

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2019.06.036

# 加权距离判别分析法在隧道健康监测 系统预警中的应用

李长俊<sup>1,2</sup>, 陈卫忠<sup>3</sup>, 李明<sup>4</sup>, 郭霄<sup>1,2</sup>

(1.浙江省交通规划设计研究院有限公司, 浙江 杭州 310006; 2.桥梁隧道工业化浙江省工程研究中心;  
3.中国科学院武汉岩土力学所 岩土力学与工程国家重点实验室; 4.福建工程学院)

**摘要:** 结构安全预警问题是隧道健康监测需解决的关键问题之一。针对隧道健康监测系统中单支传感器预警所提供的信息较片面的缺陷,引入加权距离判别分析法实现多传感器数据融合基础上的预警。首先借助模糊聚类分析方法筛选出互相支持度大的传感器组,剔除不可靠的传感器;再利用熵权法度量传感器组中各传感器提供的有效信息量,从而确定各传感器在数据融合中的权重;然后建立加权距离判别法的完整数学模型;最后将所提方法应用于武汉长江隧道健康监测系统预警中。结果表明:相比单个传感器的预警,利用加权距离判别分析法对多个传感器数据融合后进行预警可以有效地避免虚警、漏警,为决策者提供明确可靠的信息。

**关键词:** 隧道; 健康监测; 加权距离判别法; 熵权法; 预警

隧道结构随运营时间的不断增长,由于主体结构与环境的相互作用、突发灾害等影响,国内外隧道发生了一系列的崩塌、火灾等事故,造成了财产损失并严重威胁人类生命安全,为了实现隧道结构稳定性的实时预警,最近十几年国内外开展了隧道结构健康监测的研究,并取得了一些阶段性研究成果。但现有资料表明,由于隧道健康监测的研究处于起步阶段,对于隧道安全预警的理论体系国内外尚未给出科学、完善、明确的定义,有大量工作有待进行。

隧道健康监测系统通过在典型断面安装一定数量的传感器,对运营期结构的应变、位移、应力等力学响应进行监测,并对监测数据进行处理和分析,以便对结构稳定性、可靠性进行评价,从而实现结构运营状况的实时预警。一般情况,监测系统中单一传感器只能获得被测对象的部分信息,为获得结构更全面、准确的信息,需要对监测断面多个传感器信息进行综合分析,实现多传感器数据融合基础上的综合预警。多传感器数据融合是指对来自多个传感器的数据进行多级别、多方面、多层次的处理,从而产生新的有意义的信息,而这种信息是任何单一传感器无法获得的。

多传感器的数据融合最早起源于军事领域,经过多年的发展已经在众多领域得到研究和应用,目前多

传感器的数据融合算法很多,但仍无通用的方法,一般根据具体的数据特点和目标选取数据融合算法。参考相关文献,该文引入距离判别法进行数据融合,距离判别法因其原理明确、使用简单并且所得结果可靠性高的优点,在水质评价、围岩分级、岩爆预测等方面得到了较广泛的应用并取得了一些研究成果,但其在隧道预警中的应用还鲜有报道。

该文以武汉长江隧道健康监测系统为工程背景,利用信息熵的概念确定传感器权重,并将其应用于距离判别法,构成加权距离判别法,然后利用加权距离判别法进行隧道预警研究。

## 1 多传感器数据融合的结构模型

图1为多传感器数据融合的示意图,从图1可知传感器之间的冗余信息增强了系统的可靠性,传感器之间的互补信息扩展单个传感器的信息。

目前普遍为学者所接受的多传感器数据融合的结构模型有3种:数据层融合、特征层融合、决策层融合。其中数据层融合是对传感器的原始数据或预处理后产生的数据进行融合,这种融合结构尽可能多地保持了原始信息,能够提供其他两种融合结构不具有的细微

收稿日期:2019-04-10

作者简介:李长俊,男,博士,E-mail:lichangjun24@126.com

信息,其基本模型如图2所示。

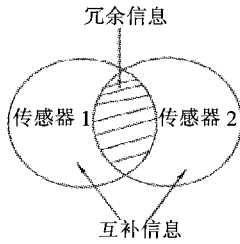


图1 多传感器数据融合示意图

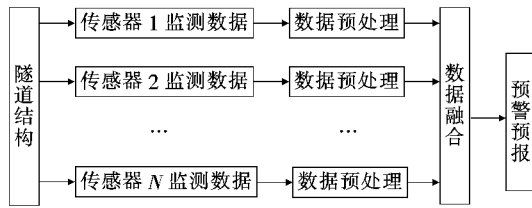


图2 多传感器数据融合结构模型图

## 2 加权距离判别分析的基本原理

某一监测断面有  $p$  个传感器,进行了  $t$  h 监测,则有  $t$  个样品( $t$  个监测时间点),每个样品测的  $p$  个变量( $p$  个传感器),构成如下原始数据阵  $X'$ :

$$X' = (x'_{ij})_{t \times p} = \begin{bmatrix} x'_{11} & x'_{12} & \cdots & x'_{1p} \\ x'_{21} & x'_{22} & \cdots & x'_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x'_{t1} & x'_{t2} & \cdots & x'_{tp} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $x'_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,t; j=1,2,\dots,p$ ) 为  $i$  时刻第  $j$  个传感器的监测数据,且  $x'_{ij} \geq 0$ 。该文中只讨论单向变形的情形,对于双向变形的情形不予讨论,规定结构未变形时监测数据为 0,结构变形增大为正,因而满足  $x'_{ij} \geq 0$ 。

$p$  个传感器对应  $p$  个评价指标,将每个评价指标都划分为  $m$  个预警等级和对应的  $m$  个预警区间,则有如下预警标准区间阵  $T$ :

$$T = \begin{bmatrix} (\alpha_{11} & \beta_{11}) & (\alpha_{12} & \beta_{12}) & \cdots & (\alpha_{1p} & \beta_{1p}) \\ (\alpha_{21} & \beta_{21}) & (\alpha_{22} & \beta_{22}) & \cdots & (\alpha_{2p} & \beta_{2p}) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ (\alpha_{m1} & \beta_{m1}) & (\alpha_{m2} & \beta_{m2}) & \cdots & (\alpha_{mp} & \beta_{mp}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $(\alpha_{kj} \ \beta_{kj})$  为第  $j$  个传感器的第  $k$  个预警级上的分级标准区间,且  $0 \leq \alpha_{kj} < \beta_{kj}$ 。

为了便于样本与区间进行比较,通常将某一预警

级别看成一个总体,用区间  $(\alpha_{kj} \ \beta_{kj})$  的中值  $u'_{kj}$  表示区间。对于形如  $(\alpha_{mj} \ +\infty)$  的区间,规定相应的  $u'_{mj} = 1.5\alpha_{mj}$ 。根据上述定义得到如下预警标准总体阵  $G'$ :

$$G' = \begin{bmatrix} u'_{11} & u'_{12} & \cdots & u'_{1p} \\ u'_{21} & u'_{22} & \cdots & u'_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u'_{m1} & u'_{m2} & \cdots & u'_{mp} \end{bmatrix} \quad (3)$$

因为传感器监测项目不同,采集数据量值不同,为便于后续分析处理,需将原始资料数据阵  $X'$  和预警标准总体阵  $G'$  进行标准化,标准化后的原始资料数据阵和预警标准总体阵为:

$$X = (x_{ij})_{t \times p} \quad (4)$$

$$G = (u_{ij})_{m \times p} \quad (5)$$

其中:  $x_{ij} = \frac{x'_{ij} - \alpha_{1j}}{\beta_{mj} - \alpha_{1j}}$ ,  $u_{ij} = \frac{u'_{ij} - u'_{1j}}{u'_{mj} - u'_{1j}}$ 。

### 2.1 基于模糊聚类的融合传感器选择

由于传感器所处位置、自身观测质量的差异以及实际环境中无法预知因素的影响,使得各传感器的测量数据并不能完全反映被测量的真实情况,少数传感器可能出现虚假甚至错误信息。因此,需要对多传感器获得的测量数据进行一致性检验,剔除不可靠的传感器,筛选出精确度高、可靠性好的传感器组进行分析。换言之,对多传感器进行数据融合时,要选择合理、可靠、相互支持程度大的传感器组进行数据融合。

为表示传感器之间的相互支持程度,引进相关系数表示两个传感器之间的偏差大小,第  $i$  个传感器与第  $j$  个传感器的相关系数  $r_{ij}$  为:

$$r_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^t (x_{ki} - \bar{x}_i)(x_{kj} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^t (x_{ki} - \bar{x}_i)^2 \sum_{k=1}^t (x_{kj} - \bar{x}_j)^2}} \quad (6)$$

其中:  $\bar{x}_i = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t x_{ki}$ ,  $\bar{x}_j = \frac{1}{t} \sum_{k=1}^t x_{kj}$ 。则有如下相关系数矩阵:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & r_{pp} \end{bmatrix} \quad (7)$$

由于  $0 \leq r_{ij} \leq 1$ ,故  $R$  是一模糊矩阵,可利用模糊数学对其进行聚类分析,从而选择融合传感器组。模糊聚类的基本原理是选取  $\lambda \in [0,1]$ ,当  $r_{ij} < \lambda$  时,  $r_{ij} = 0$ ,当  $r_{ij} > \lambda$  时,  $r_{ij} = 1$ ,则构成一个  $\lambda$ -截矩阵  $R_\lambda$ ,

依据  $R_\lambda$  的相关特点及选择不同  $\lambda$  则可实现聚类分析,从而为数据融合提供合理可靠的传感器组合,具体操作过程可参考文献[10]。

## 2.2 传感器权重的确定

对于上述筛选出的传感器组,有的传感器监测数据有较明显规律,有的传感器监测数据规律不明显;前一类传感器提供的有效信息更多,在进行数据融合时应占更大的权重。根据上述原则,该文利用熵权法确定各传感器的权重。熵可以用来度量数据所提供的有效信息量,当某传感器监测数值变化比较有规律时,熵值较小,说明该传感器提供的有效信息量较大,该传感器的权重也较大;反之某传感器监测数值变化杂乱无章时,熵值较大,说明该传感器提供的有效信息量较小,该传感器的权重也较小。

在  $p$  个传感器,  $t$  组监测数据的评估问题中,第  $j$  个传感器的熵定义为:

$$H_j = -\frac{1}{\ln t} \sum_{i=1}^t f_{ij} \ln f_{ij} \quad (8)$$

式中:  $f_{ij} = x_{ij} / \sum_{i=1}^t x_{ij}$ , 当  $f_{ij} = 0$  时, 令  $f_{ij} \ln f_{ij} = 0$ 。

则第  $j$  个传感器的熵权可以定义为:

$$w_j = (1 - H_j) / (p - \sum_{j=1}^p H_j) \quad (9)$$

其中  $w_j > 0$ , 且  $\sum_{j=1}^p w_j = 1$ 。

## 2.3 加权距离判别法

将  $t$  个样品 ( $X$  中的  $t$  个行) 看成  $p$  维空间中的  $t$  个点, 某一样品与某一总体的相似程度用  $p$  维空间中两点的距离来度量, 样品  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  与总体  $G_i = (u_1, u_2, \dots, u_p)$  的距离可以用下式计算:

$$d'(x, G_i) = \left[ \sum_{k=1}^p (x_k - u_k)^2 \right]^{1/2} \quad (10)$$

若存在  $w_i > 0$  且  $\sum_{i=1}^p w_i = 1$ , 则有:

$$d(x, G_i) = \left[ \sum_{k=1}^p w_k (x_k - u_k)^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

称式(11)为样品  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$  与总体  $G_i = (u_1, u_2, \dots, u_p)$  的加权距离,  $w_i (i=1, 2, \dots, p)$  为对应传感器权重。

距离判别法的基本思想是样品和哪个总体距离最近, 就判别它属于哪个总体, 设有一待判别样品  $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ , 两个不同的总体  $G_1 = (u_{11}, u_{12}, \dots, u_{1p})$ ,  $G_2 = (u_{21}, u_{22}, \dots, u_{2p})$ , 则距离判别准则如下:

若  $d(x, G_1) < d(x, G_2)$ , 则  $x \in G_1$ 。

若  $d(x, G_1) > d(x, G_2)$ , 则  $x \in G_2$ 。

其中,  $d(x, G_i)$  表示样品  $x$  到总体  $G_i$  的距离。

## 3 工程概况及预警值的确定

武汉长江隧道是中国第一条越江盾构隧道, 隧道所处环境极其复杂, 为确保隧道的安全运营, 及时掌握盾构管片的受力状态及发展趋势, 在武汉长江隧道中安装了一套在线健康监测系统, 该系统由 12 个监测断面组成, 左、右线各布设 6 个监测断面(图 3), 每个监测断面在拱顶沿环向安装 4 支混凝土表面应变计(s1~s4), 6 支裂缝计(s5~s10)(图 4、5), 3 支用于测量环间裂缝, 3 支用于测量环内裂缝。

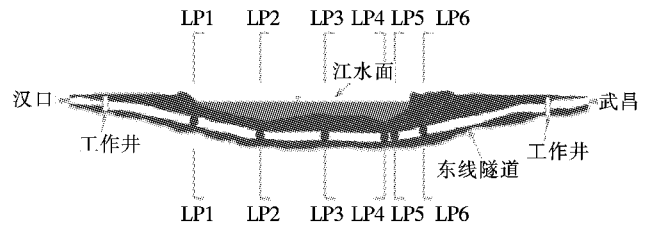
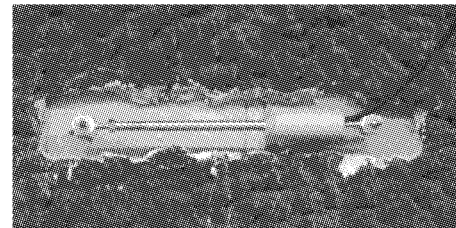


图 3 武汉长江隧道监测断面示意图



(a) 混凝土表面应变计



(b) 表面裂缝计

图 4 混凝土表面应变计和表面裂缝计

由于监测断面、传感器数量较多, 该文选择江中覆土最浅监测断面(LP4)进行加权距离判别法的预警研究。该断面覆土厚度 11.5 m, 隧道上部为中粗砂, 透水性强, 历史最低水位 17 m, 历史最高水位 34 m, 利用荷载结构法(水土分算)并结合实际监测资料和考虑温度的影响, 确定 LP4 监测断面各传感器的预警值,

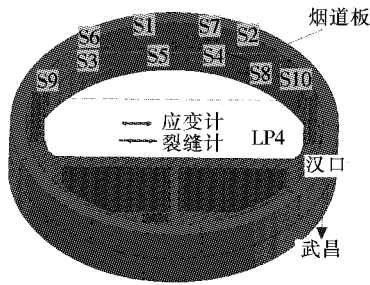


图5 拱顶应变计与裂缝计布置示意图(仰视图)

物理力学参数见表1,LP-4断面地层图如图6所示,历史最低、最高水位下盾构管片最大主应变云图分别如图7、8所示。预警值确定思路为通过计算历史最高、最低长江水位下的应变、接缝张开量,以计算得到的最大拉应变、最大接缝张开量作为蓝色预警值,在蓝色预警值基础上适当放大比例分别确定橙色预警值及红色预警值,进而划分出多个预警区间,最终预警结果见表2。

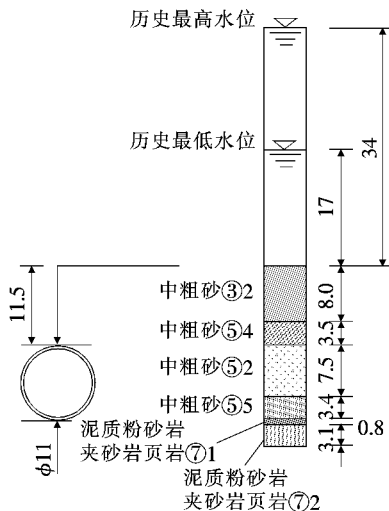


图6 LP-4断面地层示意图(单位:m)

表1 LP4断面材料物理力学参数

地层及材料	弹性模量/MPa	泊松比	重度/(kN·m <sup>-3</sup> )	地层抗力/(MPa·m <sup>-1</sup> )	表面摩擦系数
中粗砂/粉细砂	—	—	19.0	30	—
混凝土	3×10 <sup>4</sup>	0.2	24.5	—	0.6

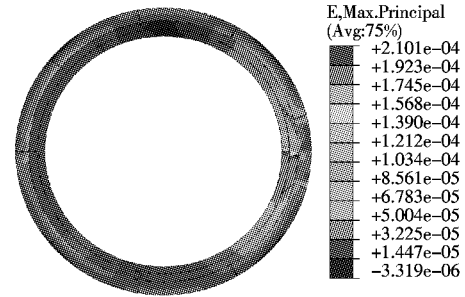


图7 历史最低水位下(17 m)监测断面应变

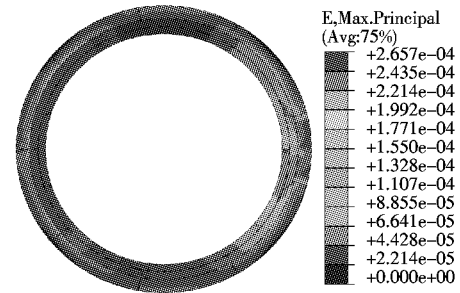


图8 历史最高水位下(34 m)监测断面应变

## 4 工程应用

### 4.1 单个传感器预警

由于运营环境、仪器质量等因素的影响,监测数据

表2 传感器预警结果

预警区间编号	应变/ $\mu\epsilon$				裂缝/mm					
	s1	s2	s3	s4	s5	s6	s7	s8	s9	s10
IV	[0,130]	[0,400]	[0,400]	[0,130]	[0,0.21]	[0,0.03]	[0,0.03]	[0,0.03]	[0,0.16]	[0,0.16]
III	[130,165]	[400,450]	[400,450]	[130,165]	[0.21,0.31]	[0.03,0.06]	[0.03,0.06]	[0.03,0.06]	[0.16,0.23]	[0.16,0.23]
II	[165,186]	[450,480]	[450,480]	[165,186]	[0.31,0.36]	[0.06,0.11]	[0.06,0.11]	[0.06,0.11]	[0.23,0.27]	[0.23,0.27]
I	[186,~]	[480,~]	[480,~]	[186,~]	[0.36,~]	[0.11,~]	[0.11,~]	[0.11,~]	[0.27,~]	[0.27,~]

注:IV表示正常区间;III表示蓝色预警区间;II表示橙色预警区间;I表示红色预警区间。[186,~]表示大于186。

中不可避免地含有误差,因此在使用前首先要对数据进行降噪处理,选择小波降噪法中Db3小波基、硬阈值函数、rigrsure阈值对监测数据进行4层分解降噪

处理,然后利用预处理后结果进行预警,此处给出LP4监测断面传感器s1~s10的2013年7月至2014年7月降噪处理后监测数据及预警结果(图9~13)。

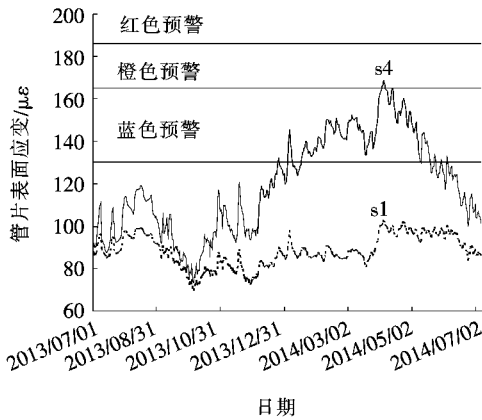


图 9 基于传感器 s1、s4 监测数据的预警结果

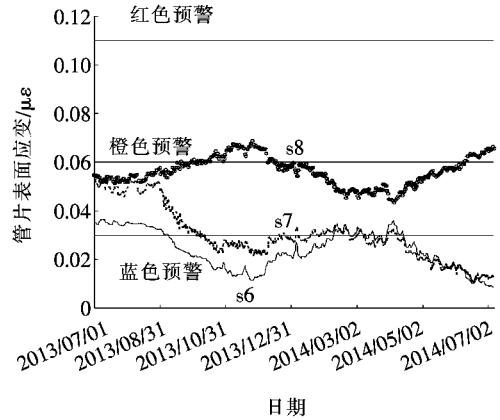


图 12 基于传感器 s6~s8 监测数据的预警结果

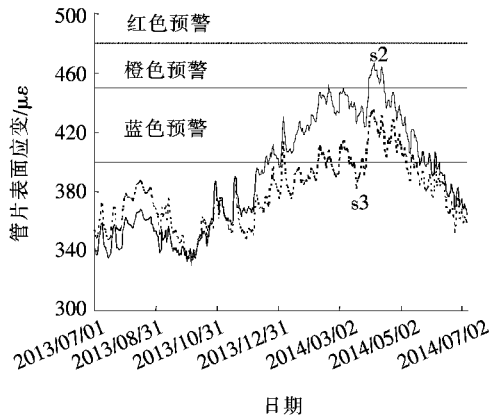


图 10 基于传感器 s2、s3 监测数据的预警结果

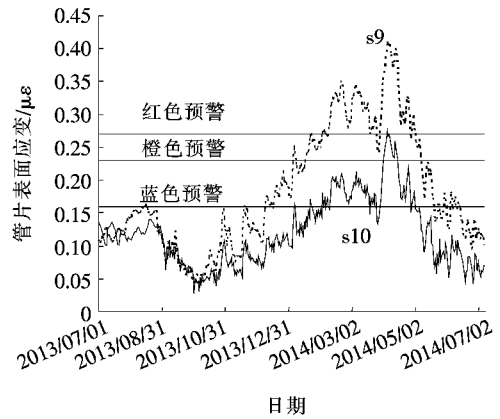


图 13 基于传感器 s9~s10 监测数据的预警结果

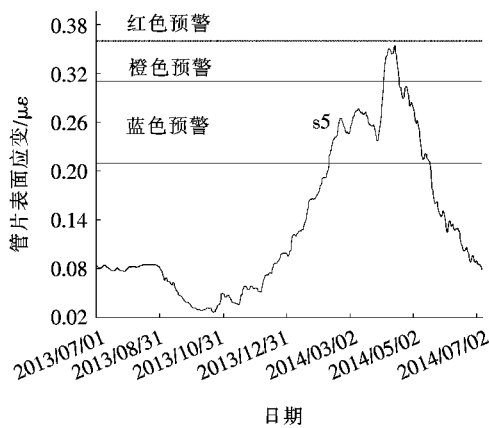


图 11 基于传感器 s5 监测数据的预警结果

由图 9~13 可知:利用单个传感器进行预警时,在同一时刻不同传感器会给出不同甚至差别较大的预警结果,给稳定性评价和决策带来困难,所以有必要对各传感器信息进行融合,给出一个综合的评价结果以便于决策者使用。

#### 4.2 融合传感器的选择

进行数据融合时,首先要选择合理、可靠、相互支

持程度大的传感器组合,该文首先进行模糊聚类分析对传感器进行聚类,然后结合工程实际情况选择待融合传感器组合。利用预处理后监测数据计算 LP4 监测断面传感器 s1~s10 之间相关系数,得到相关系数矩阵  $R$  [见式(12)]:

利用模糊聚类方法对传感器进行模糊聚类分析:

(1) 当  $\lambda=1.0$  时,传感器分为 10 类:  $\{s1\}, \{s2\}, \dots, \{s10\}$ 。

(2) 当  $\lambda=0.8$  时,传感器分为 3 类:  $\{s1\}, \{s6, s7, s8\}, \{s2, s3, s4, s5, s9, s10\}$ 。

(3) 当  $\lambda=0.6$  时,传感器分为 2 类:  $\{s6, s7, s8\}, \{s1, s2, s3, s4, s5, s9, s10\}$ 。

考虑到尽量选取半数以上传感器进行预警,此处选择传感器组合  $\{s1, s2, s3, s4, s5, s9, s10\}$  进行数据融合预警研究。

#### 4.3 传感器权重确定

利用预处理后监测数据,结合熵权公式计算得到 LP4 监测断面待融合各传感器监测数据的熵及权重见表 3。

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0.42 & 0.69 & 0.60 & 0.53 & 0.36 & 0.06 & 0.06 & 0.45 & 0.50 \\ 0.42 & 1 & 0.92 & 0.97 & 0.90 & 0.16 & 0.30 & 0.39 & 0.96 & 0.80 \\ 0.69 & 0.92 & 1 & 0.98 & 0.88 & 0.32 & 0.22 & 0.20 & 0.92 & 0.84 \\ 0.60 & 0.97 & 0.98 & 1 & 0.92 & 0.26 & 0.24 & 0.28 & 0.95 & 0.84 \\ 0.53 & 0.90 & 0.88 & 0.92 & 1 & 0.34 & 0.08 & 0.24 & 0.93 & 0.86 \\ 0.36 & 0.16 & 0.32 & 0.26 & 0.34 & 1 & 0.77 & 0.81 & 0.40 & 0.63 \\ 0.06 & 0.30 & 0.22 & 0.24 & 0.08 & 0.77 & 1 & 0.86 & 0.09 & 0.19 \\ 0.06 & 0.39 & 0.20 & 0.28 & 0.24 & 0.81 & 0.86 & 1 & 0.14 & 0.16 \\ 0.45 & 0.96 & 0.92 & 0.95 & 0.93 & 0.40 & 0.09 & 0.14 & 1 & 0.93 \\ 0.50 & 0.80 & 0.84 & 0.84 & 0.86 & 0.63 & 0.19 & 0.16 & 0.93 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

表3 各传感器监测数据的熵及权重

传感器	信息熵	权重	传感器	信息熵	权重
s1	0.996	0.055	s5	0.985	0.206
s2	0.990	0.137	s9	0.985	0.206
s3	0.991	0.123	s10	0.990	0.137
s4	0.990	0.137			

#### 4.4 基于距离判别分析的数据融合预警

为便于进行距离判断,根据表2中各传感器的预警区间得到预警标准总体阵  $G'$ :

$$G' = \begin{bmatrix} G'_1 & 95.00 & 350 & 350 & 95.00 & 0.115 & 0.085 & 0.085 \\ G'_2 & 147.5 & 425 & 425 & 147.5 & 0.260 & 0.195 & 0.195 \\ G'_3 & 175.5 & 465 & 456 & 175.5 & 0.335 & 0.250 & 0.250 \\ G'_4 & 193.0 & 490 & 490 & 193.0 & 0.380 & 0.285 & 0.285 \end{bmatrix}$$

对  $G'$  进行标准化处理,得到标准化总体阵  $G$ :

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_2 & 0.5357 & 0.5357 & 0.5357 & 0.5357 & 0.5472 & 0.5500 & 0.5500 \\ G_3 & 0.8214 & 0.8214 & 0.8214 & 0.8214 & 0.8302 & 0.8250 & 0.8250 \\ G_4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

其中:  $G_1$  为正常预警区间;  $G_2$  为蓝色预警区间;  $G_3$  为黄色预警区间;  $G_4$  为红色预警区间。

对各传感器监测数据进行标准化处理,处理后监测数据如图14所示,然后,计算样本到总体的加权距离,结果如图15所示(其中  $d_i$  为样品  $x$  到  $G_i$  的距离),根据距离判别分析法的判别准则进行预警,其结果如图16所示。

由图16可知:隧道大部分时间处于正常、蓝色预警状态,只有极短暂的时刻处于橙色预警状态,这与隧道的实际运营状况相符。而如果采用单个传感器预警,就会出现如图13中  $s_9$  传感器所示的红色预警,而实际结构运营状况并未达到红色预警。另外,如果采用单个传感器预警,还会出现如图9中  $s_1$  传感器所示的正常状态而不进行任何预警,而实际结构运营状况已经出现了一定的变形。综上可得,与单个传感器预警相比,利用距离判别法对数据进行融合后进行预警

可以有效避免虚警、漏警的产生,为工程决策提供明确、可靠的依据。另外,与一般距离判别法相比,加权距离判别法预警结果中橙色预警的范围扩大,说明加权距离判别法能更有效地避免漏警的产生。

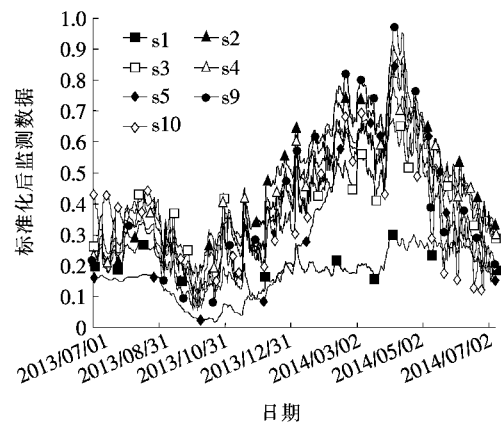


图14 标准化后各传感器监测数据

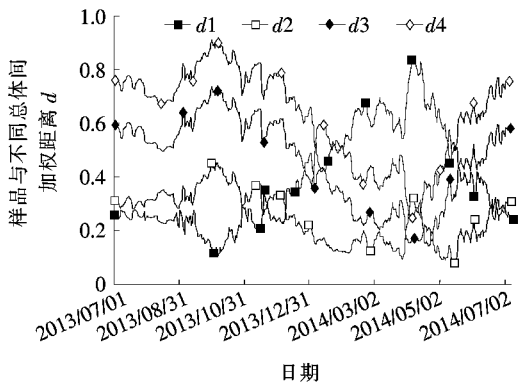


图 15 加权的样品与总体距离

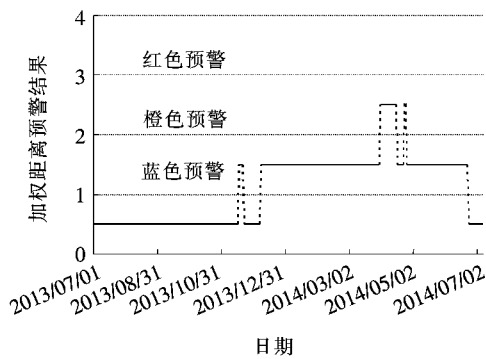


图 16 加权距离判别法预警结果

综上所述,单个传感器所提供的信息是有限的有时甚至是错误的,利用加权距离判别分析法对各传感器数据进行融合后可以为决策者提供明确、可靠、便于使用的信息,在隧道预警中有很好的应用前景。

## 5 结论

针对隧道健康监测系统中预警研究的不足,在参考前人研究工作的基础上,创造性地提出利用加权距离判别分析法进行数据融合预警的方法,并将其应用于武汉长江隧道健康监测系统中,得到如下结论:

(1) 由于各种原因,利用同一监测断面各传感器单独预警时,同一时刻会给出不同甚至差别较大的预警结果,给决策带来不便,所以有必要对多支传感器信息进行融合分析。

(2) 对多传感器进行数据融合时,为了剔除少数传感器可能出现的虚假甚至错误信息,应筛选出传感器之间相互支持度大的传感器组进行融合,该文中的模糊聚类分析方法可有效解决该问题。

(3) 根据各传感器提供的有效信息多少,用熵权法可有效确定各传感器在数据融合时所占权重。

(4) 相比单支传感器单独预警,利用加权距离判别分析法对数据进行融合后进行预警可有效避免虚警、漏警的产生,为决策者提供明确、可靠的信息。

## 参考文献:

- [1] 丁勇,施斌,隋海波.隧道结构健康监测系统与光纤传感技术[J].防灾减灾工程学报,2005(4).
- [2] 吴昊,彭大文.城市隧道安全预测预警系统构架研究[J].上海应用技术学院学报,2008(4).
- [3] 王耀南,李树涛.多传感器信息融合及其应用综述[J].控制与决策,2001(5).
- [4] 刘瑞元.加权欧式距离及其应用[J].数理统计与管理,2001(5).
- [5] 张庆庆,徐月萍,牛少凤,等.变权欧式距离模型在水质综合评价中的应用[J].中山大学学报(自然科学版),2010(5).
- [6] 彭鹏,宋汉周,徐建光,等.基于 Bayes 融合理论的某坝段帷幕体防渗效果评价[J].岩土力学,2010(9).
- [7] 赵艳玲,王亚云,何厅厅,等.基于组合权区间欧式距离模型的重金属污染评价[J].金属矿山,2013(3).
- [8] 刘爱华,苏龙,朱旭波,等.基于距离判别分析与模糊数学的岩体质量评判法[J].采矿与安全工程学报,2011(3).
- [9] 邹志红,孙靖南,任广平.模糊评价因子的熵权法赋权及其在水质评价中的应用[J].环境科学学报,2005(4).
- [10] 谢季坚,刘承平.模糊数学方法及其应用[M].武汉:华中科技大学出版社,2005.
- [11] 李明,陈卫忠,杨建平.隧道结构在线监测数据分析方法研究[J].岩土力学,2016(4).
- [12] 何毅.红谷隧道沉管段间相对沉降位移自动化监测系统研究与应用[J].中外公路,2018(3).
- [13] 金生吉,陈华,于贺,等.沈阳快速干线隧道深基坑施工监测与分析[J].中外公路,2018(1).