

# 基于 ARX 模型的钢管混凝土拱桥损伤评估方法研究

苏爱斌<sup>1</sup>, 王兵见<sup>2</sup>, 袁野真<sup>1</sup>

(1. 广西交通投资集团有限公司, 广西 南宁 530000; 2. 交通运输部公路科学研究所)

**摘要:**健康监测系统(SHM)对桥梁进行实时监测,能够有效预测拱桥结构状态变化。该文提出一种外因输入自回归(Auto-Regressive with eXogeneous,简称 ARX)模型预测结构损伤的方法。使用变形监测值作为输入,在结构敏感位置建立一系列 ARX 模型,通过损伤模型的误差项表征结构的损伤敏感性。经过实例验证,基于时间序列分析的 ARX 模型方法可以有效地应用于钢管混凝土拱桥的损伤检测、定位和评估,较传统 AR 模型方法具有更高的适用性和准确性。

**关键词:**ARX 模型; 时间序列; 拱桥; 健康监测; 损伤

随着社会经济的发展,维修养护成本在交通基础设施投资中的占比逐渐上升,甚至超过新建费用。因此桥梁结构健康检测及桥梁损伤情况评估越来越受到广大桥梁建设及运营维护工作者的重视,其中损伤检测是结构健康监测和损伤情况评估的关键核心技术之一。目前国内外普遍采用从健康监测系统(SHM)数据中提取损伤敏感特征(或损伤特征),使用 AR(自动回归),ARX(自动回归与异质输入)和 ARMA(自回归移动平均线),在样本训练阶段利用来自未损坏结构的数据,建立评估模型。基于以上理论,该文利用 ARX 模型的时间序列分析方法,以相邻或受力相似位置的传感器为输入,针对桥梁关注位置或敏感热点位置开发 ARX 模型。通过对不同传感器组的自由响应进行建模,从而进行损伤检测。通过工程实例,检验该分析方法在识别和定位钢管混凝土拱桥结构损伤方面的可行性和有效性。

## 1 损伤检测方法

基于结构健康监测数据进行损伤检测的方法分为两大类:① 参数方法;② 非参数方法。参数方法通常假定代表系统的模型是已知的先验模型,目前一般指采用设计参数建模的有限元模型,然后根据监测结果进行模型参数辨识和修正。与参数方法不同,非参数方法不需要了解损伤与结构参数变化之间的潜在关系,换句话说,不需要知道系统的力学模型。非参数方

法为使用时间序列建模和统计模式识别的组合,仅需要未损坏结构的数据来训练模型。以这种方式,构造健康/基准模型,当来自受损结构的数据输入到模型中时,输出可能被辨识为异常值。可以描述为“黑匣子”模型方法,其中系统的输入通过结构特定条件的关系与系统的输出相关。此方法的基本核心算法为时间序列建模。

### 1.1 时间序列模型

时间序列建模是对数据点序列的统计建模,这些数据点以均匀时间间隔连续测量。时间序列建模可以为无法基于物理方式或有限元准确仿真的系统建模。可以构建系统的线性时间离散模型,该模型可用输入、输出和任何误差项的方程关系来表示,如式(1)所示:

$$y(t) = \eta(t) + w(t) \quad (1)$$

式中: $y(t)$ 为模型的输出; $\eta(t)$ 为模型的无噪声输入; $w(t)$ 为扰动项。

当对式(1)采用移位算子 $q$ 进一步细化,可推导出 Box-Jenkins 模型。当模型中不考虑误差/干扰信号的属性时,经过进一步简化,可得到式(2),称为 ARMAX(带有异源输入的自回归移动平均)模型,是目前应用非常广泛的线性系统模型。

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + C(q)e(t) \quad (2)$$

式中: $A(q)y(t)$ 为自回归; $C(q)e(t)$ 为噪声的移动平均值; $B(q)u(t)$ 为外部输入; $y(t)$ 为输出; $u(t)$ 为噪声输入; $e(t)$ 为误差项。

式(2)的扩展形式如下:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) = u(t) + b_1 u(t-1) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b) + e(t) + c_1 e(t-1) + \dots + c_{n_c} e(t-n_c) \quad (3)$$

式中:  $a_i$ 、 $b_i$  和  $c_i$  为未知模型参数, 模型阶次分别为  $n_a$ 、 $n_b$  和  $n_c$ 。

通过调整模型阶次, 可定义不同的时间序列模型。研究通过设置  $n_c$  为 0, 得到 ARX 模型如式(4)所示:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t) \quad (4)$$

## 1.2 结构动力学时间序列模型

研究方法的前提假设是线性动态系统的自由度(DOF)输出与相邻 DOF 的输出相关。换句话说, 相邻的 DOF 输出可以用作时间序列模型的输入。通过矩阵形式的 NDOF 线性动力系统的运动方程实例来解释这一概念, 如式(5)所示:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & \dots & m_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{N1} & \dots & m_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \vdots \\ \ddot{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & \dots & c_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & \dots & k_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N1} & \dots & k_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中:  $[m]$  为质量矩阵;  $[c]$  为阻尼矩阵;  $[k]$  为刚度矩阵; 向量  $\ddot{x}(t)$ 、 $\dot{x}(t)$ 、 $x(t)$  和  $f(t)$  分别为加速度、速度、位移和外部荷载函数。

如果单独展示式(5)的第一行, 对于自由响应情况, 消除荷载项, 然后如式(6)~(7)那样重新排列。第一项 DOF 的加速度输出由第一 DOF 上的激振力、结构的物理参数以及其他 DOF 的输出表示:

$$\begin{bmatrix} m_{11} \ddot{x}_1 & \dots & m_{1N} \ddot{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} \dot{x}_1 & \dots & c_{1N} \dot{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} x_1 & \dots & k_{1N} x_N \end{bmatrix} = f_1 \quad (6)$$

$$\ddot{x}_1 = \left[ \begin{bmatrix} m_{12} \ddot{x}_2 & \dots & m_{1N} \ddot{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} \dot{x}_1 & \dots & c_{1N} \dot{x}_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} x_1 & \dots & k_{1N} x_N \end{bmatrix} \right] / m_{11} \quad (7)$$

因此, 式(5)的每一行可以认为是一个传感器组, 由参考自由度及其周围自由度组成。基于这些概念, 如果为不同的传感器组创建不同的 ARX 模型, 则可以从这些模型中选择损伤特征以检测损伤。因此, 在 ARX 模型中用式(2)表示, 其中  $y(t)$  项为传感器组参考通道的应变或变形响应,  $u(t)$  为同一组中所有自由度的应变或变形自由度响应,  $e(t)$  为误差项。

## 1.3 损伤特征

如前所述, 存在许多从 SHM 数据中辨识损伤特征的时间序列分析方法。然而, 损伤特征本身也包含很多分类。Gul(2009)从 ARX 模型中提取了两种不同类型的损伤特征(DF)。第一种方法是基于 ARX 模型的“B”项系数的直接比较。尽管已经证明该方法可以成功地得出简单模型损伤的存在与否, 位置和严重性的准确信息, 但该方法对复杂模型或包含噪声的数据无效。第二种方法利用了 ARX 模型拟合比的差异, 如式(8)中的 DF 所示。

$$DF = \frac{FR_{Healthy} - FR_{Damaged}}{FR_{Healthy}} \times 100 \quad (8)$$

式(8)中的拟合比  $FR$  可用式(9)表示:

$$FR = \left( \frac{1 - \frac{\|\{y\} - \{\hat{y}\}\|}{\|\{y\} - \{\bar{y}\}\|}}{\|\{y\} - \{\bar{y}\}\|} \right) \times 100 \quad (9)$$

式中:  $\{y\}$  为测量输出;  $\{\hat{y}\}$  为预测输出;  $\{\bar{y}\}$  为  $\{y\}$  平均值;  $\|\{y\} - \{\hat{y}\}\|$  为  $\{y - \hat{y}\}$  的范数。

## 2 工程实例验证

### 2.1 工程概况

背景工程为某 220 m 跨径中承式钢管混凝土拱桥(图 1)。净矢跨比为 1/5, 拱轴线采用无铰悬链线, 拱轴系数  $m = 1.543$ , 矢高为 44 m。

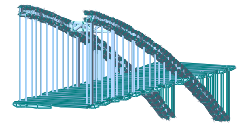


图 1 拱桥三维模型

中承式拱桥结构的主要构件包括: 拱肋、吊杆、横梁、拱脚基础。① 拱肋为拱桥主要受力构件, 其稳定承载力决定全桥的极限承载能力; ② 横梁为桥面主受力结构, 传递桥面荷载至吊杆或拱上立柱; ③ 吊杆是中承式拱桥的关键传力构件。钢管混凝土拱桥的系梁下挠是时变过程, 是拱肋变形、吊杆松弛及系梁自身徐变等多种因素综合作用的结果。因此主要对系梁变形、吊杆力和拱肋应变开展重点监测, 并布置了相应传感器。监测系统总共包括 42 个振弦式应变计, 4 个挠度传感器, 6 个磁通量索力传感器, 分别布置在主桥主跨跨中、四分点位置的系梁、拱肋和吊杆构件上, 如图

2所示。所有传感器的采样频率要求都较低,20~30 min采集一次,属静态信号,这部分传感器对网络传输速度要求较低。因此,在桥梁监测的数据采集和传输设计中,遵循的是与传感器性能以及监测信号匹配设计原则,即对于静态信号,采用基于分布式的输入/输出(I/O)数据采集系统。常规4G网络完全满足数据传输需求。

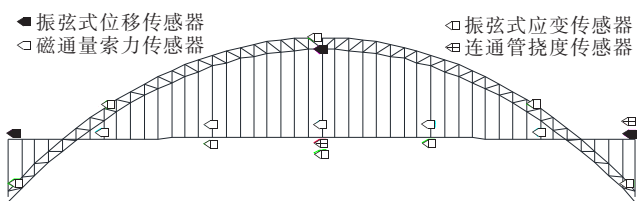


图2 中承式拱桥监测系统传感器布置示意图

## 2.2 损伤检测试验

由于原桥面板破损需要更换,故利用桥面板更换施工,采用ARX模型方法开展了吊杆力对拱肋变形影响的研究。需要先把吊杆附近的桥面板切割掉,然后,利用卷扬机控制两侧吊杆的拉力,减小吊杆所受拉力,直至拉杆变弯曲(不受力),然后,分别切断(氧气切割)与桥面相接处吊杆和桥拱处吊杆,完成吊杆的拆卸。为了对比,应变计的布置考虑了对称性,分别布置在1/4拱肋的上下弦、上游和下游拱肋位置(分别称为通道1,2,3,4),以及3/4拱肋的相同位置(分别称为通道5,6,7,8),这些典型工况代表了影响桥梁结构性能的最重要损伤。

在生成ARX模型之前,完成每种损伤模拟,并采用DAQ完成每种模拟试验的数据采集。为便于对比,建立两个独立的基准模型,并分别进行2组吊杆拆除试验。建立ARX模型不能基于冲击响应,必须基于结构的自由响应。因而,使用窗口化技术采集自由响应。一共使用了4组不同的传感器,每个参考通道一个。

ARX模型阶次选为 $n_a=1$ 和 $n_b=20$ 。这些模型阶次的选择是根据基准模型的拟合比,以确保模型阶次生成的拟合比约为95。拟合比表明模型预测真实输出的精确度。换句话说,当参考通道的应变值采用临近通道应变值估算时,可反映估计值与真实参考通道应变值之间的近似程度。

进行损坏识别之前,必须建立DF的阈值,以区分由于损坏造成的DF变化与数据噪声导致的变化。为了确定阈值水平,找到了两组未损坏的基线数据DF。一个基准与另一个基准相比所产生的DF表示系统中

的噪声量。图3为每个节点根据其损坏位置的接近程度(从最接近到最远)。从图3可以看出:吊杆拆除位置的DF明显高于其他节点。随着节点位置进一步远离损坏位置,损坏的影响可能会降低。监测结果规律与实际相符合。

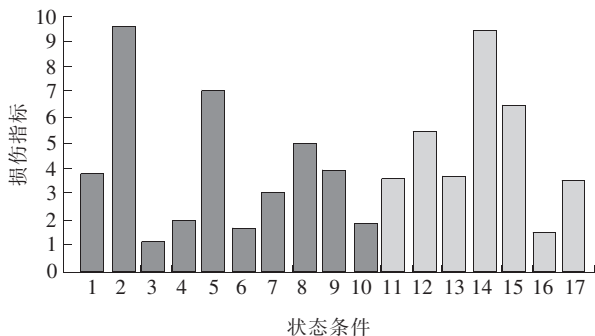


图3 基于ARX模型的损伤监测结果(通道3)

## 3 结语

通过使用相邻或受力相似位置的传感器作为输入,为关注位置或敏感热点位置开发了一系列ARX模型,以对不同传感器组的自由响应进行建模,采用ARX模型进行时间序列分析方法对实际案例进行了健康监测。在吊杆拆除过程中,模拟损伤情况收集了钢管混凝土拱桥的监测数据,根据每个传感器组的应变数据开发ARX模型,描述拟合度的比率称为损坏特征(DF),用作损坏指示特征。根据吊杆拆除过程中的监测结果,证明应用此方法识别和定位桥梁结构损伤是可行的,且ARX模型用于结构损伤监测较传统AR模型方法具有更高的适用性和准确性。

### 参考文献:

- [1] 孟云,许红胜,颜东煌.面向管养需求的大跨径悬索桥健康监测研究[J].中外公路,2017(5).
- [2] 袁慎芳,梁栋,高宁,等.基于结构健康监测系统的桥梁数据异常诊断研究[J].电子科技大学学报,2013(1).
- [3] 陶悦.新光大桥健康监测数据处理方法与应用研究[D].华南理工大学硕士学位论文,2012.
- [4] 孙利民,尚志强,夏焯.大数据背景下的桥梁结构健康监测研究现状与展望[J].中国公路学报,2019(11).
- [5] 李兴,李艳玲,张鹏,等.基于M估计的改进Pauta准则在监测数据粗差识别中的研究及应用[J].中国农村水利水电,2019(8).
- [6] 孙雅琼,赵作周.桥梁结构动应变监测的温度效应实时分离与动荷载识别[J].工程力学,2019(2).