

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2019.05.016

矮寨大桥风速风向联合分布研究

郑刚¹, 韩艳¹, 蔡春声^{1,2}

(1.长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114; 2.美国路易斯安那州立大学)

摘要: 为了分析矮寨大桥的风致疲劳寿命,研究风速风向在大桥桥址处的联合分布规律。基于吉首气象站的气象资料,对数据样本进行抽样、处理,从而得到风速风向在气象站处的联合分布。假设气象站处梯度风速、风向与桥址处相同,根据矮寨大桥监测的长期风场数据得到桥址处的风剖面指数,最后换算得到矮寨大桥桥址处风速风向的联合分布函数。

关键词: 矮寨大桥; 风速风向联合分布; 现场监测; 统计分析; 参数估计

随着大跨度桥梁规模的不断增加,抖振响应愈演愈烈,由其引起的长期交变应力会对桥梁局部构件产生疲劳损伤,严重者甚至会影响桥梁整体安全。因此大跨度桥梁风致抖振引起的疲劳损伤是一个值得关注的问题。由于风荷载作用下的桥梁结构疲劳分析不应按最不利风荷载考虑,而应考虑全风向下的各风荷载发生概率,由此推算不同重现期下各风速在各风向上的持续时间,从而准确预测大桥的风致疲劳损伤情况。因此对于大跨桥梁有必要研究桥址处的风速风向联合分布情况,为大桥的风振疲劳损伤分析提供的参考。

由于获得桥址处多年连续的风速风向数据成本较

高且很难得到较长时间的完整数据观测资料,往往利用附近气象台的气象资料来估计风速风向联合分布情况,目前主要采用极值型以及对数正态分布概率模型来近似得到风速分布。Cook 等利用极值风速风向数据,建立了不同风向的条件密度函数;Ge&Xiang 认为不同风向下风速分布类型相同且参数是相互独立的,由独立参数得到了联合分布;徐大海用不同风向频率与对应风向下的风速条件分布函数得到风速风向的联合分布;陈和赵用谐波函数对风向频度函数及分布模型中各参数进行拟合;Gu 等通过气象站的气象资料分析得到了风速风向的联合分布函数;邓洪洲等利用气

- *****
- [11] Leahy C, Obrien E, O'Connor A. The Effect of Traffic Growth on Characteristic Bridge Load Effects[J]. Transportation Research Procedia, 2016, 14: 3 990—3 999.
- [12] 夏樟华, 陈俊民, 宗周红, 等. 并道运行状态下高速公路桥梁车辆荷载效应[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2017(1).
- [13] 刘扬, 张海萍, 邓扬, 等. 公路桥梁车辆荷载建模方法及疲劳寿命评估[J]. 应用力学学报, 2016(4).
- [14] 阮欣, 周军勇, 石雪飞. 桥梁汽车荷载响应的极值外推方法综述[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2015(9).
- [15] 刘浪, 尤吉. 公路桥梁车辆荷载效应的外推计算[J]. 土木工程学报, 2015(4).
- [16] 李慧乐, 夏禾, 张楠, 等. 基于车桥耦合动力分析的钢桥疲劳损伤与剩余寿命评估[J]. 铁道学报, 2017(1).
- [17] Zhou Y, Chen S. Numerical Investigation of Cable Breakage Events on Long-Span Cable-Stayed Bridges under Stochastic Traffic and Wind [J]. Engineering Structures, 2015, 105: 299—315.
- [18] Enright B, OBrien EJ. Monte Carlo Simulation of Extreme Traffic Loading on Short and Medium Span Bridges[J]. Structure & Infrastructure Engineering, 2012, 9 (12): 1—16.
- [19] 刘扬, 鲁乃唯, 邓扬. 基于实测车流的钢桥面板疲劳可靠度评估[J]. 中国公路学报, 2016(5).
- [20] 鲁乃唯, 刘扬, 邓扬. 随机车流作用下悬索桥钢桥面板疲劳损伤与寿命评估[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2015(11).

收稿日期: 2018-11-09

基金项目: 国家重点基础研究计划(973 计划)项目(编号: 2015CB057706, 2015CB057701); 国家自然科学基金资助项目(编号: 51678079, 51408061)

作者简介: 郑刚, 男, 硕士研究生, E-mail: zheng14097@163.com

* 通信作者: 韩艳, 女, 博士, 教授, E-mail: ce_hanyan@163.com

象资料分析了结构在风荷载作用下的风振疲劳寿命;张春涛等应用联合分布模型分析了结构的风致疲劳寿命,结果表明疲劳寿命满足设计年限要求。以上研究中的地表粗糙度系数均是直接取规范值,不能精确模拟实际的地形地貌,有待进一步完善。

该文基于矮寨大桥桥址附近吉首站 1986—2016 年 31 年的气象资料,首先对数据采用 4 d 抽样法进行抽样分析,得到各风速风向下的频率统计结果。然后得到风向区间的频度函数及对应风向下风速的概率密度函数,从而得到气象站风速风向的联合分布。最后利用矮寨大桥实际观测数据,拟合出符合桥址处实际风场的地表粗糙度系数,最终得到桥址处的联合分布函数,为矮寨大桥的疲劳可靠性分析提供技术参考。

1 风速风向联合分布的统计分析

该文采用吉首气象站 1986—2016 年共 31 年 10 m 高度处日最大风速(10 min 平均时距)风向数据处理得到风速风向样本数据。抽样方法根据子样划分方式的不同有阶段极值方法、月最大值方法和年最大值方法。其中,阶段极值方法采用 Simiu 推荐的 4 d 和 8 d 作为时间间隔,同时,也有以月为时间间隔抽样作为

样本,而日极值风速样本不符合阶段抽样原理。

该文对湖南吉首气象站测得的气象资料进行风速风向联合分布分析,采取不同抽样方法对其进行抽样,如图 1 所示,由图 1 可知:抽样时间间隔越短,其低风速所占比重越大。日极值风速抽样中小风速所占比例较大、4 d 和 8 d 阶段抽样法结果比较相近。月极值抽样中大风速所占比例增大,用于拟合风速风向联合分布偏保守。年极值抽样法数据过少、所得大风速比例太大,不适合拟合风速风向联合分布。研究还得到:4 d 阶段抽样法的风向玫瑰图形状与 8 d 阶段抽样法风向较为接近。综上所述,该文采用 4 d 阶段抽样法对样本进行抽取并进行分析。表 1 为采用 4 d 抽样得到的不同风向下对应风速频率的统计结果。

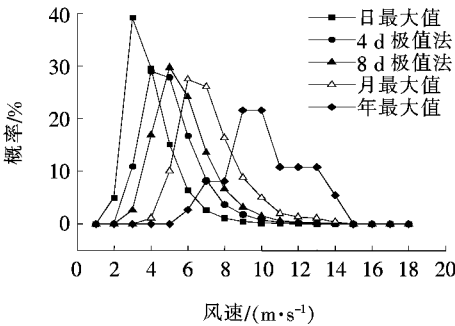


图 1 不同抽样方法风速统计对比

表 1 吉首气象站风速风向样本统计

| 风向 | 不同最大风速(m/s)时的风向频率 | | | | | | | | | 风向频度/% |
|------|-------------------|--------|--------|--------|------|-------|-------|-------|-------|---------|
| | 0~2 | 2~4 | 4~6 | 6~8 | 8~10 | 10~12 | 12~14 | 14~16 | 16~18 | |
| N | 0.030 | 1.35 | 1.74 | 0.42 | 0.15 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3.689 |
| NNE | 0 | 6.238 | 4.829 | 1.35 | 0.33 | 0.09 | 0 | 0 | 0 | 12.837 |
| NE | 0 | 10.018 | 14.037 | 3.75 | 0.75 | 0.15 | 0 | 0 | 0 | 28.704 |
| ENE | 0 | 2.22 | 4.649 | 1.86 | 0.33 | 0.06 | 0 | 0 | 0 | 9.118 |
| E | 0 | 2.73 | 3.54 | 1.02 | 0.24 | 0 | 0.03 | 0 | 0 | 7.558 |
| ESE | 0.030 | 2.88 | 2.52 | 0.36 | 0.03 | 0 | 0.03 | 0 | 0 | 5.849 |
| SE | 0 | 8.309 | 5.819 | 0.54 | 0.15 | 0.03 | 0 | 0 | 0 | 14.847 |
| SSE | 0 | 1.71 | 0.84 | 0.24 | 0.03 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2.819 |
| S | 0 | 1.17 | 1.47 | 0.36 | 0 | 0.03 | 0.03 | 0 | 0 | 3.059 |
| SSW | 0 | 0.99 | 1.71 | 0.36 | 0.03 | 0.03 | 0 | 0 | 0 | 3.119 |
| SW | 0 | 0.60 | 0.72 | 0.06 | 0 | 0.03 | 0 | 0 | 0 | 1.410 |
| WSW | 0 | 0.48 | 0.42 | 0.30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.200 |
| W | 0 | 0.45 | 0.60 | 0.27 | 0.09 | 0.03 | 0 | 0 | 0 | 1.440 |
| WNW | 0 | 0.12 | 0.30 | 0.36 | 0.09 | 0 | 0.06 | 0 | 0 | 0.930 |
| NW | 0 | 0.33 | 0.51 | 0.33 | 0.27 | 0.06 | 0 | 0 | 0 | 1.500 |
| NNW | 0.030 | 0.33 | 0.90 | 0.42 | 0.12 | 0.06 | 0.06 | 0 | 0 | 1.920 |
| 全风向% | 0.090 | 39.922 | 44.601 | 11.997 | 2.61 | 0.57 | 0.21 | 0 | 0 | 100.000 |

2 风速风向联合概型参数估计

由表 1 得到不同风向发生的概率后,对各风向下风速进行拟合,得到极值风速分布。目前主要有 Gumble 分布、Ferehet 分布和 Wiebull 共 3 种分布模型,3 种分布模型的表达式如下:

(1) Gumble 分布概型

概率分布函数:

$$P(U < u, \theta) = f(\theta) \cdot \exp \left\{ -\exp \left[-\frac{u - b(\theta)}{a(\theta)} \right] \right\} \quad (1)$$

概率密度函数:

$$P(U < u, \theta) = f(\theta) \cdot \exp \left\{ -\exp \left[-\frac{u - b(\theta)}{a(\theta)} \right] \right\} \cdot \exp \left[-\frac{u - b(\theta)}{a(\theta)} \right] \quad (2)$$

(2) Frechet 分布概型

概率分布函数:

$$P(U < u, \theta) = f(\theta) \cdot \exp \left\{ -\left[\frac{u}{a(\theta)} \right]^{-b(\theta)} \right\} \quad (3)$$

概率密度函数:

$$P(U < u, \theta) = f(\theta) \cdot \frac{b(\theta)}{a(\theta)} \cdot \exp \left\{ -\left[\frac{u}{a(\theta)} \right]^{-b(\theta)} \right\} \cdot \left[\frac{u}{a(\theta)} \right]^{-b(\theta)-1}$$

$$\left[\frac{u}{a(\theta)} \right]^{-1-b(\theta)} \quad (4)$$

(3) Weibull 分布概型

概率分布函数:

$$P(U < u, \theta) = f(\theta) \cdot \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{u}{a(\theta)} \right)^{b(\theta)} \right] \right\} \quad (5)$$

概率密度函数:

$$P(U < u, \theta) = f(\theta) \cdot \frac{b(\theta)}{a(\theta)} \cdot \exp \left\{ -\left[\frac{u}{a(\theta)} \right]^{b(\theta)} \right\} \cdot \left[\frac{u}{a(\theta)} \right]^{b(\theta)-1} \quad (6)$$

式中: $f(\theta)$ 为各风向区间的风向频度函数,各方向的值见表 1 中的最后一列; u 为各风向下指定风速; U 为小于 u 的风速; $a(\theta)$ 、 $b(\theta)$ 为各分布函数中的参数。

基于表 1 全风向下的风速概率分布数据,该文分别采用以上 3 种分布模型分析风速风向联合分布,假定风速和风向是独立的,先对不同风向上风速进行参数估计,认为不同方向的风速服从同一类型的极值分布,采用最小二乘法对分布概型参数进行拟合,拟合得到的概率密度曲线如图 2 所示。

由图 2 可知: Gumble、Frechet、Weibull 分布的相关系数 r 分别为 0.999 9、0.978 2、0.955 2,由此可见 Gumble 分布模型拟合效果最好。为更加详细地比

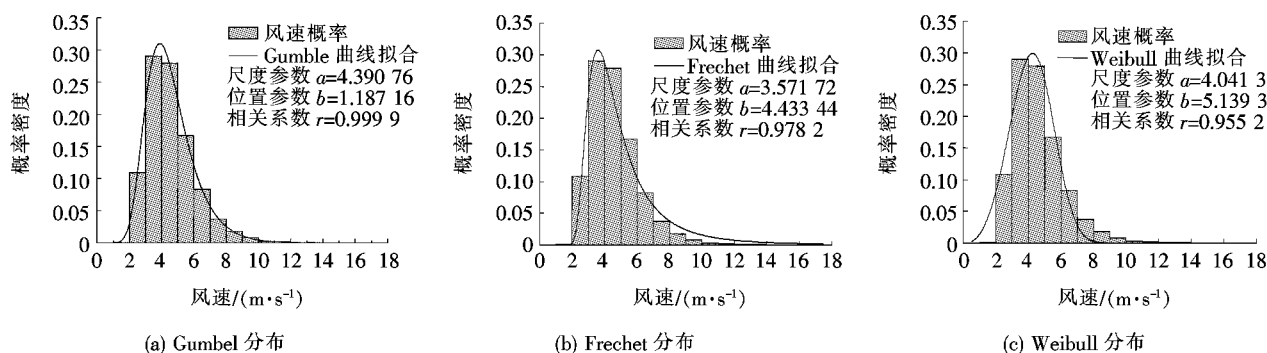


图 2 吉首气象站全风向下风速概率密度函数拟合曲线

较,对吉首气象站所有风向区间下的风速极值样本进行参数估计。结果如表 2 所示。由表 2 同样可以看出:采用 Gumble 分布模型拟合效果最好,说明吉首地区的风速风向服从 Gumble 分布。

式(1)~(6)中的风速分布函数 $P(U < u, \theta)$ 以及频度函数 $f(\theta)$ 中的参数与方向有关,所以要考虑全风向下桥梁风振疲劳分析必须求得各风向区间上的频度函数及对应的分布函数参数。风向频度函数及分布函数参数可以采用谐波函数来拟合,即:

$$f_{\theta}(\theta) = c + \sum_{m=1}^n d_m \cos(m\theta - e_m) \quad (7)$$

$$a(\theta) = c + \sum_{m=1}^n d_m \cos(m\theta - e_m) \quad (8)$$

$$b(\theta) = c + \sum_{m=1}^n d_m \cos(m\theta - e_m) \quad (9)$$

根据式(7)~(9)拟合得到不同风向区间的概率分布参数以及对应的风速分布函数的参数,结果如表 3 所示,拟合参数的谐波函数曲线如图 3 所示。从而得

表 2 吉首气象站各风向的分布参数

| 风向 | $f(\theta)$ | Gumbel 分布 | | | Frechet 分布 | | | Weibull 分布 | | |
|-------|-------------|-----------|-------|-------|------------|-------|-------|------------|-------|-------|
| | | a | b | r | a | b | r | a | b | r |
| N | 0.037 | 1.270 | 3.990 | 0.975 | 4.048 | 2.983 | 0.940 | 4.780 | 3.635 | 0.953 |
| NNE | 0.128 | 1.294 | 3.523 | 0.982 | 3.605 | 2.742 | 0.972 | 4.462 | 3.061 | 0.938 |
| NE | 0.287 | 1.200 | 4.065 | 0.998 | 4.161 | 3.260 | 0.959 | 4.825 | 3.780 | 0.968 |
| ENE | 0.091 | 1.232 | 4.410 | 0.990 | 4.523 | 3.783 | 0.985 | 5.219 | 3.796 | 0.928 |
| E | 0.076 | 1.047 | 4.000 | 0.981 | 4.088 | 3.789 | 0.979 | 4.748 | 3.926 | 0.902 |
| ESE | 0.058 | 0.891 | 3.688 | 0.992 | 3.690 | 3.980 | 0.988 | 4.290 | 4.251 | 0.912 |
| SE | 0.148 | 0.895 | 3.537 | 0.994 | 3.519 | 3.884 | 0.971 | 4.097 | 4.430 | 0.979 |
| SSE | 0.028 | 0.754 | 3.370 | 0.933 | 3.350 | 4.577 | 0.962 | 3.742 | 5.296 | 0.839 |
| S | 0.031 | 1.128 | 3.849 | 0.961 | 3.869 | 3.173 | 0.900 | 4.502 | 4.068 | 0.970 |
| SSW | 0.031 | 1.191 | 4.202 | 0.972 | 4.407 | 4.159 | 0.925 | 4.927 | 4.037 | 0.992 |
| SW | 0.014 | 1.006 | 3.881 | 0.976 | 3.921 | 3.744 | 0.956 | 4.616 | 4.048 | 0.931 |
| WSW | 0.012 | 1.602 | 3.921 | 0.829 | 3.968 | 2.336 | 0.783 | 5.145 | 2.800 | 0.816 |
| W | 0.014 | 1.757 | 4.386 | 0.921 | 4.449 | 2.249 | 0.811 | 5.573 | 3.013 | 0.943 |
| WNW | 0.009 | 1.992 | 5.510 | 0.568 | 5.667 | 3.132 | 0.542 | 6.863 | 3.397 | 0.630 |
| NW | 0.015 | 2.015 | 4.980 | 0.728 | 5.005 | 2.409 | 0.763 | 6.632 | 2.639 | 0.658 |
| NNW | 0.019 | 1.236 | 4.614 | 0.905 | 4.658 | 3.869 | 0.910 | 5.549 | 3.855 | 0.838 |
| 全风向/% | 1.000 | 1.187 | 4.391 | 1.000 | 4.433 | 3.572 | 0.978 | 5.139 | 4.041 | 0.955 |

表 3 吉首气象站 Gumbel 分布参数谐波函数拟合结果

| 参数 | c | d_1 | e_1 | d_2 | e_2 | d_3 | e_3 | d_4 | e_4 |
|-------------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|--------|
| $f(\theta)$ | 0.062 | 0.068 | 1.592 | 0.030 | 2.342 | 0.036 | 3.056 | -0.039 | 1.327 |
| a | 1.282 | -0.429 | 2.547 | -0.168 | 1.079 | -0.158 | 0.965 | 0.069 | 2.986 |
| b | 4.120 | -0.527 | 2.657 | -0.286 | 1.427 | -0.428 | 1.722 | 0.082 | 22.366 |

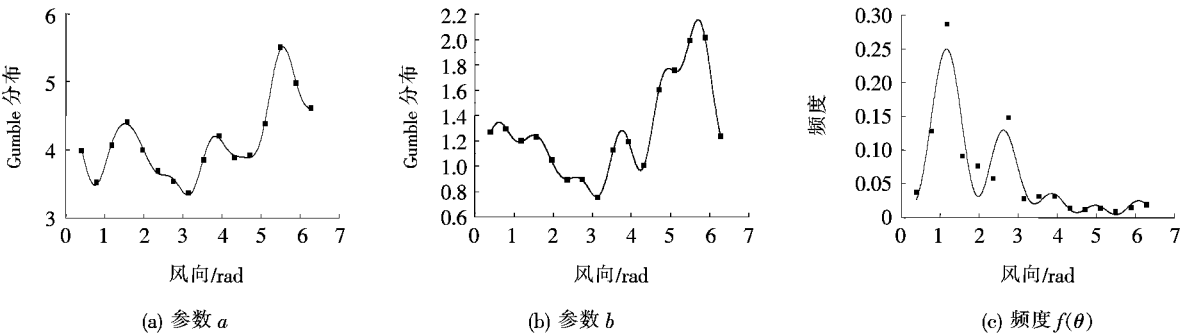


图 3 吉首气象站 Gumbel 分布参数谐波函数拟合曲线

到 Gumbel 分布下风向风速的联合分布函数。

3 桥址处联合分布函数及各风速风向持续时间

由于气象站到桥址处较近,可假设气象站位置和

桥址处风向相同,由气象站风速风向联合分布概率函数可得到桥址处联合分布函数。

气象站处的风速风向联合概率分布如下:

$$P(U_0 < u_0, \theta) = f(\theta)g(u_0) \tag{10}$$

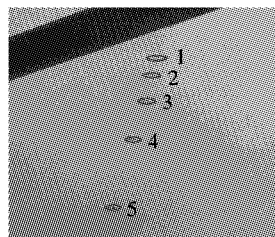
式中: $f(\theta)$ 为各风向区间出现的概率; $g(u_0)$ 为对应风速概率分布函数; U_0 为气象站不同高度下的风速。假

定气象站和桥址处的梯度风速相等,可以建立气象站处和桥址处不同高度风速之间的关系:

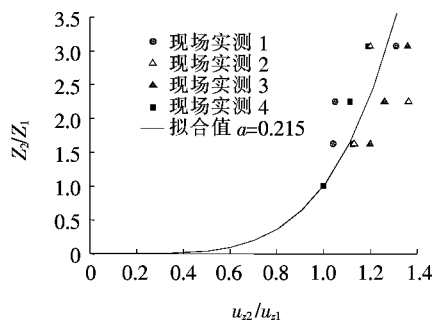
$$\frac{U_b}{U_0} = \left(\frac{H_0}{h_0}\right)^{a_0} \left(\frac{h_b}{H_b}\right)^{a_b} \quad (11)$$

式中: H_0 和 H_b 、 h_0 和 h_b 、 a_0 和 a_b 分别为气象站和桥址处的梯度风高度、风速高度、地面粗糙度指数。

基于矮寨大桥桥址位于该地区山区峡谷地带,为非标准地貌,根据矮寨大桥现场实测资料,风速监测内容包括桥面桥轴方向风速监测、桥梁跨中垂直方向风速监测。在桥面上选择5个测点作为观测点,安装5个螺旋式风速仪、1个超声型风速仪和1个雨量计。在跨中垂直方向,布置了1个超声型风速仪和3个螺旋式风速仪。风剖面指数与风速关系的拟合如图4所示,偏北风和偏南风实测数据拟合的风剖面指数分别为0.207、0.222,综合考虑两者取风剖面指数为0.215,接近C类场地。加劲梁离地面平均高度(加劲梁与地表面所围面积除以加劲梁长度)为183 m。C类场地梯度风速高度为350 m。最后根据基本风速可得桥址高度处风速。另外由桥址处风速风向联合分布可得到不同重现期下各风向的最大风速,如图5所示。



(a) 矮寨大桥风速观测



(b) 矮寨大桥峡谷风剖面指数拟合

图4 矮寨大桥峡谷风剖面指数拟合

随着重现期的延长,风速增大明显。矮寨大桥需考虑100年重现期下的最大风速。

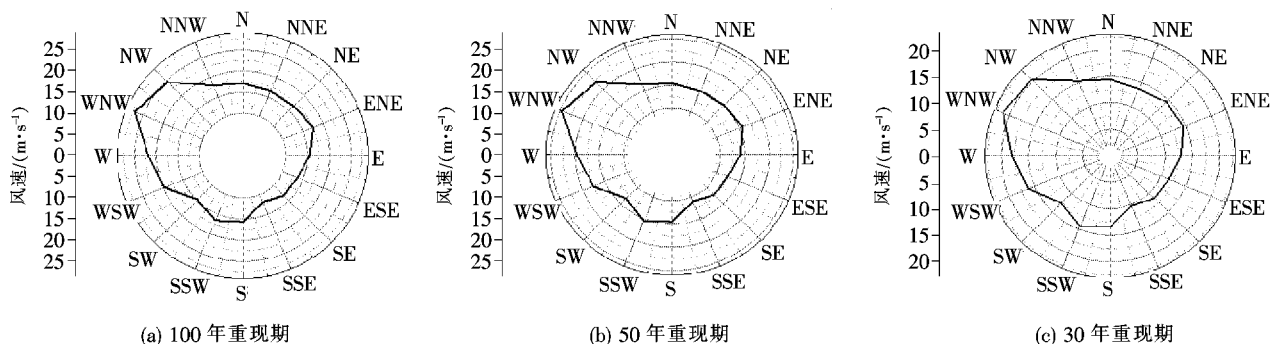


图5 不同重现期下最大风速风向分布

结构的疲劳破坏与循环荷载在结构内部引起的反复循环应力和循环次数有关,由风速风向的持续时间,可得到循环应力下的循环次数。每一个风向区间 i 下,风速区间 j ,作为一个工况,风向角间隔 $\Delta\theta_i = \theta_{i+1} - \theta_i$ 为 22.5° ,分为16个区间,风速范围从0开始间隔2 m/s为一个区间, $v_0 = 0$,从而求得每一个工况出现的概率。如果一年中有风持续的时间为 T ,则第 $[i, j]$ 个工况持续时间为:

$$T_{ij} = T \times \int_{x_i}^{x_j} p(x, \theta_i) dx = T f(\theta_i) \int_{x_i}^{x_j} g_{\theta_i}(x) dx \quad (12)$$

假设一年持续有风,则由式(12)计算各风向各等级风在一年内的持续时间,随着重现期增长,高风速出

现概率增加。对于矮寨大桥需分析100年重现期下,各风速风向区间下的持续时间。如图6所示,以此作为抖振疲劳分析基础,用于估计风荷载作用年疲劳损伤量。

4 结论

该文基于气象站31年日最大风速值和风向数据对矮寨大桥的风速风向联合分布进行研究,得到结论如下:

(1) 对比不同抽样方法,抽样间隔时间太短会导致低风速所占比例增大,抽样时间太长将导致高风速所占比例增大,且容易造成样本太少不宜拟合风速风

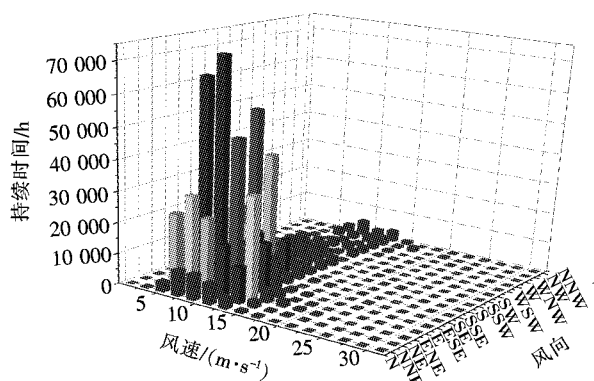


图 6 100 年内各风速风向持续时间

向联合分布。该文采用 4 d 阶段抽样法能较全面反映风速和风向分布,适于抖振疲劳可靠性分析。

(2) 3 种分布中 Gumbel 分布的拟合优度高于 Frechet 和 Weibull 分布,Gumbel 分布相关性更好。

(3) 山区峡谷地区地形复杂,为非标准地貌,风场与规范中各向同性风场有较大不同,采用现场实测的地表粗糙度系数,将气象站的风速风向联合分布转换到桥址处的风速风向联合分布函数,使结果更加精确合理。

(4) 由不同重现期的风速风向分布可知,随着重现期的增大,最大风速的速度也随之增大,大风速出现的时间也相应增长。对于长时间的疲劳分析应该采用相应的重现期时间来抽样。

参考文献:

- [1] Coles S G, Powell E A. Bayesian Methods in Extreme Value Modeling: A Review and New Developments[J]. International Statistical Review, 1996, 64(1): 119—136.
- [2] Mayne J R. The Estimation of Extreme Winds[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1979, 5 (S1—2): 109—113.
- [3] Ulgen K, Hepbasli A. Determination of Weibull Parameters for Wind Energy Analysis of Izmir, Turkey[J]. International Journal of Energy Research, 2002, 26(6): 495—506.
- [4] Zhou J, Erdem E, Li G, et al. Comprehensive Evaluation of Wind Speed Distribution Models: A Case Study for North Dakota Sites[J]. Energy Conversion & Management, 2010, 51(7): 1 449—1 458.
- [5] Cook N J. Note on Directional and Seasonal Assessment of Extreme Winds for Design[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1983, 12(3): 365—372.
- [6] Ge Y, Xiang H. Statistical Study for Mean Wind Velocity in Shanghai Area[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 2002, 90(12): 1 585—1 599.
- [7] 徐大海. 风向、风速、稳定度类别联合概率分布及混合层深度的诊断估计初探[J]. 环境科学, 1990(1).
- [8] 陈隽, 赵旭东. 总体样本风速风向联合概率分析方法[J]. 防灾减灾工程学报, 2009(1).
- [9] Gu M, Xu Y L, Chen L Z, et al. Fatigue Life Estimation of Steel Girder of Yangpu Cable—Stayed Bridge Due to Buffeting[J]. Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics, 1999, 80(3): 383—400.
- [10] 邓洪洲, 屠海明, 王肇民. 桅杆结构随机风振疲劳研究[J]. 土木工程学报, 2003(4).
- [11] 张春涛, 李正良, 范文亮, 等. 考虑风向风速联合分布的输电塔线体系风振疲劳研究[J]. 工程力学, 2013(3).
- [12] Simiu E, Hendrickson E M, Nolan W A, et al. Multivariate Distributions of Directional Wind Speeds[J]. Journal of Structural Engineering, 1987, 111(4): 939—943.
- [13] 段忠东, 周道成. 极值概率分布参数估计方法的比较研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2004(12).
- [14] 马麟, 刘健新, 刘建楼, 等. 实测风速的广义极值分布和极值分布拟合效果比较研究[C]. 全国结构风工程学术会议论文集, 2009.
- [15] Bbrabson B, Hlister D, Tadcock S. A Review of Methods to Calculate Extreme Wind Speeds[J]. Meteorological Applications, 1999, 6(2): 119—132.
- [16] 王钦华, 顾明. 用于结构风致疲劳分析的风速风向联合分布函数研究[J]. 结构工程师, 2009(6).
- [17] 黄炎, 祝志文, 向泽, 等. 用于大跨度桥梁风致疲劳分析的风速风向联合分布研究[C]. 第三届全国风工程研究生论坛, 2015.
- [18] 杨吉新, 黎建华, 杜蕊蕊, 等. 考虑流固耦合 CFRP 拉索风振响应分析[J]. 中外公路, 2018(5).