弹性材料, 在不同的温度、荷载和时间作用下, 其流变性有很大的差异。已有研究表明: 在沥青的线性黏弹范围内, 温度和频率(或温度和加载时长)存在内在的联系, 即温度为 T_1 频率为 f_1 (加载时长 t_1) 条件下测得的劲度模量与温度 T_2 频率 f_2 (加载时长 t_2) 得到的劲度模量等值。这种关系称为时温等效性原理(TTSP), 如式(1)所示:

$$E(T_1, t_1) = E(T_2, t_2/a_T) \quad (1)$$

式中: T_1 、 T_2 为 t_1 和 t_2 对应的温度; a_T 为移动因子。

基于时温等效性原理可以将不同测试温度下的流变数据转换成同一参考温度(T_{ref})下的流变数据, 绘制沥青的主曲线。移动数据曲线的方法主要分为两类: 自由移动和约束移动。自由移动是以获得光滑曲线为目的, 将每条数据曲线通过独立的函数进行移动。约束移动是根据某一预设模型函数来移动数据曲线, 包括 WLF、Arrhenius、Log-linear、VTS、Fox 和 LCPC 等方法。当前主要的移动数据曲线的方法, 包括自由移动、WLF 和 Arrhenius 3 种方法。

1.1 自由移动法

1977 年 Germann 和 Lytton 共同提出采用自由移动方法绘制沥青复数剪切模量主曲线。以获得连续光

滑的曲线为最终目标,将不同测试温度下的曲线沿横轴(换算频率坐标轴)水平移至参考温度下,形成主曲线。自由移动绘制主曲线方法如图 1 所示。

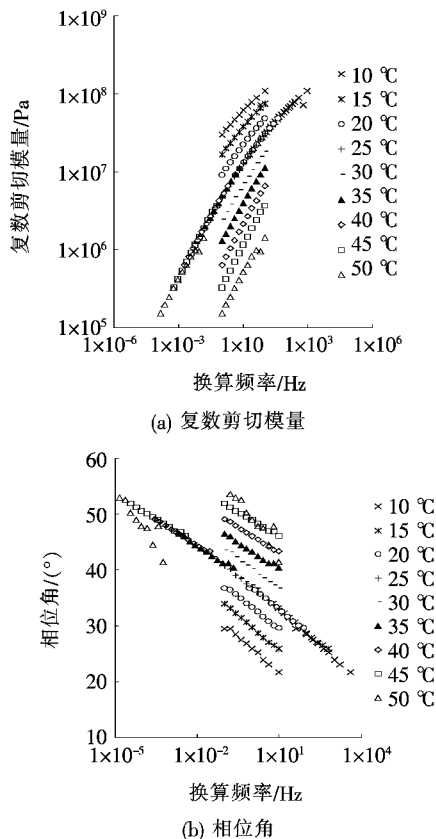


图 1 自由移动绘制主曲线

1.2 Williams—Lanbel—Ferry(WLF)公式法

1955年由化学家 Williams, Lanbel 和 Ferry 共同提出了 WLF 公式:

$$\log \alpha_T = \frac{-C_1(T - T_{ref})}{C_2 + T - T_{ref}} \quad (2)$$

式中: α_T 为移动因子; T 为测试温度; T_{ref} 为参考温度; C_1 , C_2 为经验常数。

该公式以无定型聚合物的玻璃态脆化点温度 T_g 作为基准温度,在该温度下, $\alpha_T = 1$ 。尽管不同聚合物的 C_1 、 C_2 值略有不同,通常情况下在使用 WLF 公式绘制沥青结合料主曲线时, $C_1 = 17.4$, $C_2 = 51.6$ 。

1.3 Arrhenius 函数法

1889年化学家 Arrhenius 在研究温度对水解转化反应的基础上提出 Arrhenius 函数,该函数可以用来确定水平移动因子,其数学表达式如下:

$$\log \alpha_T = C \cdot \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right) = \log e \cdot \frac{\Delta H}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right) \quad (3)$$

式中: C 为常量; ΔH 为活化能,取决于试验材料和材料的破坏机理,通常范围为 0.3~1.5; R 为玻尔兹曼常数,取 8.314 J/(mol · K)。

2 当前沥青主曲线数学模型比较

相比试验测试数据,尽管主曲线能够反映沥青在参考温度下较宽频率的流变性,但无法清楚地反映沥青在极端高频和极端低频时的流变特性。采用合理的数学模型对主曲线进行描述能够更加全面地对沥青结合料的流变性进行预测分析,不受测试条件的限制获得任何频率荷载下的流变特性。目前,主要的数学模型有 Sigmoidal 模型、Generalized Logistic Sigmoidal (GLS) 模型、Fractional 模型、Christensen Anderson (CA) 模型、Christensen Anderson and Marasteanu (CAM) 模型等。

2.1 Sigmoidal 模型

美国国家公路合作研究项目 (NCHRP) 建议采用 Sigmoidal 模型来描述沥青结合料的主曲线, Sigmoidal 函数曲线为中心对称型“S”形曲线,其数学表达式如下:

$$\log |G^*| = \delta + \frac{\alpha}{1 + e^{\beta + \gamma \log \omega}} \quad (4)$$

式中: G^* 为复数剪切模量; ω 为换算角速度; δ 为曲线下水平渐近线的值; α 为曲线上下两条水平渐近线的距离, α 与 δ 之和为曲线上水平渐近线的值; β 和 γ 为曲线形状参数。

2.2 Generalised Logistic Sigmoidal (GLS) 模型

2009年 Rowe 在 Sigmoidal 模型的基础上提出了更具一般化的 Generalised Logistic Sigmoidal 模型来预测沥青混合料的劲度。在 Sigmoidal 函数中引入了新的参数 λ 以调整模型曲线的对称性。该模型同样适用于描述沥青结合料复数模量主曲线,函数表达式如下:

$$\log |G^*| = \delta + \frac{\alpha}{(1 + \lambda e^{\beta + \gamma \log \omega})^{1/\lambda}} \quad (5)$$

式中:各符号参数意义与 Sigmoidal 模型中定义相同。当参数 λ 值为 1 时, GLS 函数就是 Sigmoidal 函数。

2.3 CA 模型

为了建立描述沥青在黏弹范围内流变特性的数学模型,1992年 Christensen 和 Anderson 在 SHRP A-002A 研究中对 8 种典型的沥青进行动态力学分析 (DMA),提出了 CA 模型。CA 模型由 3 个基本参数

构成:玻璃态复数剪切模量 G_g ,交叉频率 ω_c 和流变指数 R_c 。CA 模型的数学表达式如下:

$$|G^*| = G_g \left[1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^{\frac{\log 2}{R}} \right]^{\frac{-R_c}{\log 2}} \quad (6)$$

式中: R_c 为流变指数, $R_c = \log(|G^*|/G_g)$,反映材料的松弛谱宽度。

1999 年 Marasteanu 和 Anderson 在 CA 模型的基础上进行了优化,提出了 CAM 模型,CAM 模型可以提高基质沥青和高聚物改性沥青在高频和低频条件下的拟合准确性。具体函数表达式如下:

$$|G^*| = G_g \left[1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^v \right]^{-\frac{w}{v}} \quad (7)$$

式中: w 和 v 为曲线形状参数, w 反映了当频率趋无穷大时,主曲线趋近 45°C 和 G_g 两条渐近线的快慢程度; $v = \log 2/R_c$, R_c 为流变指数。

3 试验材料与研究方案

3.1 试验材料

试验所用沥青结合料包括 3 种基质沥青和两种改性沥青,其中基质沥青分别为:15# 硬质沥青、50# 和 70# 基质沥青;改性沥青分别为:SBS 改性沥青和 SBS+纳米硅复合改性沥青,SBS 改性沥青为上述 70# 基质沥青加入质量分数 5% SBS 在试验室内制备而成;SBS+纳米硅复合改性沥青是在 5% SBS 改性沥青的基础上加入 4% 质量分数纳米硅颗粒,经 $(163 \pm 5)^\circ\text{C}$ 温度条件下高速剪切 $(4\,000\text{ r/min})$ 60 min 后制成。为了便于表述,5 种沥青结合料分别表示为 15#、50#、70#、SMB、NSMB,其基本指标参数见表 1。

表 1 试验材料的三大指标参数

沥青混合料	针入度(25°C)/ (0.1 mm)	软化点/ $^\circ\text{C}$	延度 (15°C)/mm
15#	15.1	68.9	—
50#	50.1	48.8	>100
70#	70.6	47.6	>100
SMB	62.7	52.4	>100
NSMB	59.5	63.8	>100

3.2 测试方法

文中 15# 硬质沥青采用 Bohlin Gemini 动态剪切流变仪,其余 4 种沥青结合料采用美国 TA 公司生产的 Advanced Rheometer—1500ex 动态剪切流变仪,对 5 种沥青结合料分别进行频率扫描试验。试验采用

直径 8 mm 和 25 mm 两种平行测试片,其中 8 mm 测试片测试间距为 2 mm,测试温度范围为 $10 \sim 40^\circ\text{C}$;25 mm 测试片测试间距为 1 mm,测试温度范围为 $30 \sim 80^\circ\text{C}$ 。试验施加连续正弦交变荷载,所有试验测试均在沥青线性黏弹范围内并采用应变控制模式,测试频率范围为 $0.1 \sim 10.0\text{ Hz}$ 。由于约束移动方法是将移动因子参照某一预设模型生成主曲线,对主曲线拟合比较分析造成影响,故该文采用自由移动方法对测试数据曲线进行处理获得沥青结合料复数剪切模量主曲线,选取参考温度为 40°C 。

3.3 拟合方法及控制

在 Microsoft Excel 中绘制 5 种沥青结合料的主曲线,并分别构建 Sigmoidal、GLS 和 CAM 模型,通过 Solver 模块中的演化算法对模型中的各个参数求得最优解。王毅敏认为在进行高精度曲线拟合时,传统的最小二乘法(以实测数据与拟合数据的差值平方和最小为理想结果)存在缺陷,并提出采用相对误差进行控制。该文采用实测数据与拟合数据的相对误差平方和最小为理想结果,公式如下:

$$SSE = \sum \left(\frac{G_m^* - G_e^*}{G_e^*} \right)^2 \quad (8)$$

式中: G_e^* 为试验中实测复数剪切模量; G_m^* 为模型拟合复数剪切模量。

该文采用判定系数 R^2 评价数学模型的拟合适用性。判定系数 R^2 的定义如下:

$$R^2 = 1 - \frac{n-q}{n-1} \times \left(\frac{S_e}{S_y} \right)^2 \quad (9)$$

式中: n 为样本数; q 为模型中参数的个数; S_e 和 S_y 分别为估计标准误差和偏差标准误差。

4 结果与讨论

4.1 Sigmoidal 模型

Sigmoidal 函数曲线为中心对称型“S”形曲线。表 2 为采用 Sigmoidal 模型对 5 种沥青结合料复数剪切模量主曲线拟合各参数计算结果。在采用 Solver 对主曲线进行拟合时,模型中各参数初值选取如下: $\alpha = 8$, $\delta = 1$, $\beta = 0$, $\gamma = -0.3$ 。图 2 为采用 Sigmoidal 模型对 5 种沥青结合料主曲线拟合结果。从表 2 中可以看出:各种沥青结合料的相关系数 R^2 都在 0.998 以上,说明该模型对沥青结合料主曲线的拟合度很高。但虽然 NSMB 的相关系数 R^2 值接近于 1,由图 2 示意位置可以看出:Sigmoidal 模型在低频范围对于 NSMB 拟

合度较差。

表 2 Sigmoidal 模型参数取值

沥青 混合料	拟合参数					
	α	δ	β	γ	$\alpha+\delta$	R^2
15 [#]	9.784	-0.262	-0.541	-0.229	9.522	0.998
50 [#]	14.197	-4.594	-0.451	-0.277	9.604	0.999
70 [#]	17.115	-6.753	-0.514	-0.229	10.362	0.999
SMB	12.257	-2.055	-0.231	-0.222	10.202	1.000
NSMB	9.916	-0.231	0.003	-0.298	9.685	0.998

δ 为 Sigmoidal 模型的下渐近线值,表示沥青结合料在高温或低频条件下最小复数剪切模量的对数值。由表 2 可以看出:5 种沥青结合料的 δ 值均很小,即各种沥青结合料在高温或低频条件下的复数剪切模量很小;3 种基质沥青的 δ 值排序为:15[#]>50[#]>70[#],即 3 种基质沥青在高温条件下的模量依次降低,说明硬质沥青的高温性能较好;该文所用改性沥青均为在 70[#] 基质沥青中加入改性剂在试验室制备而成,两种改性沥青的 δ 值均大于 70[#] 基质沥青,即改性沥青的高温性能均高于基质沥青;这表明 Sigmoidal 模型能够正确地预测沥青结合料材料的高温性能,预测结果与以软化点评价沥青材料的高温性能结果一致。图 2 中 Sigmoidal 模型在低频范围对于 NSMB 拟合度较差,说明该模型对于预测改性沥青的高温性能有一定的局限性。

$\alpha+\delta$ 之和为 Sigmoidal 模型的上渐近线值,可以表征材料的玻璃态复数剪切模量,即在低温和高温条件下的最大复数剪切模量。理论上,基质沥青和改性沥青的玻璃态模量可以认为是 1 GPa。表 2 中, $\alpha+\delta$ 均大于 9,说明采用 Sigmoidal 模型预测的材料的玻璃态复数剪切模量结果偏高。

β 、 γ 决定 Sigmoidal 曲线拐点和渐近线之间的形

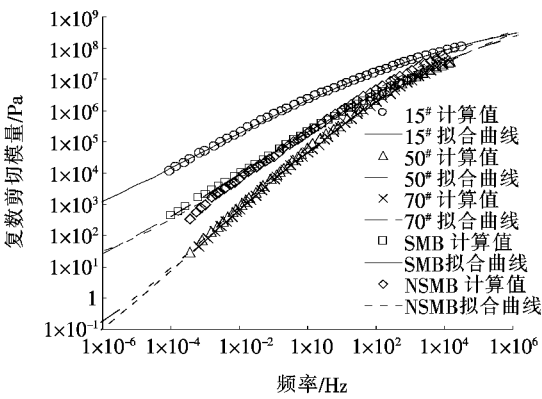


图 2 Sigmoidal 模型拟合结果

状, β 表示“S”形曲线拐点的水平位置, γ 则可以表征“S”形曲线在上下渐近线之间的倾斜度。 γ 值与一定频率范围的温度敏感性有关,从表 2 中可以看出:5 种沥青结合料的 γ 值相差无几,但显然这 5 种沥青的温度敏感性有一定的差异。所以 Sigmoidal 模型中单一的 γ 值不足以用来比较沥青结合料之间的温度敏感性。

4.2 Generalised Logistic Sigmoidal 模型

GLS 模型在 Sigmoidal 模型上引入形状参数 λ , λ 可以调整拐点两侧曲线的对称性。研究可知对于不同形状的主曲线,该模型比 Sigmoidal 模型具有更强的适应性。

表 3 为采用 GLS 模型对 5 种沥青结合料复数剪切模量主曲线拟合各参数计算结果。在采用 Solver 对主曲线进行拟合时,模型中各参数初值选取如下: $\alpha=8$, $\delta=1$, $\beta=0$, $\gamma=-0.3$, $\lambda=1$ 。图 3 为采用 GLS 模型对 5 种沥青结合料主曲线拟合结果。从表 3 中可以看出:各种沥青结合料的相关系数 R^2 都在 0.998 以上,且 NSMB 的相关系数 R^2 值高于 Sigmoidal 模型,且图 3 中 NSMB 在低频范围的拟合度良好,说明该模型对各种沥青结合料均有较强的适用性,且对于改性沥青该模型比 Sigmoidal 模型具有更强的适应性。

表 3 GLS 模型参数取值

沥青 混合料	拟合参数						
	α	δ	β	γ	$\alpha+\delta$	λ	R^2
15 [#]	9.709	-0.201	-0.564	-0.234	9.508	1.019	0.998
50 [#]	14.115	-4.529	-1.677	-0.475	9.586	1.708	0.999
70 [#]	16.784	-6.489	-1.862	-0.408	10.295	1.754	0.999
SMB	11.844	-1.844	-0.463	-0.269	10.000	-0.269	1.000
NSMB	36.062	-23.838	0.079	-0.020	12.223	0.160	0.999

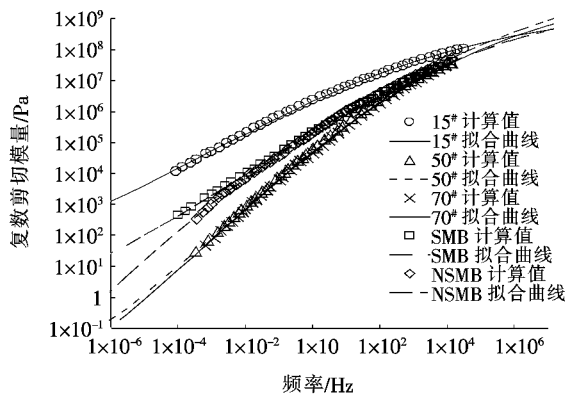


图3 GLS模型拟合结果

由表3中可以看出:3种基质沥青的 δ 值排序为:15#>50#>70#,且均比Sigmoidal模型中的 δ 值稍大,这说明GLS模型同样能正确地预测基质沥青的高温性能,但预测结果稍高于Sigmoidal模型结果;改性沥青SMB的 δ 值大于70#基质沥青,但NSMB的 δ 值却远远小于基质沥青。从表1可以看出NSMB的软化点比SMB和70#的软化点高,即采用GLS模型预测改性沥青的高温性结果与软化点的评价结果不一致。

表4 CAM模型参数取值

沥青 混合料	拟合参数					
	G_g	ω_c	w	ν	R_c	R^2
15#	4.99×10^8	3.98×10^4	0.577	0.207	1.451	0.999
50#	4.32×10^8	1.50×10^4	1.038	0.222	1.354	1.000
70#	3.54×10^8	1.39×10^4	1.052	0.229	1.314	0.999
SMB	8.24×10^{10}	3.50×10^6	0.810	0.093	3.241	1.000
NSMB	4.63×10^{11}	2.82×10^4	1.070	0.079	3.809	0.999

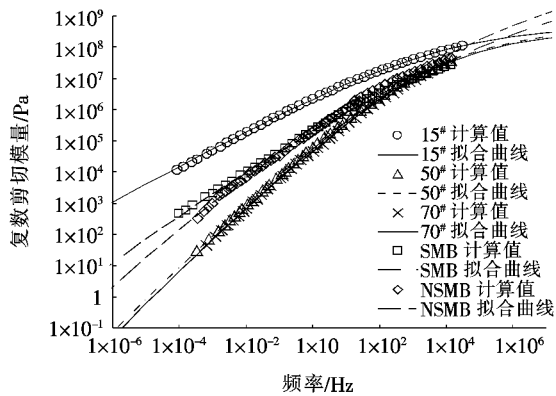


图4 CAM模型拟合结果

由表4中可以看出:3种基质沥青的玻璃态复数剪切模量 G_g 排序为:15#>50#>70#,且均低于理论

表3中 $\alpha+\delta$ 均大于9,说明采用GLS模型预测的材料的玻璃态复数剪切模量结果同样偏高。

对比表2,GLS模型中的 β 值和 γ 值有明显的差异,各种沥青结合料的 β 、 γ 值的离散性较大, β 、 γ 为GLS模型曲线的形状参数,这说明该模型比Sigmoidal模型对于不同种沥青结合料有更强的区分性,5种沥青结合料的 λ 值均不为1,且各数值之间的差异性较大。

4.3 CAM模型

表4为采用CAM模型对5种沥青结合料复数剪切模量主曲线拟合各参数计算结果。在采用Solver对主曲线进行拟合时,模型中各参数初值选取如下: $G_g=1\text{ GPa}$, $\omega_c=1\ 000$, $w=1$, $\nu=0.1$ 。图4为采用CAM模型对5种沥青结合料主曲线拟合结果图。从表4中可以看出:各种沥青结合料的相关系数 R^2 都在0.999以上,说明该模型对各种沥青结合料的复数剪切模量主曲线的拟合度很高。由式(7)可知:CAM模型中没有直接表征沥青在高温或低频条件下最小复数剪切模量的参数,即CAM模型并不能直接预测沥青材料的高温性能。

值1 GPa;两种改性沥青的 G_g 值均大于70#基质沥青,且都大于理论值1 GPa。由表4和图4可以看出:CAM模型并不能准确地预测沥青材料的玻璃态复数剪切模量,但该模型对于沥青材料的玻璃态复数剪切模量有一定的辨识度。

交叉频率 ω_c 代表储能剪切模量 G' (剪切弹性模量)和损耗剪切模量 G'' (剪切黏性模量)近似相等时对应的频率。由表4可以看出:3种基质沥青的 ω_c 值排序为:15#>50#>70#,说明硬质沥青的弹性范围较大。两种改性沥青的 ω_c 值均大于70#基质沥青,即改性沥青的弹性范围大于基质沥青的弹性范围。

流变指数 R_c 反映材料的松弛谱宽度, R_c 值越大意味着黏弹性材料从弹性行为向黏性行为过渡得越平

缓,其频率敏感性越小。3种基质沥青的 R_c 值排序为:15#>50#>70#,即硬质沥青的频率敏感性比较小;两种改性沥青的 R_c 值均大于70#基质沥青,即改性沥青的频率敏感性小于基质沥青。

5 结论

介绍了3种描述沥青结合料复数剪切模量主曲线的数学模型,以5种不同类型的沥青结合料为例,具体分析3种数学模型在拟合结果上的差异。主要得到如下结论:

(1) 研究发现,Sigmoidal、GLS和CAM 3种数学模型对沥青结合料的复数剪切模量主曲线的拟合度均很高,相关系数达到0.998以上。表明采用上述3种模型均可对沥青结合料的流变性进行合理的预测。

(2) Sigmoidal模型能够很好地预测材料的高温性能,但对预测改性沥青的高温性能有一定的局限性;Sigmoidal模型预测的材料的玻璃态复数剪切模量结果偏高,且不能预测沥青材料的感温性能。

(3) 对于改性沥青,GLS模型比Sigmoidal模型有更强的适应性,对于不同沥青结合料流变性差异具有较强的区分能力。

(4) CAM模型不能直接预测沥青材料的高温性能,且不能准确地预测沥青材料的玻璃态复数剪切模量,但该模型能很好地预测各种沥青结合料的频率敏感性。

参考文献:

- [1] 沈金安. 沥青材料的流变学(一) [J]. 石油沥青, 1988(4).
- [2] JTG E20—2011 公路工程沥青及沥青混合料试验规程 [S].
- [3] ASTM D7175 Standard Test Method for Determining the Rheological Properties of Asphalt Binder Using a Dynamic Shear Rheometer [S].
- [4] Christensen D, Anderson DA. Interpretation of Dynamic Mechanical Test Data for Paving Grade Asphalt Cements [J]. Assoc Asph Paving Technol, 1992, 61: 67—116.
- [5] 郭咏梅, 倪福健. 基于DSR的改性沥青及混合料动态黏弹性能 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2014(2).
- [6] 沈金安. 沥青及沥青混合料路用性能 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.
- [7] Rowe GM, Sharrock M. Alternate Shift Factor Relationship for Describing Temperature Dependency of Viscoelastic Behavior of Asphalt Materials [J]. Transp Res Rec J Transp Res Board. 2011, 2 207: 125—135.
- [8] Asgharzadeh S, Tabatabaee N, Naderi K, et al. Evaluation of Rheological Master Curve Models for Bituminous Binders [J]. Materials and Structures, 2015, 48(1—2): 393—406.
- [9] Medani To H M. Constructing the Stiffness Master Curves for Asphaltic Mixes [R]. Delft University and Technology, 2003.
- [10] Williams ML, Landel RF, Ferry JD. The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-Forming Liquids [J]. Journal of the American Chemical Society, 1955, 77(44): 3 701—3 370.
- [11] Rowe GM. A Generalized Logistic Function to Describe the Master Curve Stiffness Properties of Binder Mastics and Mixtures [C]. In: 45th Petersen Asphalt Research Conference, Laramie, Wyoming, 2008.
- [12] Stastna J, De Kee D, Powley MB. Complex Viscosity as a Generalized Response Function [J]. J Rheol, 1985, 29: 457—469.
- [13] Marasteanu O, Anderson DA. Improved Model for Bitumen Rheological Characterization. Eurobitume Workshop on Performance Related Properties for Bitumens Binder. Luxembourg [R], 1999.
- [14] Bonaquist R, Christensen D W. Practical Procedure for Developing Dynamic Modulus Master Curves for Pavement Structural Design [J]. Transportation Research Record, 2005(1 929): 208—217.
- [15] 王毅敏, 马丽英. 传统最小二乘法曲线拟合的缺陷及其改进 [J]. 电力学报, 1997(1).