

DOI:10.14048/j.issn.1671-2579.2023.05.004

# 基于集对分析理论的路基沉降组合预测模型研究

丁健峻,罗进锋,王祺顺

(湖南省交通科学研究院有限公司,湖南长沙 410015)

**摘要:**为实现不确定性因素影响下的路基沉降预测,该文基于集对分析理论和统计决策思想构建路基沉降组合预测模型。该模型首先选定单项预测模型,并根据单项预测模型的预测结果将预测值和实测值构建为集对;然后应用正态分布理论确定集对关系划分标准,基于联系数确定组合权重系数,实现预测信息的优性组合;最后通过预测误差评价提出组合预测模型,并通过某路基沉降数据验证了该组合预测模型应用于路基沉降的有效性。

**关键词:**路基工程;组合预测;集对分析理论;集对关系准则;统计决策思想;组合权重系数

中图分类号:U416.14

文献标志码:A

## 0 引言

近年来,中国公路网快速建设和发展,公路交通在国民经济中的基础性地位和作用显著增强<sup>[1-3]</sup>。路基作为公路运输的基础,在汽车动荷载和降雨、冻融等环境因素的长期耦合作用下,会产生沉降变形,进而影响公路的运营和养护。因此,如何实现准确预测路基沉降是近年来专家学者的研究重点。

目前路基沉降的预测方法主要有单项预测和组合预测两种。单项预测方法主要包括曲线拟合法、反演预测法和系统理论法等<sup>[4-9]</sup>,其局限性在于会丢

失样本点部分信息<sup>[10]</sup>,为避免这一现象,通过优性组合单项预测建立的组合预测模型预测结果更为准确<sup>[11-13]</sup>。鉴于此,基于各类组合标准的组合预测模型被提出,如吴清海等<sup>[14]</sup>基于相关系数和拟合误差等权重确定原则,提出了基于最小二乘的组合预测模型;赵明华等<sup>[15]</sup>针对沉降数据的误差特性,基于残差平方提出了组合权重的预测方法;陈华友等<sup>[16]</sup>探讨了基于有效度的组合预测方法。组合预测方法能显著提升预测的可靠度,但目前关于组合预测的组合方式,即权重系数的确定,还未有统一标准。

路基的变形沉降受汽车随机动荷载作用、特殊地质条件和复杂气候环境等多种可变性和不确定性

征[J].中外公路,2016,36(1):27-31.

- [6] 金昌宁,金伟涛.粉黏粒含量对浸水+环刀法测定干燥风积沙密度的影响[J].中外公路,2018,38(4):24-28.
- [7] 周子豪,苏占东,吴成龙,等.风积沙改性土试样压实度控制方法[J].中外公路,2021,41(5):264-268.
- [8] 何丽平,梁狄,谭庆波.沙漠浅水湖区砾石土公路路基强夯试验研究[J].中外公路,2021,41(4):52-57.
- [9] 纪林章.风积沙压实机理研究[D].西安:长安大学,2007.
- [10] 徐高山.沙漠地区风积沙路基基底冲击碾压工艺及应用[J].施工技术,2011,40(S1):184-186.
- [11] 张生辉,王新民,陈忠明.沙漠地区高速公路风积沙路基

压方法研究[J].公路交通科技,2004,21(8):29-33.

- [12] 杨建青.风积沙处理河套地区软弱地基的技术研究[D].天津:河北工业大学,2013.
- [13] 刘晓明,王艺钢,赵明华.岩溶发育区公路路基强夯处治方法研究与应用[J].中外公路,2023,43(2):16-21.
- [14] 吕江,赵晖,杨杓.强夯法处治岩溶地基设计参数研究[J].中外公路,2023,43(2):26-30.
- [15] 范红英.陕蒙沙漠公路不良地质路段路基施工技术研究[D].西安:长安大学,2005.
- [16] 陈亭.振冲碎石桩处治风积沙湿软地基[J].公路交通科技(应用技术版),2011(S1):63-66.

收稿日期:2023-04-18(修改稿)

基金项目:湖南省交通运输厅科技项目(编号:201826)

作者简介:丁健峻,男,硕士,工程师.E-mail:1450997056@qq.com

因素影响,沉降数据具有高度非线性。集对分析理论将所有可能影响预测结果的因素作为整体系统进行分析<sup>[17-18]</sup>,为研究路基沉降预测这一不确定系统问题提供了新的思路和解决方法。

基于此,本文提出一种基于集对分析理论的路基沉降预测模型,通过确定组合权重系数,实现单项预测模型预测信息的优劣组合,最后根据各项评价指标验证该组合预测模型在路基沉降预测中的稳定性和预测精度。

## 1 基于集对分析理论的路基沉降组合预测模型

### 1.1 理论介绍

假设由几何  $A$ 、 $B$  组成的集合对为  $H(A, B)$ , 定义  $S$ 、 $F$ 、 $P$  分别为集合对的同时性、差异性和对立性系数。对其  $N$  个特性展开集对关系分析有<sup>[17-18]</sup>:

$$\mu_{A-B} = \frac{S}{N} + \frac{F}{N}i + \frac{P}{N}j \quad (1)$$

$$\mu_{A-B} = \frac{S}{N} + \frac{F_1}{N_1}i_1 + \frac{F_2}{N_2}i_2 + \dots + \frac{F_{n-2}}{N_{n-2}}i_{n-2} + \frac{P}{N}j \quad (2)$$

式中: $\mu_{A-B}$ 为集对联系系数; $i$ 为差异度系数; $j$ 为对立度系数; $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_{n-2}$ 分别为差异度分量; $i_1$ 、 $i_2$ 、 $i_{n-2}$ 为差异度分量系数; $N$ 为集对特性总数。

### 1.2 集对关系准则

集对分析理论中,进行集对分析的关键是确定合理可靠的集对关系准则<sup>[17-18]</sup>。汪明武等<sup>[18]</sup>在将集对分析方法应用于岩土工程领域时,采用主观隶属度法,即事先主观地构建集对关系准则,以开展后续的集对关系分析,这显然忽略了集对本身包含的部分信息。因此,本文基于统计决策思想对集对信息进行挖掘,以构建合理的集对关系准则。

通过预测误差  $\delta$  可表示各预测模型预测结果与实测值间的集对。同时,预测模型的预测误差  $\delta$  在某种意义上可反映集对关系:预测误差较小的可视为同时性关系;预测误差较大的可视为对立性关系;而对于预测误差处于中间范围内的样本可视为差异性关系。

单项模型的路基沉降预测结果误差呈现出正态分布规律。基于此,将预测结果误差按正态分布规

律如式(3)所示确定样本与实测值间的集对关系。

$$\begin{cases} \mu - \sigma < \delta < \mu + \sigma & \text{同时性} \\ \mu - 3\sigma \leq \delta \leq \mu - \sigma \text{ or } \mu + \sigma \leq \delta \leq \mu + 3\sigma & \text{差异性} \\ \delta < \mu - 3\sigma \text{ or } \delta > \mu + 3\sigma & \text{对立性} \end{cases} \quad (3)$$

### 1.3 组合权重系数及组合预测

通过集对联系系数  $\mu_i$  确定组合权重系数,如式(4)所示:

$$\omega_i = \frac{\mu_i}{\sum_{j=1}^k \mu_j} \quad (4)$$

式中: $\omega_i$ 为单项评价模型  $i$  的组合权重系数; $\mu_i$ 为单项评价模型  $i$  与实测值的联系系数。

令  $S_p$  为第  $p$  测点的组合预测值, $S_{i,p}$  为单项模型  $p$  测点预测值,则组合预测结果可表示为:

$$S_p = \sum_{i=1}^k \omega_i S_{i,p} \quad (5)$$

式中: $\omega_i$ 为单项预测模型  $i$  的组合权重系数。

## 2 实例应用

### 2.1 工程背景

以某软土路基沉降数据<sup>[2]</sup>对模型进行应用和验证。原地基为软土地基,地基表层 0.2 m 深度内为细砂、0.2 m 以下为厚度 3.5~5.4 m 的粉土与淤泥质粉土夹层,地下水位为 0.6 m。路基填土高度设计为 3.6 m,软土地基在堆载工况下沉降固结。通过在观测断面埋设沉降板对该地基进行沉降监测。采用两个监测点的沉降数据对组合预测模型进行应用和验证,填土高度和地基沉降的数据和曲线分别如表 1 和图 1 所示。

表 1 沉降实测数据

数据点 编号	时间/ d	监测点 1		监测点 2	
		累计填土 高度/cm	实测沉降 量/mm	累计填土 高度/cm	实测沉降 量/mm
1	0	97.87	5.83	40.21	3.42
2	23	98.52	8.42	44.33	5.46
3	29	106.05	9.14	50.25	6.79
4	47	181.80	15.89	80.34	11.05
5	64	241.88	22.92	105.47	15.74
6	76	292.11	24.48	155.21	19.84

续表 1

数据点 编号	时间/ d	监测点 1		监测点 2	
		累计填土 高度/cm	实测沉降 量/mm	累计填土 高度/cm	实测沉降 量/mm
7	81	362.22	28.32	182.36	24.68
8	116	362.22	34.48	210.85	29.32
9	119	362.22	37.78	250.87	32.01
10	127	362.22	39.63	250.87	34.52
11	134	362.22	44.91	250.87	37.11
12	176	349.43	51.75	240.45	39.53
13	201	349.43	54.74	240.45	41.57
14	234	349.43	59.26	240.45	43.27
15	267	349.43	61.68	240.45	44.27
16	305	349.43	61.95	240.45	45.55
17	328	349.43	62.38	240.45	45.81
18	345	349.43	62.77	240.45	45.99
19	359	349.43	62.79	—	—

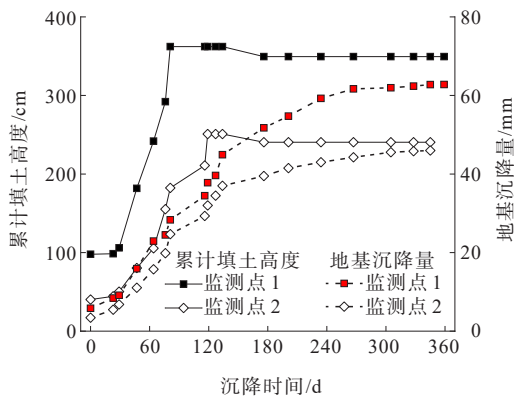


图 1 实测的累计填土高度与地基沉降量

## 2.2 单项预测模型

本文选用计算过程简洁且实际应用较为广泛的双曲线模型、指数模型、泊松模型和GM(1,1)模型作为基础的单项预测模型。同时,以监测点1为例,将各单项预测模型的计算过程及预测结果简单介绍。需要说明的是,监测点2和监测点1采用相同的单项预测模型,其沉降预测结果直接给出。

### 2.2.1 双曲线模型

双曲线模型是目前软土路基沉降预测中应用较为广泛的一种方法<sup>[19]</sup>,其预测模型如式(6)所示。

$$S_t = S_0 + \frac{t}{a + bt} \quad (6)$$

式中: $S_0$ 为初始沉降量; $t$ 为沉降时间; $a$ 、 $b$ 为拟合参数。

由于前81 d内的堆土高度不断变化,沉降曲线在此期间呈现出一定的离散性且不严格满足双曲线的发展规律。在第81天后,堆土高度稳定,路基沉降基本满足双曲线模型的变化规律。因此,以第81天为界限,对在此之前的沉降曲线采用多项式预测模型进行预测,而第81天后的沉降曲线则采用双曲线模型进行预测。基于双曲线模型的路基沉降预测模型如式(7)所示。

$$\begin{cases} S_t = 5.258 - 0.113t + 0.002t^2 & t < 81 \text{ d} \\ S_t = 34.480 + \frac{t}{1.255 + 0.030t} & t \geq 81 \text{ d} \end{cases} \quad (7)$$

### 2.2.2 指数模型

指数模型中,沉降量与时间呈指数函数关系<sup>[20]</sup>,如式(8)所示。如上所述,由于前81 d内的堆土高度不断变化,沉降曲线不严格满足指数函数的发展规律,本文将沉降时间 $t$ 修正为 $t-t_0$ ,采用改进后的指数模型 $S_t = a\left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{b}}\right)$ 对第81天之后的沉降曲线进行预测,而对前81 d的沉降曲线则采用多项式预测模型进行预测。

$$S_t = a\left(1 - e^{-\frac{t}{b}}\right) \quad (8)$$

式中: $t$ 为沉降时间; $a$ 、 $b$ 为拟合参数。

基于指数模型的路基沉降预测模型如式(9)所示。

$$\begin{cases} S_t = 5.258 - 0.113t + 0.002t^2 & t < 81 \\ S_t = 66.218\left(1 - e^{-\frac{t-31.404}{-98.730}}\right) & t \geq 81 \end{cases} \quad (9)$$

### 2.2.3 泊松模型

泊松模型的曲线(又称Logistic曲线)呈S形增长趋势<sup>[21]</sup>。

该模型的数学表达式如式(10)所示。

$$S_t = \frac{K}{1 + ae^{-bt}} \quad (10)$$

式中: $K$ 、 $a$ 、 $b$ 为拟合参数。

基于泊松模型的路基沉降预测模型如式(11)所示。

$$S_t = \frac{62.673}{1 + 8.162e^{-0.021t}} \quad (11)$$

### 2.2.4 GM(1,1)模型

为提升GM(1,1)模型预测精度,本文利用Lagrange插值函数对原时间序列转化为等时距时间序列,转换后的时间步长为30 d。同时,基于Matlab编程对该一阶线性微分方程进行求解,获得基于

GM(1,1)模型的路基沉降预测模型<sup>[22]</sup>,如式(12)所示。

$$S_k = -58.029e^{-0.251(k-1)} + 67.649 \quad (12)$$

$$k = (1, 2, 3, 4, \dots)$$

式中:k为时间序列数。

上述各单项预测模型在监测点1和监测点2的沉降预测结果如表2、3所示。

表2 单项预测模型在监测点1的预测结果

时间/ d	实测沉 降/mm	预测沉降/mm			
		双曲线模型	指数曲线模型	泊松模型	GM(1,1)模型
0	5.83	5.72	5.72	7.52	5.93
23	8.42	8.32	8.32	10.92	6.12
29	9.14	9.81	9.81	11.99	9.13
47	15.89	15.55	15.55	15.66	17.30
64	22.92	21.80	21.80	19.75	23.97
76	24.48	26.10	26.10	22.96	28.14
81	28.32	27.76	27.76	24.36	29.76
116	34.48	34.42	34.42	34.67	39.37
119	37.78	36.71	37.15	35.56	40.07
127	39.63	39.83	40.18	37.87	41.85
134	44.91	44.51	42.54	39.84	43.32
176	51.75	54.12	52.47	49.88	50.52
201	54.74	56.82	55.98	54.09	53.75
234	59.26	59.09	58.98	57.84	57.10
267	61.68	60.58	60.79	60.06	59.64
305	61.95	61.77	62.02	61.45	61.82
328	62.38	62.32	62.48	61.94	62.84
345	62.77	62.67	62.73	62.18	63.48
359	62.79	62.92	62.89	62.33	63.94

表3 单项预测模型在监测点2的预测结果

时间/ d	实测沉 降/mm	预测沉降/mm			
		双曲线模型	指数曲线模型	泊松模型	GM(1,1)模型
0	3.42	3.00	3.00	3.89	-0.44
23	5.46	5.83	5.83	6.81	4.79
29	6.79	7.01	7.01	7.83	9.58
47	11.05	11.34	11.34	11.57	13.97
64	15.74	16.16	16.16	16.03	17.98
76	19.84	19.76	19.76	19.58	21.65
81	24.68	21.26	21.26	21.12	25.01
116	29.32	30.79	30.79	31.44	28.09
119	32.01	31.45	31.45	32.20	30.90
127	34.52	33.05	33.05	34.12	33.48
134	37.11	34.21	34.21	35.62	35.84

续表3

时间/ d	实测沉 降/mm	预测沉降/mm			
		双曲线模型	指数曲线模型	泊松模型	GM(1,1)模型
176	39.53	39.70	39.54	41.51	37.99
201	41.57	41.27	41.35	43.13	39.97
234	43.27	42.86	43.11	44.17	41.77
267	44.27	44.09	44.36	44.60	43.43
305	45.55	45.19	45.35	44.80	44.94
328	45.81	45.74	45.79	44.84	46.33
345	45.99	46.10	46.05	44.87	47.60

2.3 组合预测结果及评价

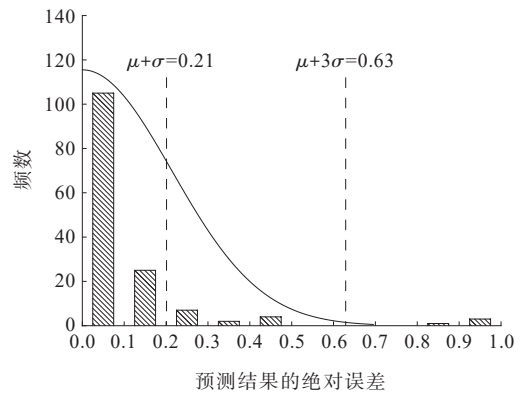
2.3.1 组合预测结果

为避免不同监测点预测结果绝对误差的影响,对预测结果进行归一化处理并进行对比分析。

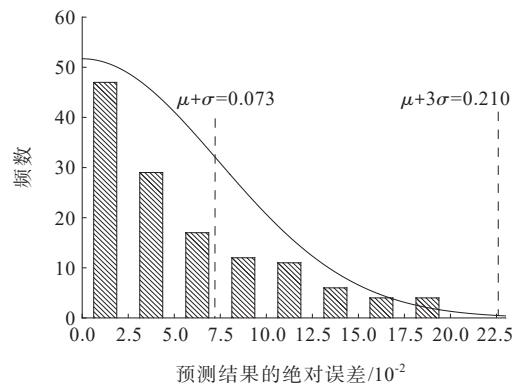
$$\delta'_i = \frac{|\delta_i| - |\delta_{\min}|}{|\delta_{\max}| - |\delta_{\min}|} \quad (13)$$

式中: $\delta'_i$ 为相对误差归一化后的值; $|\delta_{\max}|$ 和 $|\delta_{\min}|$ 为相对误差绝对值的最大值和最小值。

由于归一化后的相对误差值全为正值, $\delta'_i$ 的分布规律呈半正态分布,故基于样本整体的正态分布参数如图2(a)中的虚线所示,基于同一性集对关系样



(a) 基于样本整体的正态分布参数



(b) 基于同一性集对关系样本的正态分布参数

图2 预测误差的分布参数

本的正态分布参数如图2(b)中虚线所示。各单项预测模型的多元联系数表示见式(14)。

$$\begin{cases} \mu_1 = \frac{22}{37} + \frac{13}{37}i_1 + \frac{0}{37}i_2 + \frac{2}{37}i_3 + \frac{0}{37}j \\ \mu_2 = \frac{31}{37} + \frac{5}{37}i_1 + \frac{0}{37}i_2 + \frac{1}{37}i_3 + \frac{0}{37}j \\ \mu_3 = \frac{21}{37} + \frac{9}{37}i_1 + \frac{0}{37}i_2 + \frac{4}{37}i_3 + \frac{3}{37}j \\ \mu_4 = \frac{19}{37} + \frac{11}{37}i_1 + \frac{0}{37}i_2 + \frac{5}{37}i_3 + \frac{2}{37}j \end{cases} \quad (14)$$

取  $i_1, i_2$  和  $i_3$  的值分别为 0.5、0 和 -0.5,  $j$  的值为 -1。

联立式(4)、(15)确定组合权重系数,结果如表4所示。

$$\mu'_i = \frac{\mu_i - \mu_{\min}}{\mu_{\max} - \mu_{\min}} \quad (15)$$

式中:  $\mu'_i$  为单项预测模型  $i$  归一化后的联系数;  $\mu_{\max}$  和  $\mu_{\min}$  分别为可能的最大和最小联系数。考虑极端情况,即一个预测模型的预测结果全部为同一性关系或者对立性关系,计算出最大和最小联系数分别为 1 和 -1。

表4 组合权重系数

预测模型	组合权重系数	预测模型	组合权重系数
双曲线模型	0.259	泊松模型	0.231
指数模型	0.281	GM(1,1)模型	0.229

基于组合权重系数的路基沉降预测结果如图3所示。

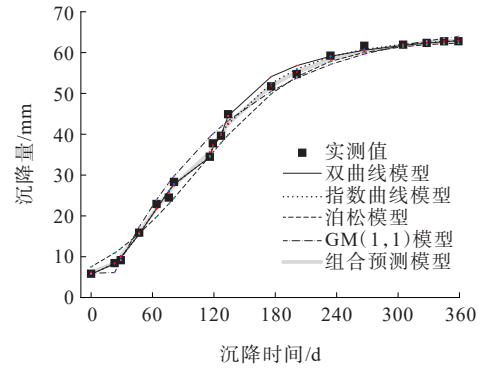
### 2.3.2 预测结果评价

图4为单项模型和组合模型在监测点1预测结果的相对误差。从图4可以看出:整体而言组合预测模型的相对误差更低,单项模型在个别预测点出现较大的偏差,单项模型中指数模型的预测效果最好。为定量评估和对比各预测模型的预测效果,采用不同评价指标对模型预测准确性进行评价<sup>[23]</sup>。本文预测模型及与其他预测模型的效果对比见表5。

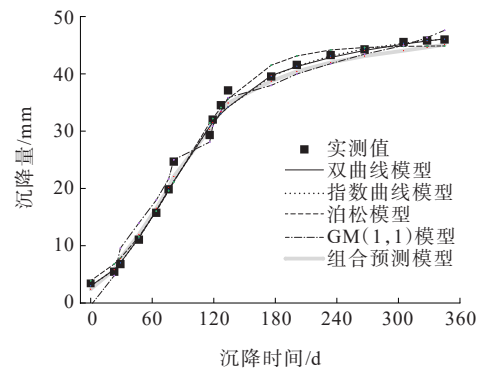
由表5可知:组合预测模型的精度更高,相对误差更低,对于路基沉降的预测更为准确可靠,验证了所提模型和权重计算方法的有效性。

## 3 结论

针对受诸多不确定因素影响,应用单一预测路



(a) 监测点1



(b) 监测点2

图3 单项预测模型和组合预测模型的预测结果

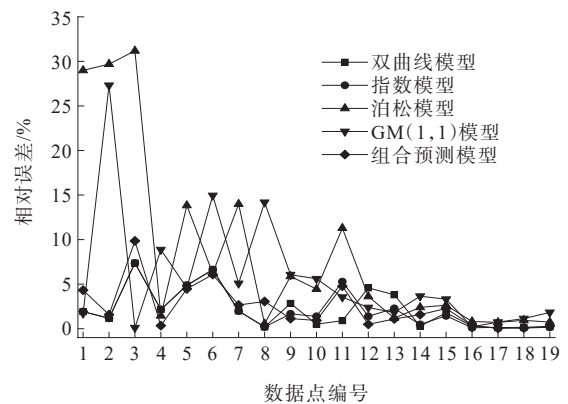


图4 各预测模型的相对误差(监测点1)

表5 预测效果对比(监测点1)

预测模型	绝对误差	标准误差	相对误差	相对标准
	平方和 $R_{SSE}/\text{mm}^2$	差 $R_{SE}/$ mm	平方和 $R_{SSPE}$	误差 $R_{SPE}$
双曲线模型	43.21	1.08	0.07	0.04
指数曲线模型	39.55	1.03	0.07	0.04
泊松模型	121.81	1.81	0.47	0.11
GM(1,1)模型	130.47	1.88	1.71	0.21
本文组合预测模型	33.30	0.95	0.17	0.07

基沉降方法的预测效果不理想的研究现状,本文基于集对分析理论构建路基沉降组合预测模型,得到主要结论如下:

(1) 采用组合预测模型可有效避免单项预测模型在部分预测点上可能出现的偏差,提高了预测的稳定性和可靠度。采用集对分析理论能有效识别单项预测模型预测信息的可靠性,获得最优的组合权重系数和组合预测模型。

(2) 采用联系数作为组合权重系数的确定依据,根据联系数得到的组合预测模型具有较高的预测精度。

(3) 基于集对自身信息自主识别集对关系准则,提高了集对分析方法的合理性和可靠性,克服了传统主观隶属度法对于集对关系确定过于主观的缺陷,拓宽了集对分析方法的应用范围。

#### 参考文献:

- [1] 王建伟,毛韬,付鑫.基于ESDA的西北地区公路网分布空间差异分析[J].干旱区地理,2013,36(2):329-336.
- [2] 周思全.基于组合模型的沙漠地区软土路基沉降预测研究[D].武汉:武汉理工大学,2013.
- [3] 张满想,赵健,郭昕,等.灰色模型在路基沉降预测中的研究及应用[J].中外公路,2020,40(4):21-25.
- [4] 肖衡林,李丽华,郭小川,等.山区高填方路堤沉降预测方法[J].应用基础与工程科学学报,2015,23(1):154-161.
- [5] 谭昌明,黄绍楦.软土地基沉降的二维非线性粘弹性反演与预测[J].岩土力学,2002,23(1):67-71.
- [6] 卢飞强,师旭超.基于时间序列分析法的软土路基沉降预测研究[J].路基工程,2017(6):11-14.
- [7] 张春辉,张志斌,尹利华,等.一种基于改进粒子群神经网络的路基沉降预测模型[J].中外公路,2020,40(S2):110-113.
- [8] 刘先林,骆俊晖,米德才.广西花岗岩软土地基沉降预测及承载力评价[J].中外公路,2020,40(4):25-28.
- [9] 谭衢霖,魏健,胡吉平.基于小波神经网络的建筑工程沉降变形预测[J].应用基础与工程科学学报,2015,23(3):629-636.
- [10] 潘林有,谢新宇.用曲线拟合的方法预测软土地基沉降[J].岩土力学,2004,25(7):1053-1058.
- [11] 陈华友.基于相关系数的优性组合预测模型研究[J].系统工程学报,2006,21(4):353-360.
- [12] 孙李红,沈继红.基于相关系数的加权几何平均组合预测模型的性质[J].系统工程理论与实践,2009,29(9):84-91.
- [13] 张健明,唐仁华,毛凤山,等.基于AGA-SVM公路软基沉降预测[J].中外公路,2020,40(2):12-15.
- [14] 吴清海,李惠芳.变权组合模型在沉降预测中的应用[J].测绘科学技术学报,2009,26(2):118-120,124.
- [15] 赵明华,刘煜,曹文贵.软土路基沉降变权重组合S型曲线预测方法研究[J].岩土力学,2005,26(9):1443-1447.
- [16] 陈华友,侯定丕.基于预测有效度的优性组合预测模型研究[J].中国科学技术大学学报,2002,32(2):172-180.
- [17] 赵克勤.集对分析及其初步应用[M].杭州:浙江科学技术出版社,2000.
- [18] 汪明武,金菊良,周玉良.集对分析耦合方法与应用[M].北京:科学出版社,2014.
- [19] 李国维,杨涛,宋江波.公路软基沉降双曲线预测法的进一步探讨[J].公路交通科技,2003,20(1):18-20.
- [20] 王丽琴,靳宝成,杨有海,等.黄土路基工后沉降预测模型对比研究[J].铁道学报,2008,30(1):43-47.
- [21] 钟翔熹,麦珊珊,许小健.泊松曲线沉降预测模型的遗传优化及应用[J].路基工程,2008(4):135-137.
- [22] 陈洋,文鸿雁,覃辉,等.非等间距GM(1,1)抗差估计及其在路基沉降预测中的应用[J].公路工程,2017,42(6):64-68,74.
- [23] 冷伍明,杨奇,聂如松,等.高速铁路桥梁桩基工后沉降组合预测研究[J].岩土力学,2011,32(11):3341-3348.