DOI:10.14048/j.issn.1671－2579.2019.03.016

腐蚀预应力混凝土桥梁抗力退化预测方法

邹向农[1]，龙俊贤[1]，陈宇翔[2]，马亚飞[2]，王磊[2]
（1.中铁大桥勘测设计院集团有限公司，湖北 武汉 430050；2.长沙理工大学）

摘要：针对氯盐环境下预应力混凝土桥梁中钢绞线锈蚀引起的抗力退化问题，以一座服役预应力混凝土桥梁为例，考虑钢绞线锈蚀初始和发展过程、锈蚀导致的钢绞线截面积减小、钢绞线强度降低以及钢绞线与混凝土间的黏结性退化，采用Monte Carlo数值模拟方法，建立了锈蚀预应力混凝土桥梁构件抗力退化预测概率模型，分析了锈蚀对预应力混凝土桥梁构件抗力水平的影响。研究结果表明：钢绞线锈蚀开始阶段，坑深增长较快，且各个蚀坑的差值较小；随锈蚀的发展，坑深增长逐渐变缓。锈蚀初始时间服从对数正态分布，不同时刻抗力可用正态分布来表征。

关键词：桥梁工程；预应力混凝土；锈蚀；抗力退化；概率方法

预应力混凝土（PC）桥梁跨越能力强、经济性好，在中国桥梁中占有很大的比重。预应力筋在应力和环境共同作用下易发生锈蚀。锈蚀会导致力筋截面积减小、强度降低、界面间黏结性能退化，从而降低结构抗力。近年来，钢绞线锈蚀导致的桥梁结构安全问题时有发生，因此，为了确保桥梁安全运营，合理地预测既有PC桥梁的抗力水平变得尤为重要。

既有PC桥梁抗力受很多不确定性因素（如材料性能、截面几何尺寸参数及计算模式不定性）的影响，其分析过程较为复杂。再者，材料性能退化具有时变性，增大了抗力退化的分析难度。已有对锈蚀影响的研究多针对钢筋混凝土构件。刘杰等基于Monte Carlo数值模拟方法并考虑混凝土、箍筋、斜筋和主筋对结构抗力的影响，建立了锈蚀钢筋混凝土梁的抗力退化概率模型；彭建新等定量考虑锈蚀对钢筋力学行为、倒塌机理和黏结性能的影响，发展了钢筋混凝土桥梁抗力退化预测分析方法；张俊芝等利用Bayes方法，提出了在役钢筋混凝土结构抗力的多因子随机时变模型；王磊等分析了钢筋锈蚀的概率分布特征，通过融入钢筋与混凝土间的黏结性能退化的影响，建立了既有RC桥梁构件的模糊随机时变抗力模型。然而，对于服役PC桥梁，由于钢绞线高应力状态及其特殊截面形式等因素的影响，钢绞线锈蚀规律与普通钢筋明显不同，这必然导致PC桥梁抗力退化模型与钢筋混凝土桥梁存在差异。预应力钢绞线锈蚀导致的黏结性退化削弱了力筋和混凝土间共同工作的能力，影响界面间的预应力传递，易造成力筋锚固失效。一些学者进行了氯离子环境下PC构件的时变可靠性研究。Pillai等考虑加载条件以及腐蚀导致的钢绞线力学性能退化、预应力损失等不确定性的影响，提出了后张预应力混凝土梁桥时变可靠指标的预测方法；杜斌等基于预应力混凝土桥梁抗力和荷载时变特性，建立了抗弯承载力时变可靠度计算模型。如何合理建立服役PC桥梁抗力预测模型仍是值得深入研究的课题。

为此，该文考虑钢绞线锈蚀的时变效应，以一座既有PC桥梁为研究对象，基于Monte Carlo数值模拟方法，建立钢绞线锈蚀发展模型；研究锈蚀钢绞线强度、混凝土强度的变化，通过引入协同工作系数来考虑钢绞线与混凝土间的变形不协调，进而建立锈蚀PC桥梁构件抗力的退化预测模型。

1 钢绞线锈蚀模型

1.1 锈蚀初始时间

自然暴露环境下的PC桥梁会遭受氯离子的侵蚀，当钢绞线表面氯离子浓度达到临界值时，钢绞线开始锈蚀。钢绞线的锈蚀初始时间可通过Fick第二定律计算。基于Fick第二定律的混凝土中氯离子扩散

收稿日期：2019－01－29（修改稿）
基金项目：国家自然科学基金资助项目（编号：51678069）
作者简介：邹向农，男，高级工程师，E－mail：554536814@qq.com

规律可表示为：

$$\frac{\partial C_c}{\partial t}=D\frac{\partial^2 C_c}{\partial x^2} \tag{1}$$

式中：t 为桥梁服役时间；C_c 为氯离子浓度；D 为氯离子扩散系数；x 为扩散深度。

经过 t 年后，混凝土深度 x 位置的氯离子浓度为：

$$C(x,t)=C_0\left[1-\mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right)\right] \tag{2}$$

$$\mathrm{erf}(x)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x \exp(-u^2)\,\mathrm{d}u \tag{3}$$

式中：C_0 为混凝土表面氯离子浓度；$\mathrm{erf}(x)$ 为误差函数。

因此，锈蚀初始时间 T_i 可表示为：

$$T_i=\frac{C^2}{4D\left[\mathrm{erf}^{-1}\left(\frac{C_0-C_{cr}}{C_0}\right)\right]^2} \tag{4}$$

式中：C 为混凝土保护层厚度；C_{cr} 为临界氯离子浓度。

1.2　锈蚀钢绞线截面积

预应力钢绞线处于高应力状态，在氯盐侵蚀作用下钢绞线表面以坑蚀形态为主。由电化学锈蚀原理，锈蚀电流密度 $i_{corr}(t)$ 为：

$$i_{corr}(t)=\frac{32.13\,(1-w/c)^{-1.64}}{C}(t-T_i)^{-0.29} \tag{5}$$

$$w/c=27/(f_c+13.5) \tag{6}$$

式中：w/c 为水灰比；f_c 为混凝土强度。

随锈蚀时间的增长，锈坑不断发展。钢绞线表面坑蚀深度可表示为：

$$p(t)=0.011\,6(t-T_i)i_{corr}(t)R \tag{7}$$

式中：R 为锈蚀不均匀系数，取值范围为 4～8。

由此，经时间 t 后，钢绞线坑蚀深度为：

$$p(t)=0.372\,7R\left(\frac{f_c+13.5}{f_c-13.5}\right)^{1.64}\frac{(t-T_i)^{0.71}}{C} \tag{8}$$

钢绞线锈蚀截面如图 1 所示。钢绞线锈蚀率 η 为：

$$\eta=1-\frac{6A_w+A_z}{7A_0} \tag{9}$$

式中：A_0 为未锈蚀钢绞线截面积；A_w 为外层钢丝锈蚀后的剩余截面积；A_z 为中丝锈蚀后的剩余截面积。

由图 1 可知：外围钢丝剩余截面积为：

$$A_w=\begin{cases}\dfrac{\pi}{8}d_0^2+\dfrac{\pi}{4}d_0\left[\dfrac{d_0}{2}-p(t)\right], & p(t)\leqslant\dfrac{d_0}{2}\\[2ex] \dfrac{\pi}{2}[d_0-p(t)]\sqrt{d_0p(t)-p^2(t)/4}, & p(t)>\dfrac{d_0}{2}\end{cases} \tag{10}$$

式中：d_0 为钢丝直径。

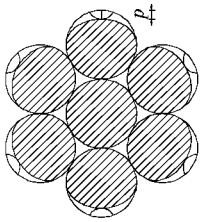


图 1　钢绞线截面锈蚀示意图

2　锈蚀钢绞线强度

文献[15]通过人工气候环境箱中喷洒盐雾来模拟实际锈蚀环境，对预加应力作用下钢绞线进行快速锈蚀，获得了 24 根不同锈蚀程度的预应力钢绞线样本。采用轴向拉伸试验和电镜扫描试验对其力学性能和微观锈蚀形态进行了研究，明确了锈蚀对钢绞线强度以及弹性模量等参数的影响，分析了相应的断裂机理，建立了锈蚀钢绞线简化本构关系模型，如图 2 所示。

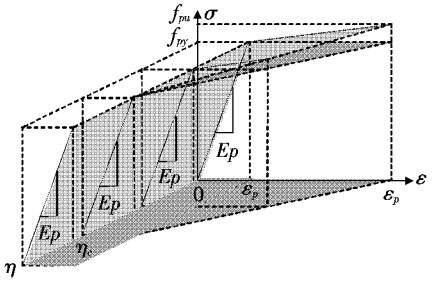


图 2　钢绞线应力－应变关系

锈蚀钢绞线的应力－应变关系可以表示为：

$$\sigma=\begin{cases}192\,500\varepsilon & \varepsilon\leqslant 0.009\,3,\eta\leqslant 11\%\\ 1\,720+7\,758\varepsilon & 0.009\,3<\varepsilon\leqslant 0.029-0.18\eta,\eta\leqslant 11\%\\ 192\,500\varepsilon & \varepsilon\leqslant 0.009\,3,\eta>11\%\end{cases} \tag{11}$$

式中：σ 为钢绞线应力；ε 为钢绞应变。

3　混凝土强度

随服役时间的推移，混凝土在不利环境等因素作用下，其强度会逐渐衰减。张俊芝研究指出劣化后的混凝土强度可采用正态分布来表征，考虑时变效应的大气环境中混凝土强度平均值和标准差可表示为：

$$\mu_{f_C}(t)=\varphi(t)\times\mu_{f_{C_0}} \tag{12}$$

$$\varphi(t)=1.452\,9\exp[-0.024\,6\,(\ln t-1.715\,4)^2] \tag{13}$$

$$\sigma_{f_C}(t)=\theta(t)\times\sigma_{f_{C_0}} \tag{14}$$

$$\theta(t)=0.030\ 5t+1.236\ 8 \tag{15}$$

式中：μ_{fc}和σ_{fc}分别为混凝土实测 28 d 强度的平均值和标准差。

4 钢绞线与混凝土间协同工作系数

钢绞线锈蚀产物膨胀会导致混凝土保护层开裂，降低钢绞线与混凝土间的黏结性。GB 50010－2010《混凝土结构设计规范》中建议将无黏结预应力筋替换为有黏结预应力筋，并建议后张压浆预应力筋不发生黏结滑移，等效应力系数分别为 0.3 和 1.0。对于腐蚀钢绞线，等效折减系数为 0.3～1.0。通过考虑不同锈蚀水平下的等效折减系数，预应力筋与混凝土的协同工作系数 α 为：

$$\alpha=1-0.7\eta \tag{16}$$

5 抗力预测模型

外荷载作用下，锈蚀预应力钢绞线拉力、普通钢筋拉力、架立钢筋压力、混凝土合压力以及截面所受弯矩满足受力平衡条件，锈蚀 PC 梁受力如图 3 所示，其抗弯承载力计算公式可表示为：

$$M=f_sA_s(h-a_s-a'_s)+\alpha f_{py}A_p(h-a_{sp}-\frac{x}{2})$$

$$-f_cbx(\frac{x}{2}-a'_s) \tag{17}$$

$$f_sA_s+f_{py}A_p=f'_sA_s'+f_cbx \tag{18}$$

式中：f_s和A_s分别为受拉区普通钢筋抗拉强度和面积；f_s'和A_s'分别为受压区普通钢筋抗压强度和面积；f_{py}和A_p分别为钢绞线抗拉强度和面积；a_s、a_s'和a_{sp}分别为受拉区普通钢筋、受压区普通钢筋和钢绞线的保护层厚度；b 和 h 为截面宽度和高度；x 为混凝土受压区高度。

综合考虑影响抗力的不确定性（材料性能、截面几何尺寸及计算模式）及前述各参数的影响，既有 PC 构件的抗力值可表示为：

$$R(t)=K_pR_p[K_{fi}f_i(t),K_{ai}a_i(t),\alpha(t)] \tag{19}$$

式中：$R(t)$为构件的时变抗力；K_p为不确定性系数；R_p为结构抗力函数；K_{ai}为构件几何参数的不确定性；$a_i(t)$为第 i 种材料 t 时刻的几何参数；K_{fi}为材料性能的不确定性；$f_i(t)$为 t 时刻第 i 种材料的性能；$\alpha(t)$为混凝土和钢绞线之间的协同工作系数。

假定各影响因素间相互独立，通过偏导计算得到某时刻的抗力统计参数为：

$$\mu_{R(ti)}=\mu_{K_p}M(\mu_{f_{py}},\mu_{f_c},\mu_{A_i},\mu_a) \tag{20}$$

$$\sigma_{R(ti)}{}^2=\sigma_{R_P}^2+\sum\left(\frac{\partial R_P}{\partial f_i}\right)^2\sigma_{fi}^2 \tag{21}$$

运用 Monte Carlo 法进行抽样模拟，可获得预应力混凝土桥梁构件抗力在不同服役时间的均值和标准差。再利用回归拟合分析以及随机过程的平稳化处理，即可获得表征结构抗力的函数表达式：

$$\mu_{R(t)}=\lambda(t)\mu_{R(0)} \tag{22}$$

$$\sigma_{R(t)}=\eta(t)\sigma_{R(0)} \tag{23}$$

式中：$\lambda(t)$为结构抗力均值；$\eta(t)$为结构抗力标准差；$R(0)$为构件初始抗力。

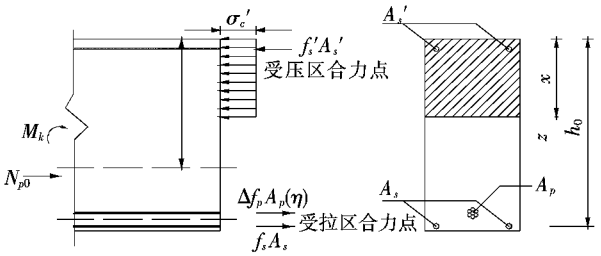
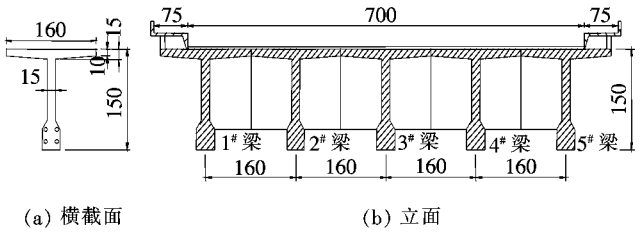


图 3 矩形构件正截面受弯示意图

6 实例分析

6.1 工程背景

中国 20 世纪建造的桥梁中，简支梁桥占很大比重。该文以某省道中一座预应力混凝土简支 T 梁桥为例，其服役时间超过 30 年。该桥采用标准跨径为 25 m 的 T 形截面梁，如图 4 所示。主梁混凝土强度等级为 C40，预应力筋采用 24 束公称直径为 15.2 mm 的 1 860级钢绞线，保护层厚度为 30 mm，普通钢筋总面积为 44.3 cm^2。



(a) 横截面 (b) 立面

图 4 桥梁截面示意图（单位：cm）

6.2 抗力预测模型

为研究钢绞线锈蚀对目标可靠度的影响，研究仅考虑锈蚀钢绞线的力学性能退化和截面积减小。结合前文所述方法，将影响桥梁构件的各随机变量抽样

500 000次，各参数的取值见表 1。图 5 为锈蚀初始时间的概率密度函数。

表 1　参数统计值

参数	分布类型	均值 μ	变异系数 δ	文献
C	正态	1.017 8	0.049 6	[3]
C_0	对数正态	0.001	0.05	[7]
D	对数正态	0.320	0.05	[8]
C_{cr}	对数正态	0.045	0.05	[8]

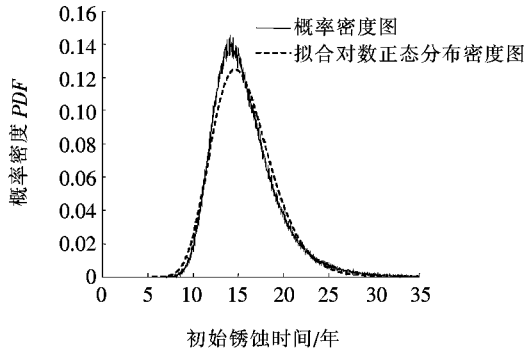


图 5　锈蚀初始时间概率密度函数

由图 5 可知：钢绞线锈蚀初始时间的均值为 15.76 年，变异系数为 0.224，锈蚀初始时间不拒绝对数正态分布。

图 6 为钢绞线在整个服役期内坑蚀深度随时间的变化情况。

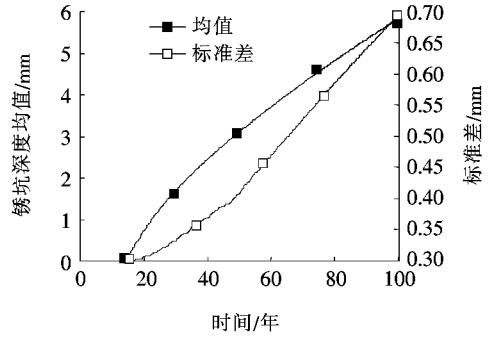


图 6　外丝锈坑深度

由图 6 可知：锈蚀开始阶段，坑深增长较快，且各蚀坑的差值较小。随锈蚀的发展，锈蚀面逐渐增大，锈坑宽度增加，坑深的增长速度逐渐变缓。采用最小二乘法进行多项式拟合，得到了钢绞线锈坑深度均值 $\mu_p(t)$ 和标准差 $\sigma_p(t)$ 的时变函数：

$$\mu_p(t)=\varphi(t)\mu_{p0} \tag{24}$$

$$\varphi(t)=p_1t^5+p_2t^4+p_3t^3+p_4t^2+p_5t+p_6 \tag{25}$$

$$\sigma_p(t)=\theta(t)\sigma_{p0} \tag{26}$$

$$\theta(t)=q_1t^5+q_2t^4+q_3t^3+q_4t^2+q_5t+q_6 \tag{27}$$

式中：μ_{p0} 为锈坑深度均值；σ_{p0} 为锈坑深度标准差；$p_1=-3.695\times10^{-9}$；$p_2=1.027\times10^{-6}$；$p_3=-0.000\ 103\ 6$；$p_4=0.004\ 375$；$p_5=-0.013\ 16$；$p_6=-0.056\ 65$；$q_1=1.478\times10^{-9}$；$q_2=-4.416\times10^{-7}$；$q_3=4.368\times10^{-5}$；$q_4=-0.001\ 268$；$q_5=-0.036\ 19$；$q_6=-0.294\ 6$。

图 7 为钢绞线锈蚀率的均值 $\mu_q(t)$ 和标准差 $\sigma_q(t)$ 随时间的关系。在锈蚀初始阶段，钢绞线锈蚀率的均值和标准差无明显变化。当锈蚀程度超过某一临界值时，钢绞线锈蚀率的均值和标准差随锈蚀时间的增加而增大，且斜率逐渐增大。对钢绞线锈蚀率的均值 $\mu_q(t)$ 和标准差 $\sigma_q(t)$ 进行曲线拟合，得到如下函数：

$$\mu_q(t)=-0.000\ 049\ 3+0.095\ 47t^{0.5}-0.082\ 63t+0.024\ 27t^{1.5}-0.002\ 503t^2+0.000\ 851\ 7t^{2.5} \tag{28}$$

$$\sigma_q(t)=-0.000\ 035\ 3+0.016\ 5t^{0.5}-0.027\ 5t+0.014\ 3t^{1.5}-0.001\ 35t^2+0.000\ 061t^{2.5} \tag{29}$$

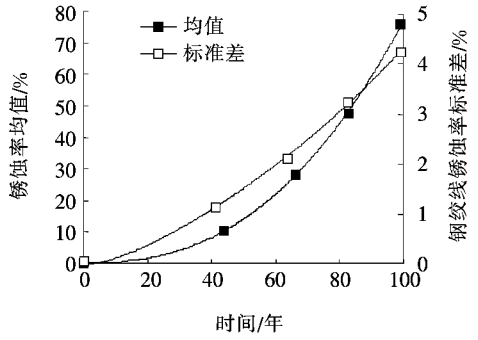


图 7　钢绞线锈蚀率

钢绞线强度、钢绞线与混凝土间协同工作系数的均值与标准差如图 8、9 所示。考虑上述因素，进而得到抗力衰减的时变规律，将不同时刻抗力表示为其与初始抗力的比值，如图 10 所示。与锈蚀率的变化规律较为接近，在锈蚀初期，抗力均值和标准差随锈蚀时间的增长变化不大；当锈蚀程度超过某一临界值时，抗力均值随时间的增加逐渐下降，抗力标准差随时间增加而增大。抗力可采用正态分布来表征。由计算结果可得，抗力退化随时间变化的函数可表示为：

$$\mu_R(t)=\varphi_R(t)\mu_{R0} \tag{30}$$

$$\varphi_R(t)=M_1t^4+M_2t^3+M_3t^2+M_4t+M_5 \tag{31}$$

式中：μ_{R0} 为抗力均值；$M_1=1.774\times10^{-8}$；$M_2=-2.029\times10^{-6}$；$M_3=-6.892\times10^{-5}$；$M_4=0.000\ 535$；$M_5=1$。

$$\sigma_R(t)=\theta_R(t)\sigma_{R0} \quad (32)$$

$$\theta_R(t)=N_1t^4+N_2t^3+N_3t^2+N_4t^1+N_5t \quad (33)$$

式中：σ_{R0} 为抗力标准差；$N_1=-4.627\times10^{-9}$；$N_2=3.496\times10^{-7}$；$N_3=5.989\times10^{-5}$；$N_4=-0.000\ 671\ 7$；$N_5=0.002\ 946$。

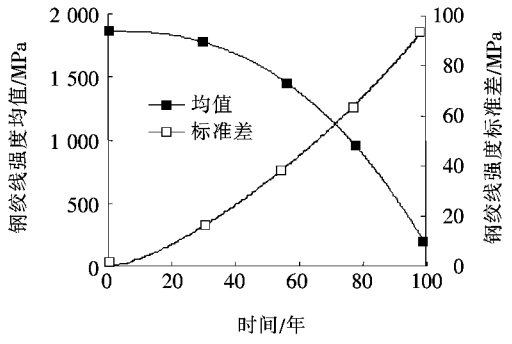


图 8 钢绞线强度

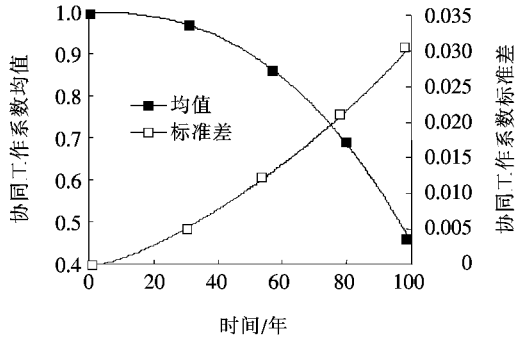


图 9 钢绞线与混凝土协同工作系数

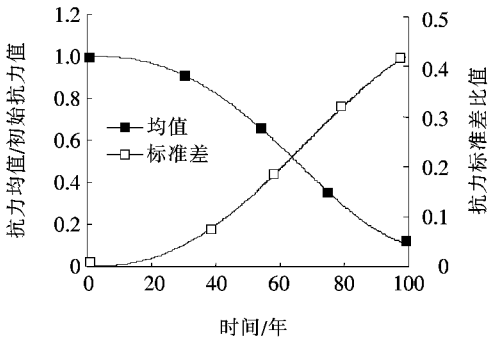


图 10 抗力统计参数随时间变化

综上所述，该方法考虑钢绞线锈蚀的影响，提出的预测模型可模拟既有 PC 桥梁构件在服役期内的抗力退化过程，能定量对服役 PC 桥梁进行承载能力评定，可为桥梁管理部门提供一定参考。

7 结语

考虑钢绞线锈蚀的过程，以一座既有 PC 桥梁为例，建立了老化 PC 桥梁构件的抗力退化模型，基于 Monte Carlo 数值模拟方法，分析了锈蚀对 PC 构件抗力的影响。该文提出的抗力预测模型可模拟桥梁关键构件在服役期内抗力退化的全过程。研究结果表明：钢绞线锈蚀开始阶段，坑深增长较快，且各个蚀坑的差值较小。随锈蚀的发展，坑深增长逐渐变缓。锈蚀初始时间服从对数正态分布，不同时刻抗力可用正态分布来表征。研究可定量评估服役 PC 桥梁的承载能力水平，为日后结构的概率建模以及桥梁管理部门对既有桥梁安全评定提供了参考。文中钢绞线的本构关系是基于模拟人工气候环境下的锈蚀过程来实现的，与实际环境可能存在差异。另外，钢绞线长期处于高应力状态，锈蚀建模过程中考虑应力状态和环境耦合的影响仍需日后进一步研究。

参考文献：

[1] Zhang X, Wang L, Zhang J, et al. Corrosion－Induced Flexural Behavior Degradation of Locally Ungrouted Post－Tensioned Concrete Beams[J].Construction and Building Materials, 2017, 134: 7－17.

[2] Li F, Yuan Y. Effects of Corrosion on Bond Behavior between Steel Strand and Concrete[J]. Construction and Building Materials, 2013, 38(1): 413－422.

[3] Poston RW, Wouters JP. Durability of Precast Segmental Bridges NCHRP Web Document No.15. Transportation Research Board: National Research Council, Washington, D.C., 1998.

[4] Gardoni P, Pillai R G, Hueste M B D, et al. Probabilistic Capacity Models for Corroding Posttensioning Strands Calibrated Using Laboratory Results[J].Journal of Engineering Mechanics, 2009, 135(9): 906－916.

[5] 王俊杰.岩土参数的概率分布拟合及 bayes 方法优化[J].华北水利水电学院学报,2004(2).

[6] 刘杰,梁志标,李光昕.氯离子侵蚀环境下的 RC 梁退化概率模型[J].佛山科学技术学院学报:自然科学版,2013(31).

[7] 彭建新,张建仁,张克波,等.锈蚀 RC 桥梁弯曲抗力时变概率模型与试验研究[J].工程力学,2012(6).

[8] 张俊芝,苏小卒.基于 Bayesian 方法的服役钢筋混凝土结构的随机时变抗力[J].浙江工业大学学报,2004(5).

[9] 王磊,马亚飞,张建仁.模糊及随机信息下桥梁构件抗力演化特征分析[J].土木工程学报,2013(1).

[10] Pillai R G, Hueste MD, Gardoni P, et al. Time－Variant Service Reliability of Post－Tensioned, Segmental, Concrete Bridges Exposed to Corrosive Environments [J].Engineering Structures,2010,32(9):2 596－2 605.

DOI:10.14048/j.issn.1671－2579.2019.03.017

填充混凝土对顶推施工中的方形钢桥墩垂直度影响分析

唐杨
（重庆交通大学 土木工程学院，重庆市 400074）

摘要：结合重庆市合川某工程项目，利用Abaqus有限元，对方形钢桥墩内填充混凝土和不填充混凝土两种桥墩在顶推工况下进行结构分析，并采用全站仪对方形钢桥墩在顶推过程中的水平位移进行监测，理论计算和监测数据表明：桥墩的水平变形满足规范要求。同时有限元分析表明：钢墩内部填充混凝土可以有效降低墩顶位移。通过对4种不同墩高的桥墩建模分析可知，桥墩越高，墩顶位移越大，且变化率逐渐增大，而内部填充混凝土对降低墩顶位移的效果越明显。另外采用Matlab曲线拟合可以预测不同墩高的墩顶位移，避免多次建模。

关键词：顶推；方形钢桥墩；垂直度；填充混凝土

在钢筋混凝土桥墩中，对于高桥墩需要对其垂直度进行有效监测。垂直度不满足规范要求，一是影响外观，给人不安全的感觉，重要的是由于桥墩弯曲，上部结构和汽车荷载作用下引起偏心受力，由于重力二阶效应会恶化桥墩的受力，造成桥墩裂缝宽度和内力成倍增加，严重影响桥梁的寿命和使用安全。

在桥梁工程中常见采用圆形截面钢桥墩，并且大部分钢外壳内部填充混凝土。顶推施工过程由于主梁的荷载与边界条件在不断地改变，所以大都针对主梁在施工过程中的变形和应力分析研究，而对桥墩的变形关注较少。对于桥墩垂直度的影响因素研究多都针对施工误差、温度、合龙前的顶推力等，对于顶推过程中由于摩擦造成水平偏位的研究较少。顶推施工的桥墩多是钢筋混凝土结构，只有临时桥墩才采用钢结构，该文研究的桥墩均采用钢桥墩作为永久桥墩，研究填充混凝土对顶推施工的方形钢桥墩垂直度的影响。

1 工程概况

以重庆市合川区某工程项目中2#桥为工程背景，2#桥为钢－混凝土组合结构梁桥，桥梁全长118.08 m，跨径布置为(3.04＋16＋3×24＋16＋3.04) m，桥宽8.9 m，双向2%横坡。上部结构采用钢－混凝土组合梁，桥墩设计为钢－混凝土组合墩，后来由于施工工期紧张，取消了方形钢桥墩的混凝土填充。为考虑有无混凝土填充对方形钢桥墩在顶推施工中垂直度的影响，下文将考虑两种模式进行结构分析。

桥墩的材料采用Q345qDNH耐候钢，墩柱工字形截面高1 000 mm，上下翼缘宽800 mm，上下翼缘板厚度32 mm，腹板20 mm，工字形槽内设置槽形加劲肋，加劲肋间距1.2 m，加劲肋厚度16 mm，工形柱槽最后用16 mmQ345qDNH钢板封槽，形成完整的方

[11] 杜斌，江刚，向天宇.既有预应力混凝土桥梁结构承载能力时变可靠度研究[J].合肥工业大学学报：自然科学版，2018(2).
[12] 刘诗群.钢筋腐蚀临界氯离子浓度研究综述[J].硅酸盐通报，2014(1).
[13] 张建仁，马亚飞，王磊.模型及参数不确定下钢筋锈蚀率动态演进分析[J].中南大学学报：自然科学版，2014(2).
[14] 彭建新，阳逸鸣，张建仁.锈蚀钢筋截面面积分析及强度概率模型[J].中外公路，2015(5).
[15] 王磊，李双，张旭辉，等.锈蚀预应力混凝土梁刚度的分析和计算[J].工业建筑，2015(12).
[16] GB 50010－2010 混凝土结构设计规范[S].

收稿日期：2018－09－06
基金项目：国家自然科学基金资助项目(编号：51478071)；山区桥梁与隧道工程国家重点实验室培育基地开放基金资助项目(编号：CQSLBF－Y16－10)
作者简介：唐杨，男，硕士研究生.E－mail:2312083669@qq.com