

基于刚性横梁法的简支斜梁桥主梁影响面研究

刘聪

(广西荔玉高速公路有限公司, 广西 南宁 530000)

摘要:为研究简支斜梁桥主梁关键截面内力影响面,基于刚性横梁法,并考虑横梁的抗扭作用,将空间问题转化为平面问题,进而求出控制截面的内力影响面,对活载在最不利位置处对主梁控制截面的内力影响,提出了一种可供参考的计算方法,其计算结果与 Midas Civil 有限元软件得到的分析数据进行了对比分析。结果表明:两种计算得出的主梁控制截面影响面结果比较接近,特别是当单位荷载作用在非控制截面主梁时影响非常接近,为该计算方法在工程实践应用提供了参考。同时,对斜梁桥的受力特性进行了合理解释,并对简支斜梁桥存在的弯扭耦合效应对其主梁受力的影响进行了相关研究。

关键词: 简支斜梁桥; 刚性横梁法; 主梁内力; 横向分布规律

近些年来,对斜交桥主梁影响面进行了一定研究,但至今还没有一本系统介绍斜交桥结构受力性能的著作问世,主要原因是其横梁架设在变弹性支承连续梁上,计算受力比较复杂,若考虑主梁抗扭能力,则计算主梁内力更加困难。该文基于刚性横梁法,把所有的中横梁看成一根刚度很大的横梁,边跨横隔梁假设在主梁间断开,此时对单片梁分析,它为一次超静定简支梁桥,同时考虑主梁的抗扭作用,通过变形协调条件,计算主梁内力,进而求得控制截面内力影响面。

1 斜梁桥的刚性横梁法原理

在中国大部分斜梁桥的横隔梁标准设计一般设3~5道中横梁(中等跨度20~40 m)和两道边横梁,这样提高了斜梁桥的整体受力性能,并且横向刚度也加大了。当斜交角 $\theta < 50^\circ$, $Z = \frac{I_\theta}{I} \left(\frac{l}{2d} \right)^2 \geq 200$ 时,荷载在横向分布的挠度可以近似假定呈直线变化,其中 θ 为斜交角; I_θ 为横梁抗弯惯矩; I 为主梁抗弯惯性矩; l 为跨径; d 为主梁间距。

假定各主梁的抗弯刚度为相同值,根据静力平衡及力矩平衡,得:

$$R_i = R'_i \pm R''_i = \frac{1}{a_i} \left(\frac{1}{\sum_{j=1}^n \frac{1}{a_j}} \pm \right)$$

$$\frac{y_i e}{a_i \left(\sum_{j=1}^n \frac{y_j^2}{a_j} + \frac{\vartheta l^2}{12} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_j}} \right)} \quad (1)$$

式中: $a_i = \left[1 - \left(\frac{2y_i \tan \theta}{l} \right)^2 \right]^2$; n 为主梁的片数; R'_i 为中心荷载作用下 i 主梁分担的荷载; R''_i 为偏心力矩 i 主梁分担的荷载; e 为偏心距; $\vartheta = \frac{GJ}{EI}$ 为相对抗扭比; y'_i 为 i 主梁到桥梁中心线的距离。

值得说明的是主梁抗扭力矩为:

$$m_i = \frac{\vartheta l^2}{12 \sqrt{a_i}} \times \frac{X e}{\left(\sum_{j=1}^n \frac{y_j^2}{a_j} + \frac{\vartheta l^2}{12} \sum_{j=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_j}} \right)} \quad (2)$$

式中: x 为主梁和横梁交汇处的格点力; m_i 为偏心力矩作用下主梁产生反力与主梁格点处产生的抵抗扭矩。

2 主梁与横梁交汇点处的格点合力 \bar{X}_i 与主梁抗扭力矩 m_{ij} 计算

如图1所示:设 $P=1$ 作用在 $A-A'$ 梁的 ξl 点,假设 $A-a-A'$ 为连续梁的支撑点,此时点 a 处产生对主梁 A 的反力 X_a ,此反力也是施加在弹性横梁上,通过横梁在格点处分配到每个主梁,对于主梁 A 分配到的竖向力为 $X_a K_{aa}$,主梁 B 为 $X_a K_{ba}$,主梁 C 为 $X_a K_{ca}$ (K_{aa} 、 K_{ba} 、 K_{ca} 为单位力作用在 a 梁时, a 、 b 、 c

处竖向力所分配的系数),对于主梁 A 其受到的格点 a 处有两个方向的力,其合力为 $\bar{X}_a = X_a(K_{aa} - 1)$,且不能忽视主梁的抗扭作用,此时各主梁分配的抗扭扭矩,对于主梁 A 分配到的扭矩为 $X_a m_{aa}$,主梁 B 为 $X_a m_{ba}$,主梁 C 为 $X_a m_{ca}$ (K_{aa} 、 K_{ba} 、 K_{ca} 为单位力作用在 a 梁时,a、b、c 处主梁抗扭所分配的系数)。

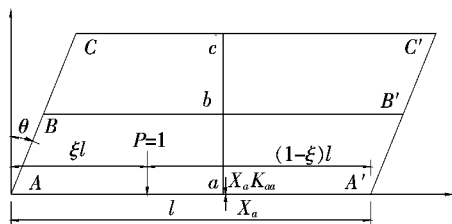


图 1 斜梁桥受力图

对于 A-A' 梁 a 处支点反力 X_a ,可以用力法求得计算公式为:

$$X_a = P \left[k' + \frac{k'(1-k'^2)l_1}{2l} \right] \quad (3)$$

式中: k' 、 l_1 、 l 的含义如图 2 所示,同理可以求得 X_b 和 X_c 。

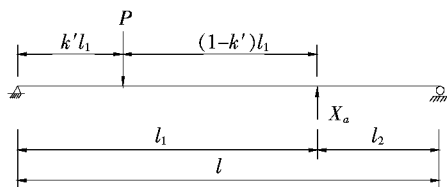


图 2 格点力的反力

3 单片主梁内力的计算

将图 1 中 A-A' 梁单独分析,当荷载作用在主梁上离两根端横梁很近时,由于离支点比较近,可以简化成端横梁在主梁之间断开,这样可以将空间问题简化成平面问题,这种简支斜梁属于一次超静定结构,此时

端横梁有一定的抗扭能力,如图 3 所示。

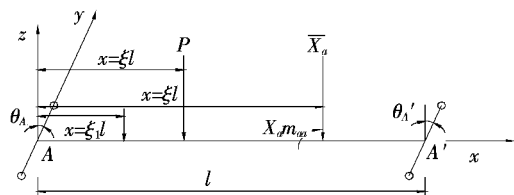


图 3 A-A' 梁受力图

对于超静定的求解,可以通过变形协调条件来解决。将未知量取 $T_{A'}$,基本结构如图 4 所示。



图 4 解除 A' 点抗扭约束基本结构

按力法方程求解得:

$$\delta_{AA'} T_{A'} + \Delta_{A'P} + \Delta_{A'X} = 0$$

$$\text{即: } T_{A'} = -\frac{\Delta_{A'P} + \Delta_{A'X}}{\delta_{AA'}}$$

通过求解上式得:

$$T_{A'} = -\frac{A_2 \xi (1-\xi) Pl + A_2 \zeta (1-\zeta) \bar{X}_a l}{A_1} \quad (4)$$

式中:

$$A_1 = 2 \cos^2 \theta_{A'} [\tan \theta_A + \tan^2 \theta_{A'} + \tan \theta_A \tan \theta_{A'} + 3\theta]$$

$$A_2 = \cos \theta_{A'} [(2-\zeta) \tan \theta_A + (1+\zeta) \tan \theta_{A'}]$$

图 3 中的 m_{aa} 表示当力作用在 A-A' 时,格点 a 处主梁抗扭扭矩。对于荷载 P 作用在 A-A' 梁,通过将空间转化到平面,所引起的主梁内力即为将 P, \bar{X}_a , $X_a m_{aa}$ 和 $T_{A'}$ 分别作用在基本结构上引起内力的叠加,这样就得到超静定简支斜桥的实际内力。当 $\theta_A = \theta_{A'} = \theta$ 时内力公式如表 1 所示。

表 1 单梁内力公式

ξ_1 范围	弯矩	扭矩	剪力
$0 \leq \xi_1 \leq \xi$	$M = -T_{A'} \sin \theta + (1-\xi) \xi_1 Pl + (1-\xi) \xi_1 \bar{X}_a l + X_a m_{aa} \sin \theta$	$T = -T_{A'} \cos \theta + X_a m_{aa} \cos \theta$	$Q = (1-\xi) p + (1-\zeta) \bar{X}_a$
$\xi \leq \xi_1 \leq \zeta$	$M = -T_{A'} \sin \theta + (1-\xi_1) \xi Pl + (1-\zeta) \xi_1 \bar{X}_a l + X_a m_{aa} \sin \theta$	$T = -T_{A'} \cos \theta + X_a m_{aa} \cos \theta$	$Q = -\xi P + (1-\zeta) \bar{X}_a$
$\zeta \leq \xi_1 \leq 1$	$M = -T_{A'} \sin \theta + (1-\xi_1) \xi Pl + (1-\xi_1) \zeta \bar{X}_a l + X_a m_{aa} \sin \theta$	$T = -T_{A'} \cos \theta + X_a m_{aa} \cos \theta$	$Q = -\xi P + (-\zeta) \bar{X}_a$

注: ξ_1 、 ξ 、 ζ 代表的含义如图 3 所示。

当荷载 P 作用在其他梁时,只需将表 1 中的 P 设为 0, $T_{A'} = -[A'_2 \zeta (1-\zeta) K_{ai} \bar{X}_i l] / A_1$, $\bar{X}_a = K_{ai} \bar{X}_i$, 同时 $X_a m_{aa} = X_i m_{ai}$ 即可。 m_{aj} 为第 j 片主梁对 a 主梁

格点处的抗扭横向系数。

对于简支斜交桥在支点处由于存在弯扭耦合效应,它的弯矩不为零,其大小是介于简支梁、固端约束

梁之间,这一特征恰恰从理论上说明了斜梁桥存在的弯扭耦合对内力的影响,并且符合斜桥的受力特点。

4 计算示例

4.1 设计数据

桥跨 $l=29.4\text{ m}$,横断面宽度 $B=6.4\text{ m}$,主梁片数 $n=5$,主梁间距 $d=1.6\text{ m}$,中横隔梁数目 $f_1=3$,边横隔梁数目 $f_2=2$,斜交角 $\theta=30^\circ$,主梁惯性矩 $I=7.27\times 10^{-2}\text{ m}^4$,主梁抗扭惯矩 $J=4.69\times 10^{-3}\text{ m}^4$,横梁惯矩 $I_0=1.5\times 10^{-2}\text{ m}^4$ 。桥梁示例图及斜梁桥 Midas 模型见图 5、6。

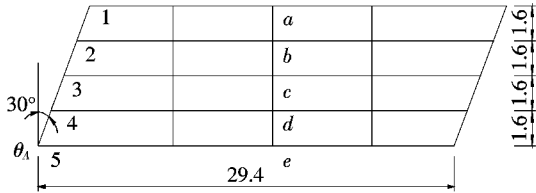


图 5 桥梁示例图(单位:m)

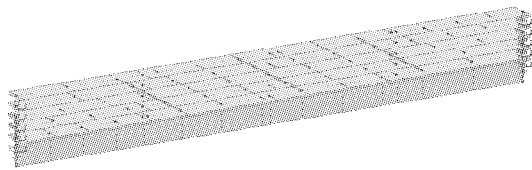


图 6 斜梁桥 Midas 模型

4.2 参数计算

对于有多根中横隔梁,可以用一根刚度比较大的横隔梁代替,引入加强函数,加强参数 i 是横梁数 f_1 的函数,当 $f_1=3$ 时, $i=1.6$, $\frac{l}{B}=\frac{29.4}{6.4}=4.593>2$, $\theta=30^\circ<50^\circ$, $Z=i\frac{I_0}{I}\left(\frac{l}{2a}\right)^3=1.6\times\frac{1.5\times 10^{-2}}{7.27\times 10^{-2}}\left(\frac{29.4}{2\times 1.6}\right)^3=257>200$,满足刚性横梁法的条件,其挠度呈直线形式变化。

4.3 跨中截面内力影响面公式计算值

通过以上分析,先要得出斜交桥的横向分布,从而把空间模型转化为平面,同时求出汇点力的影响线,进而应用表 1 中的公式求出主梁的内力。

在 $P=1$ 的集中力作用下,根据式(1)可以得到其跨中截面的横向分布,计算结果如表 2 所示。

依据式(2)可以得到其格点处主梁抗扭横向分布,计算结果如表 3 所示。

依据式(3)可以得到汇点力 X 的影响线,计算结果如表 4 所示。

依据表 1 所列的公式可以计算截面影响面,现计

算 1~5 号梁跨中内力影响面,另外 Midas 模型也根据实体模型进行建模,同时也考虑 1~5 号梁的内力影响面进行计算,同样取单位集中荷载,其所计算的结果见表 5。

表 2 斜交桥荷载横向分布

梁号	不同荷载作用点荷载横向分布				
	1	2	3	4	5
1	0.516	0.36	0.204	0.049	-0.107
2	0.352	0.276	0.2	0.124	0.117
3	0.198	0.198	0.198	0.198	0.198
4	0.047	0.124	0.2	0.276	0.352
5	-0.107	0.049	0.204	0.360	0.516

表 3 $X=1.0$ 时 m_i 数值

梁号	不同荷载作用点 m_i 数值				
	1	2	3	4	5
1	0.189	0.094 6	0	-0.094 6	-0.189
2	0.187	0.093 4	0	-0.093 4	-0.187
3	0.186	0.093	0	-0.093	-0.186
4	0.187	0.093 4	0	-0.093 4	-0.187
5	0.189	0.094 6	0	-0.094 6	-0.189

表 4 格点力 X 的影响线

梁号	格点力	支点	不同荷载作用位置格点力 X 的影响线			
			$l/4$	$l/2$	$3l/4$	格点
1	X_a	0	0.544	0.941	0.656	1
2	X_b	0	0.567	0.969	0.622	1
3	X_c	0	0.564	1	0.564	1
4	X_d	0	0.622	0.969	0.567	1
5	X_e	0	0.656	0.941	0.544	1

由表 5 可以看出:该文斜梁桥计算理论,与大型有限元软件 Midas civil 计算出的结果比较接近,特别是荷载作用在非计算截面主梁时计算结果更加接近,通过误差率分析,在跨中位置与 $1/4$ 处都比较敏感,扭矩敏感度略高于弯矩和剪力敏感性,但最高也基本控制在 18% 以内,为该计算方法在工程实践中的应用提供了参考。

5 结论

利用 Midas 有限元软件对该文理论进行了校核,为该理论在实践中的应用提供了参考依据。

表 5 5 号梁跨中内力影响面公式计算值与 Midas 计算值汇总

荷载作用位置		弯矩			扭矩			剪力		
		公式计算	Midas	误差率/%	公式计算	Midas	误差率/%	公式计算	Midas	误差率/%
1 号梁	支点	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0
	$l/4$	-0.188	-0.196	4.1	0.482	0.450	7.1	-0.020	-0.010	0
	$l/2$	-0.369	-0.341	8.2	0.794	0.810	1.9	-0.044	-0.057	22.8
	$3l/4$	-0.290	-0.240	20.8	0.529	0.513	3.1	-0.031	-0.036	13.8
2 号梁	支点	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0
	$l/4$	0.274	0.239	14.6	-0.234	-0.198	18.1	0.012	0.010	8.8
	$l/2$	0.417	0.401	4.0	-0.361	-0.358	0.8	0.020	0.012	6.6
	$3l/4$	0.241	0.252	4.3	-0.207	-0.240	13.8	0.013	0.011	8.8
3 号梁	支点	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0
	$l/4$	0.440	0.391	4.9	-0.867	-0.810	7.0	0.049	0.050	2.0
	$l/2$	0.731	0.686	18.0	-1.571	-1.410	11.4	0.087	0.085	2.3
	$3l/4$	0.388	0.396	2.0	-0.911	-0.910	0.1	0.049	0.049	0
4 号梁	支点	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0
	$l/4$	0.838	1.016	17.0	-1.763	-1.620	8.8	0.096	0.104	6.4
	$l/2$	1.223	1.416	14.0	-2.627	-2.350	11.7	0.145	0.124	16.9
	$3l/4$	0.680	0.681	1.0	-1.538	-1.713	10.2	0.083	0.098	15.3
5 号梁	支点	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0	0.000	0.000	0
	$l/4$	1.672	1.472	13.5	-3.551	-3.300	7.6	0.111	0.118	5.9
	$l/2$	4.750	4.699	1.1	-4.493	-4.145	8.4	0.303	0.301	0.6
	$3l/4$	1.363	1.428	4.5	-3.983	-3.765	5.8	-0.135	-0.131	3.0

(1) 简支斜梁在竖向力作用由于弯扭耦合力的作用支点处会产生弯矩,其大小介于简支正梁和固端梁之间,且支点弯矩随着斜交角的增大而增大,扭矩反而减少,跨中弯矩由于弯剪耦合的作用也随之减少。当 $\theta=0$ 时,斜桥则变为正交桥,其弯矩和扭矩都为零,这个特征恰恰说明了斜桥之间的弯扭耦合效应。

(2) 从该文所推导的计算公式与大型有限元模型 Midas Civil 计算结果对比分析可知:当中横隔梁数量比较多时,要考虑边横隔梁的抗扭作用,该文公式对工程计算斜梁桥内力有一定的参考价值,但要注意的是该理论是基于刚性理论下推导出的计算公式,其计算结果偏大,建议应用到实际工程需对其折减,考虑横向分布调整系数,需进一步研究。

(3) 该文从斜梁桥设计理念出发,运用刚性横梁法作为计算基础,考虑端横梁的抗扭效应,从而可以计算主梁任意截面的内力,同时也可以得出控制截面的影响面,进而为活载作用最不利位置提供理论参考依

据,对设计斜梁桥提供参考性数据来源。但基于刚性理论基础的计算方法不适应弹性主梁。

参考文献:

[1] (日)高岛春生,著.斜梁桥[M].张德礼,译.北京:中国建筑工业出版社,1997.

[2] 邵旭东.桥梁工程[M].北京:人民交通出版社,2007.

[3] 李国豪,石洞.公路桥梁荷载横向分布计算[M].北京:人民交通出版社,1987.

[4] 项海帆.高等桥梁结构理论[M].北京:人民交通出版社,2001.

[5] 张士铎,袁万城.斜交板的分析[J].东北林业大学学报,1986(3).

[6] 李夏元,万水.荷载横向作用位置对偏心荷载偏心法影响分析[J].中外公路,2019(2).

[7] 常诚.现浇箱梁横向分布调整系数的实体有限元计算研究[J].中外公路,2018(5).

[8] 刘明慧.板刚度损失对空心板桥荷载横向分布系数的影响[J].中外公路,2019(1).