

# 基于实测车流的中小跨径桥梁车载动力效应极值研究

邓可<sup>1</sup>, 杨永红<sup>2</sup>, 鲁乃唯<sup>3\*</sup>, 任开亮<sup>4</sup>, 肖新辉<sup>5</sup>

(1.现代投资股份有限公司, 湖南 长沙 410004; 2.华康昇泰环境科技(北京)有限公司;  
3.长沙理工大学 土木工程学院; 4.中交一公局集团有限公司; 5.长沙理工大学 公路工程试验检测中心)

**摘要:**为评估现有车辆荷载作用下中小跨桥梁的安全水平,提出了车辆荷载冲击作用下桥梁效应极值外推方法。基于高速公路车辆动态称重数据,研究了简支T梁桥的车载动力效应极值,校验并评估了现有车辆荷载作用下中小跨桥梁的安全水平。研究表明:基于实测数据的随机车流模型融入了车辆的概率信息,为桥梁车载动力效应极值的概率外推提供了有利条件;欧洲与英国规范的设计车辆荷载效应的重现期远大于美国和中国设计规范;随着桥梁跨度的增加,欧洲与美国荷载模型的重现期随着桥梁跨度的增加而减小,英国荷载模型随桥梁跨度的增加呈先增加后减小的趋势,中国荷载模型的重现期随桥梁跨度增加而增加。

**关键词:**桥梁工程;车辆荷载;极值;外推;随机车流

20世纪90年代初,公路桥梁车辆荷载研究课题组对中国4条国道车辆荷载进行监测与统计分析,制定了设计车辆荷载模型。经过多次修订与完善,形成了现行的公路—I级与公路—II级汽车荷载模型。近年来,中国经济的快速发展激发了交通运输行业的迅速扩张,公路车流量及车辆载重量均有所提升,对既有桥梁的运营安全产生威胁。车辆荷载是中小跨桥梁的关键作用,且车辆荷载的冲击效应显著,因此基于实测交通荷载数据评估既有中小跨桥梁的安全水平具有重要的理论意义。

国内外学者普遍采用实测车流数据与数值模拟方法开展车辆荷载作用下桥梁效应极值研究。杨晓艳等研究了中小跨径桥梁的车辆荷载效应分项系数取值问题;韩万水等对特重车辆荷载工况的研究结果表明,桥梁强度超限率达15%;Obrien等对欧洲多个国家车流数据开展监测研究,发现既有荷载也超出了设计规范要求。为了弥补设计车辆荷载模型在实际工程应用中的不足,国内外学者在车辆荷载模型及荷载效应分析方面做了大量工作。超载车辆使得原本服从正态分布的车辆荷载概率模型演变为多峰分布,在此可采用高斯混合模型拟合考虑超载因素的车重概率模型。阮欣

等基于中国大量车流监测数据,并引入重车的占有率等参数,研究了大跨度斜拉桥的控制性车辆荷载模型。然而,在考虑车辆荷载冲击效应的极值概率研究方法方面的成果较为匮乏。

该文阐述随机车流荷载下桥梁动力响应极值分析理论,提出基于实测车流数据的桥梁极值外推方法。基于某高速公路桥梁车流荷载的长期监测数据,建立车型、车重等关键参数的概率模型。开展简支T梁桥车载动力效应概率分析,由荷载效应极值校验国内外设计车载模型的保证率。

## 1 随机车流下桥梁动力效应极值分析理论

### 1.1 车流—桥梁耦合振动分析理论

对中小跨径桥梁而言,车辆荷载对桥梁产生的冲击效应显著,因此在数值模拟时不可忽略。针对车辆荷载的冲击效应的数值模拟问题,国内外学者普遍采用车—桥耦合振动理论,以车轮与桥梁接触点的变形与反力的协调平衡为条件,建立动力平衡方程。车辆与桥梁的耦合运动方程表示为:

收稿日期:2019-05-14

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973计划)项目(编号:2015CB057705);湖南省自然科学基金资助项目(编号:2018JJ3540)

作者简介:邓可,男,硕士,工程师,E-mail:408807902@qq.com

\*通讯作者:鲁乃唯,男,博士,讲师,E-mail:lunaiweide@163.com

$$M_v \ddot{u}_v + C_v \dot{u}_v + K_v u_v = F_{vg} + F_{vb} \quad (1)$$

$$M_b \ddot{u}_b + C_b \dot{u}_b + K_b u_b = F_{bg} + F_{bv} \quad (2)$$

式中:  $M_v$  和  $M_b$  分别为车辆与桥梁的质量矩阵;  $F_{bv}$  和  $F_{vb}$  为桥梁与车辆之间的相互作用力;  $F_{bg}$  和  $F_{vg}$  分别为桥梁与车辆的自重;  $u_v$  和  $u_b$  分别为车辆与桥梁的位移向量;  $\dot{u}_v$  和  $\dot{u}_b$  分别为车辆与桥梁的运动速度;  $\ddot{u}_v$  与  $\ddot{u}_b$  分别为车辆与桥梁的加速度。

式(1)、(2)所示的运动方程为位移、速度和加速度等参数的变系数微分方程,一般采用逐步积分法求解未知量。首先,计算桥梁的自振频率与振形;其次,假定初始状态,并计算微小时间步长  $\Delta t$  内的车辆与桥梁相互作用力;最后,将初始(或上一步)的车辆与桥梁运动参数作为约束条件进行 Newmark- $\beta$  逐步迭代计算车辆与桥梁的位移、速度和加速度。

上述方法可计算单一车辆荷载下桥梁的动力效应,但无法计算多个车辆荷载下的桥梁动力响应。根据 Zhou 等的研究结果,忽略相随及相近车辆对桥梁动力响应的影响。因此,该文采用 Zhou 等提出的等效动态轴重荷载方法,表达式如下:

$$EDWL_j(t) = \sum_{i=1}^{n_a} (K_{vl}^i Y_{vl}^i + C_{vl}^i \dot{Y}_{vl}^i) \quad (3)$$

$$R_j(t) = EDWL_j(t) / G_j \quad (4)$$

式中:  $K_{vl}^i$  和  $C_{vl}^i$  分别为第  $i$  个车轴的弹性刚度与阻尼;  $Y_{vl}^i$  和  $\dot{Y}_{vl}^i$  分别为车轴的竖向位移与速度;  $n_a$  为第  $j$  辆车的车轴数量;  $G_j$  为第  $j$  辆车的车质量;  $R_j(t)$  为第  $j$  辆车的等效荷载。因此,可得到车桥耦合振动方程:

$$M_b \ddot{u}_b + C_b \dot{u}_b + K_b u_b = F_{bg} + F_{eq}^{wheel} \quad (5)$$

$$\{F(t)\}_{eq}^{wheel} = \sum_{j=1}^{n_v} \left\{ [1 - R_j(t)] G_j \cdot \sum_{k=1}^n \{h_k[x_j(t) + \alpha_k[x_j(t)d_j(t)]]\} \right\} \quad (6)$$

式中:  $x_j$  和  $d_j$  分别为第  $j$  辆车行驶在桥梁时车辆重心对应的纵向与横向坐标;  $h_k$  与  $\alpha_k$  分别为桥梁的第  $k$  阶竖弯与横弯模态数据。

基于该等效动态轴重方法可高效求解随机车流作用下桥梁的动力响应。

在上述运动方程的求解过程中,为了减化计算量采用了结构模态参数,根据桥梁模态的正交性质可知:

$$\{\Phi\}^T [M_b] \{\Phi\} = 1 \quad (7)$$

$$\{\Phi\}^T [K_b] \{\Phi\} = \omega^2 \quad (8)$$

式中:  $\Phi$  为桥梁模态振型向量;  $\omega$  为桥梁的自振角频率。

将式(7)、(8)代入式(1)、(2),简化处理即可将车桥耦合振动微分方程表示为:

$$\begin{bmatrix} I & \\ & M_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_b \\ \ddot{u}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\omega\eta I + \Phi_b^T C_{bv} & \Phi_b^T C_{bv} \\ C_{vb} \Phi_b & C_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}_b \\ \dot{u}_v \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^2 I + \Phi_b^T K_{bb} \Phi_b & \Phi_b^T K_{bv} \\ K_{vb} & K_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_b \\ u_v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi_b^T F_{bv} \\ F_{vr} + F_V^G \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $I$  为单位向量;  $\ddot{\xi}_b$ ,  $\dot{\xi}_b$  与  $\xi_b$  为桥梁的模态正则坐标向量;  $\eta$  为桥梁模态阻尼系数。

上述车桥耦合振动方程可由 Newmark- $\beta$  法求解,从而得桥梁的位移表达式:

$$u_b = \Phi_b \xi_b = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n](\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \quad (10)$$

式中:  $n$  为桥梁模型中的模态阶数;  $\Phi_i$  与  $\xi_i$  分别为  $i$  阶模态振型向量与正则坐标。

## 1.2 极值理论与标准值的关系

公路桥梁车辆荷载在设计规范中被视为平衡二项随机过程,进而采用极值  $I$  型概率分布函数描述车辆荷载效应。据此,可根据二项分布的概率函数将  $T$  时间内车辆荷载效应极值的概率  $F_T(t)$  表示为:

$$F_T(x) = [F(x)]^m \quad (11)$$

式中:  $F(x)$  为某个时间段内车载效应极值的概率分布;  $m$  为桥梁时间周期  $T$  对应于  $F(x)$  时间段的数量。

基于上述极值概率模型可计算出设计基准期内的标准值  $Q_k$ , 该标准值表示了荷载极值对应的概率水平:

$$F_T(Q_k) = P \quad (12)$$

式中:  $P$  为时间  $T$  内荷载效应标准值  $Q_k$  的概率保证率,即在该时间段时车辆荷载效应超越该标准值的概率为  $1-P$ 。根据中国桥梁设计规范的要求,设计车辆荷载的概率保证率为 95%, 即对应的重现期约为 1 950 年。

## 1.3 车载下桥梁动力效应极值外推方法

将上述车流—桥梁耦合振动理论与荷载效应极值理论结合,即可开展车流作用下桥梁动力效应极值概率研究。由于车桥耦合振动计算较为耗时,加之极值概率分析需要大量的模拟数据,导致极值外推分析十分困难。为了高效开展车载下桥梁动力效应极值外推分析,该文提出如图 1 所示的分析框架。

图 1 关键内容如下:首先,基于车流监测数据开展车型、车重等参数的概率建模分析,采用 Monte Carlo 方法生成日随机车流样本;其次,采用桥梁静力影响线筛选日随机车流样本中的控制性荷载工况;再次,开展

车流—桥梁耦合振动分析,求解关键荷载工况下的桥梁动力效应极值样本值;最后,采用广义极值(GEV)分布函数拟合高尾极值样本,外推设计标准期内的标准值,也可校验设计车载模型的概率保证水平。值得说明的是,该方法的分析精度取决于模拟样本的数量,即由多少日随机车流样本来拟合 GEV 函数的概率分布。

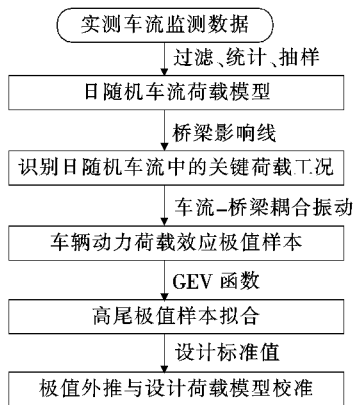


图 1 车流冲击作用下桥梁效应极值外推分析框架

2 某高速公路桥梁随机车流荷载模型

为了建立随机车流荷载模型,以四川省内某高速公路桥梁的车辆动态称重数据为基础,对车型、车重、轴重、行车道等参数进行了筛选与统计分析。自 2012 年开始已监测超过 6 年的车流数据。2017 年的日通行车流量约为 1 万辆,其中,货车的比例约为 12%,其超载率达到 21%。

针对车流监测的大数据,首先根据车辆的轮轴特征将所有车辆划分为 6 种车型,并分析各车型在不同车道的占有率,相关参数如表 1 所示。图 2 为不同车型占有率。

由图 2 可知:在所有监测的车流数据中,轿车(V1)车型的占有率最高,达到 35.64%;其次为 2 轴货车(V2)与 6 轴货车(V6)。在行车道方面,V1 车型多行驶于超车道,而货车在行车道的占有高达 80% 以上。

为研究每种车型的轴重与总重概率分布,以每个车轴轴重的比例分配为参数,拟合该参数的概率分布模型。图 3(a)为 V6 车型的车辆总重的监测数据与概率拟合函数,图 3(b)为该车型的第 4 个轴轴重监测数据及概率分布拟合函数,图 3(c)为 V6 车型的 3 个典型轴重比例参数的线性回归函数。

表 1 车型分类及其占有率

车型	示意图/m	描述	占有率/%	
			行车道	超车道
V <sub>1</sub>		轿车	36.6	63.4
V <sub>2</sub>		2 轴车	84.5	15.5
V <sub>3</sub>		3 轴车	91.1	8.9
V <sub>4</sub>		4 轴车	96.5	3.5
V <sub>5</sub>		5 轴车	92.6	7.4
V <sub>6</sub>		6 轴车	98.1	1.9

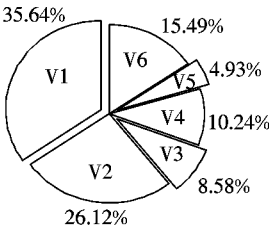


图 2 车辆总占有率

基于该桥梁的车流监测数据,采用 Monte Carlo 抽样方法生成了随机车流荷载模型,如图 4 所示。由图 4 可以看出:该随机车流荷载模型包含了车型、车重、车距等参数。

3 算例分析

为了研究考虑随机车流冲击的简支梁桥动力效应极值,以跨径  $L=40\text{ m}$  的简支 T 梁桥为例,加载上述随机车流荷载模型,校验国内外设计车辆荷载模型的安全保证率。

3.1 车—桥耦合振动分析

选取交通运输部公路桥梁通用图的装配式预应力混凝土简支 T 梁桥( $L=40\text{ m}$ ),结构尺寸图如图 5 所示。横向由 5 片高度  $H_b=2.5\text{ m}$  的 T 形主梁组成,分幅式单向双车道,公路—Ⅰ级汽车荷载。该文选取 1# 边梁为研究对象,路面平整度等级考虑“好”与“差”两种情况。首先,分析了 6 轴挂车(V6)作用,加载 6 轴

标准货车(总重 55 t)以匀速  $v=20$  m/s 通过桥梁的静力与动力弯矩时程曲线,如图 6 所示。

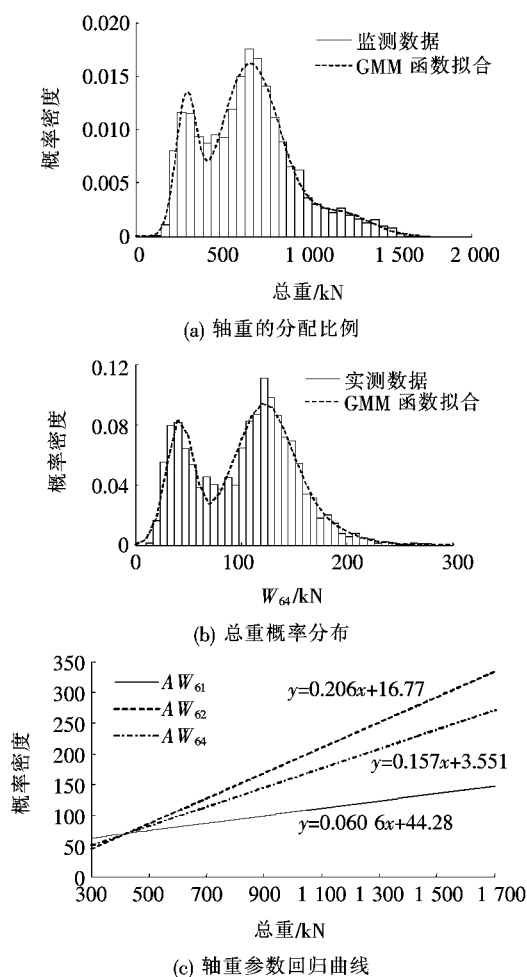


图 3 V6 车型的车重概率分布

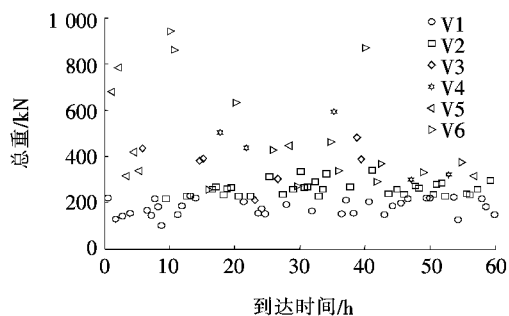


图 4 随机车流荷载模型

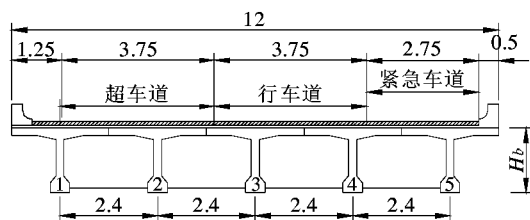


图 5 简支梁的结构尺寸图(单位:m)

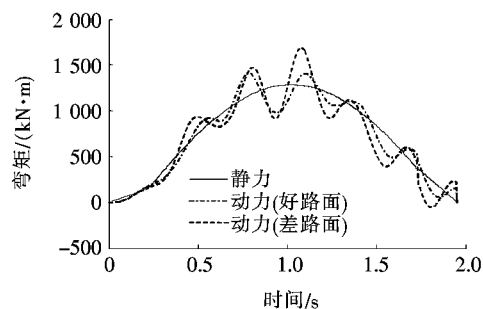


图 6 6 轴标准货车作用下 T 梁桥的跨中弯矩时程曲线

由图 6 可知:静力作用下桥梁跨中弯矩值为  $1\,270$   $\text{kN}\cdot\text{m}$ ,而动力荷载作用下“好”与“差”路面的桥梁跨中弯矩值分别为  $1\,422$   $\text{kN}\cdot\text{m}$  和  $1\,727$   $\text{kN}\cdot\text{m}$ 。由此可知:车辆荷载的冲击系数受路面平整度影响较大,“差”路面下的车辆荷载冲击系数为  $0.36$ ,高于中国设计规范的  $0.20$ ,以及美国规范的系数  $0.30$ 。

### 3.2 车辆荷载效应值概率分析

为了开展随机车流冲击作用下桥梁效应极值的概率分析,采用如图 1 所示的分析流程,分析了 12 h 随机车流作用下 1<sup>#</sup> 主梁的动弯矩时程曲线(图 7)。

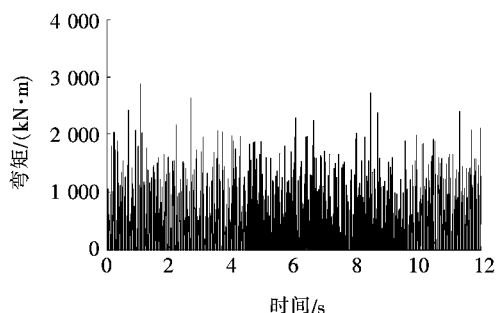


图 7 12 h 车流作用下的 1<sup>#</sup> 主梁跨中弯矩时程曲线

图 7 中的荷载效应极值为  $2\,884$   $\text{kN}\cdot\text{m}$ ,即视为 1 d 的车辆荷载效应极大值。基于 100 d 日随机车流作用下的桥梁跨中弯矩极值大数据,拟合了 GEV 分布函数,如图 8 所示。

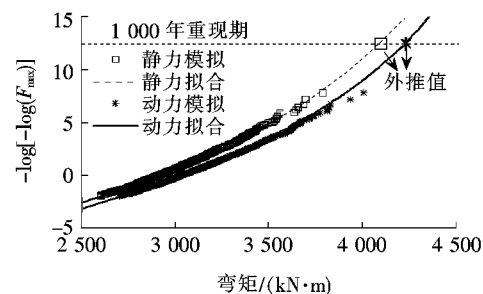


图 8 极值分布与外推

图 8 中,考虑车辆荷载效应的 1 000 年重现期,对应的 Gumbel 累积分布函数值为  $12.43$ 。车辆荷载效

应的静力与动力外推极值分别为 4 087 kN·m 和 4 260 kN·m。根据该文分析即可明确,该桥梁在设计基准期 100 年内,车辆荷载效应概率累积分布值为 90%所对应的车辆荷载效应最大值为 4 260 kN·m。

3.3 设计规范的车辆荷载效应值

基于上述极值概率分析结果,考虑国内外桥梁设计车辆荷载作用下的弯矩标准值,即可验算相应的概率保证水平。在此,考虑 T 梁的跨度分别为 20、30 和 40 m,将国内外桥梁设计车辆荷载模型加载至 1# 梁的影响线,即得到弯矩效应标准值( $Q_k$ )如表 2 所示。

表 2 设计车辆荷载下简支 T 梁桥的弯矩标准值

跨径 L/ m	不同规范弯矩值/(kN·m)			
	AASHTO (美国)	Eurocode (欧洲)	BS 5400 (英国)	JTG D60— 2015(中国)
20	934	1 781	1 284	966
30	2 346	4 290	4 028	2 596
40	3 454	6 500	5 806	4 214

由表 2 可知:欧洲规范数值远大于其他国家,其次是英国规范,中国与美国规范的数值最小。为了校验中国实测车辆荷载数据条件下上述各国设计规范的概率安全水平,基于如图 8 所示的 GEV 拟合函数,分析上述标准值对应的概率分布值,并折算为重现期,如表 3 所示。

表 3 实测车流数据下设计荷载的重现期

L/m	重现期/年			
	AASHTO	Eurocode	BS 5400	JTG D60—2015
20	909	$3.22 \times 10^{13}$	$5.45 \times 10^5$	1 345
30	748	$2.91 \times 10^{11}$	$4.92 \times 10^9$	2 553
40	445	$3.66 \times 10^{10}$	$6.86 \times 10^7$	4 647

由表 3 可知:欧洲与英国规范的设计车辆荷载效应的重现期远大于 1 万年,美国设计车辆荷载效应的重现期小于 1 000 年,中国设计车辆荷载效应的重现期为 1 000~5 000 年。此外,随着桥梁跨度的增加,各国设计荷载模型的重现期变化规律表现不同,欧洲与美国模型的重现期随着桥梁跨度的增加而减小,英国模型随桥梁跨度增加呈先增大后减小趋势,中国模型的重现期随桥梁跨度增加而增加。

4 结论

提出了车辆荷载冲击作用下桥梁效应极值外推方

法,基于高速公路车辆动态称重数据研究了简支 T 梁桥的车载动力效应极值,校验并评估了现有车辆荷载作用下中小跨桥梁的安全水平。可得如下结论:

(1) 基于实测数据的随机车流模型融入了车辆的概率信息,为桥梁车载动力效应极值的概率外推提供了有利条件。

(2) 车辆荷载的冲击系数受路面平整度的影响较大,路面等级较差得到的荷载效应极值大于中国设计规范的标准值。

(3) 欧洲与英国规范的设计车辆荷载效应的重现期远大于 10 000 年,美国设计车辆荷载效应的重现期小于 1 000 年,中国设计车辆荷载效应的重现期为 1 000~5 000 年。

(4) 随着桥梁跨度的增加,各国设计荷载模型的重现期变化规律表现不同,欧洲与美国模型的重现期随着桥梁跨度的增加而减小,英国模型随桥梁跨度增加呈先增大后减小趋势,中国模型的重现期随桥梁跨度增加而增加。

参考文献:

[1] 李松辉,徐忠燕,蒋含莞.超重车辆对公路桥梁安全性的影响[J].公路交通科技,2015(9).

[2] 罗媛,颜东煌,袁明,等.随机重载车辆作用下简支梁桥疲劳可靠度评估[J].中外公路,2017(3).

[3] Zhou L, Liu H. Response of Cracked Simply Supported Concrete Beam with Moving Vehicle Load[J].Structural Concrete, 2016, 17(5):875—882.

[4] 杨晓艳,贡金鑫,冯云芬.不同跨径桥梁车辆荷载分项系数及可靠度[J].中国公路学报,2015(6).

[5] 韩万水,武隽,马麟,等.基于微观交通流模型的风—车—桥系统高真实度模拟[J].中国公路学报,2015(11).

[6] 韩万水,刘焕举,包大海,等.大跨钢桁梁悬索桥风—车—桥分析系统建立与可视化实现[J].土木工程学报,2018(3).

[7] OBrien E J, Enright B. Modeling Same—Direction Two—Lane Traffic for Bridge Loading[J].Structural Safety, 2011(4).

[8] 李植淮,李春前,孙健康,等.基于 GPD 模型的车辆荷载效应极值估计[J].工程力学,2012(1).

[9] 张征文,杨飞,赵建峰,袁阳光.基于 WIM 数据的简支梁桥车辆荷载效应分析[J].公路交通科技,2014(5).

[10] Lu Naiwei, Noori Mohammad, Liu Yang. Fatigue Reliability Assessment of Welded Steel Bridge Decks under Stochastic Truck Loads via Machine Learning[J].Journal of Bridge Engineering, 2017,22(1).

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2019.05.016

# 矮寨大桥风速风向联合分布研究

郑刚<sup>1</sup>, 韩艳<sup>1</sup>, 蔡春声<sup>1,2</sup>

(1.长沙理工大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410114; 2.美国路易斯安那州立大学)

**摘要:** 为了分析矮寨大桥的风致疲劳寿命,研究风速风向在大桥桥址处的联合分布规律。基于吉首气象站的气象资料,对数据样本进行抽样、处理,从而得到风速风向在气象站处的联合分布。假设气象站处梯度风速、风向与桥址处相同,根据矮寨大桥监测的长期风场数据得到桥址处的风剖面指数,最后换算得到矮寨大桥桥址处风速风向的联合分布函数。

**关键词:** 矮寨大桥; 风速风向联合分布; 现场监测; 统计分析; 参数估计

随着大跨度桥梁规模的不断增加,抖振响应愈演愈烈,由其引起的长期交变应力会对桥梁局部构件产生疲劳损伤,严重者甚至会影响桥梁整体安全。因此大跨度桥梁风致抖振引起的疲劳损伤是一个值得关注的问题。由于风荷载作用下的桥梁结构疲劳分析不应按最不利风荷载考虑,而应考虑全风向下的各风荷载发生概率,由此推算不同重现期下各风速在各风向上的持续时间,从而准确预测大桥的风致疲劳损伤情况。因此对于大跨桥梁有必要研究桥址处的风速风向联合分布情况,为大桥的风振疲劳损伤分析提供的参考。

由于获得桥址处多年连续的风速风向数据成本较

高且很难得到较长时间的完整数据观测资料,往往利用附近气象台的气象资料来估计风速风向联合分布情况,目前主要采用极值型以及对数正态分布概率模型来近似得到风速分布。Cook 等利用极值风速风向数据,建立了不同风向的条件密度函数;Ge&Xiang 认为不同风向下风速分布类型相同且参数是相互独立的,由独立参数得到了联合分布;徐大海用不同风向频率与对应风向下的风速条件分布函数得到风速风向的联合分布;陈和赵用谐波函数对风向频度函数及分布模型中各参数进行拟合;Gu 等通过气象站的气象资料分析得到了风速风向的联合分布函数;邓洪洲等利用气

- \*\*\*\*\*
- [11] Leahy C, Obrien E, O'Connor A. The Effect of Traffic Growth on Characteristic Bridge Load Effects[J]. Transportation Research Procedia, 2016, 14: 3 990—3 999.
- [12] 夏樟华,陈俊民,宗周红,等.并道运行状态下高速公路桥梁车辆荷载效应[J].长安大学学报(自然科学版), 2017(1).
- [13] 刘扬,张海萍,邓扬,等.公路桥梁车辆荷载建模方法及疲劳寿命评估[J].应用力学学报, 2016(4).
- [14] 阮欣,周军勇,石雪飞.桥梁汽车荷载响应的极值外推方法综述[J].同济大学学报(自然科学版), 2015(9).
- [15] 刘浪,尤吉.公路桥梁车辆荷载效应的外推计算[J].土木工程学报, 2015(4).
- [16] 李慧乐,夏禾,张楠,等.基于车桥耦合动力分析的钢桥疲劳损伤与剩余寿命评估[J].铁道学报, 2017(1).
- [17] Zhou Y, Chen S. Numerical Investigation of Cable Breakage Events on Long-Span Cable-Stayed Bridges under Stochastic Traffic and Wind [J]. Engineering Structures, 2015, 105: 299—315.
- [18] Enright B, OBrien EJ. Monte Carlo Simulation of Extreme Traffic Loading on Short and Medium Span Bridges[J]. Structure & Infrastructure Engineering, 2012, 9 (12): 1—16.
- [19] 刘扬,鲁乃唯,邓扬.基于实测车流的钢桥面板疲劳可靠度评估[J].中国公路学报, 2016(5).
- [20] 鲁乃唯,刘扬,邓扬.随机车流作用下悬索桥钢桥面板疲劳损伤与寿命评估[J].中南大学学报(自然科学版), 2015(11).

收稿日期: 2018-11-09

基金项目: 国家重点基础研究计划(973 计划)项目(编号: 2015CB057706, 2015CB057701); 国家自然科学基金资助项目(编号: 51678079, 51408061)

作者简介: 郑刚,男,硕士研究生, E-mail: zheng14097@163.com

\* 通信作者: 韩艳,女,博士,教授, E-mail: ce\_hanyan@163.com